25,434/A

42550

G. J. 's GRAVESANDE,

PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES,

In Uſus

ACADEMICOS.



LUGDUNI BATAVORUM
Apud PETRUM VANDER Aa,
Bibliopolam & Typographum Academiæ atque Civitatis,

MDCCXXIII.
Cum Speciali Privilegio Præpotent. Ordd. Hollandiæ & Weſt-Friſiæ

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

AD
LECTOREM.

IN uſum auditorum deſtinata erant, quæ ante paucos annos publici juris feci *Phyſices Elementa Mathematica, Experimentis confirmata.* In his non modo Experimenta, quibus propoſitiones aut probantur, aut dilucidantur, exacte exponuntur; delineationesque Machinarum, quarum ope inſtituuntur, exhibentur; ſed & quæ in Experimentis inſtituendis obſervanda ſunt, ſumma cum cura, memorantur. Licet hæc omnia videantur minus neceſſaria auditoribus, quibus ipſa experimenta in annuo diſcurſu demonſtrantur, utile nihilominus mihi viſum fuit, ſi experimenta, quorum oculati teſtes fuerant, tempore quocunque in memoriam revocare poſſent; aliisque & hoc non ingratum futurum, perſuaſum habui. Eo

coactus fui eligere formam præ magnitudine, uſui quo præcipue Elementa deſtinabantur, minus commodam. Minori ideo formâ eadem nunc recudi curavimus, ut dum, in ante edito tractatu, ſibi auditores in memoriam revocant, quæ à nobis coram oculis exponuntur, in portatili volumine ea habeant, quæ circa Phyſicam in privatis & publicis exercitiis explicamus.

In hanc autem formam ut memorata Elementa reduci poſſent, ita fuere immutanda, ut ſervato eodem titulo, minorem hunc librum tradere non auſus fuerim.

Experimentorum quibus propoſitiones aliunde demonſtratæ confirmantur, aut dilucidantur, nulla hìc fit mentio; illorum verò, quibus quæ naturæ leges ſpectant deteguntur, ea tantum memorantur quæ ad, inde deductas, concluſiones, intelligendas, neceſſaria ſunt. Ubicunque tamen Experimentum auditoribus exhibetur, de eo hac nota monetur, (*Exp.*).

Va-

Varia etiam mutavi; addidi quoque demonſtrationes plurimarum propoſitionum, in majori libro tantum indicatarum, aut Experimentis tantum confirmatarum; ita ut pauca tantum quæ ſubtiliores Matheſeos partes ſpectant non demonſtrata memorentur.

Mutationes præcipue vires ſpectant corporibus motis inſitas, quas ut acutiſſimo ingenio præditus Philoſophus percepit HUGENIUS *, & ut aperte declaravit dignus qui inter ſummos referatur Philoſophos LEIBNITIUS †, quadratis velocitatum proportionales ſtatuimus.

Quæ hac de re hic diſputantur, & quæ alibi de eadem explicavi ‡, non omnem ſcrupulum ſublatura multis ex iis qui contrariam, magiſque receptam, ſententiam amplexi ſunt, ſatis perſuaſum habeo; ſed hoc aſſerere auſim, illis, qui vires proportionales ſtatuunt effectibus quibus conſumuntur,

* Vide *Hiſtoire des Ouvrages des Sçavans*, anni 1690. Menſ. Jun. pag. 451. in fine & ſeq.

† *In variis locis* Actorum Lipſienſium.

‡ Vide *Journal Literaire*, *Tom.* 12*me*. pag. 1. & 190.

quod ex legibus, continuationis motus, & reactionis actioni æqualis, clare ſequi videtur, nullum dubium ſuperfuturum. Directe enim & immediate conſtat Experimentis, hos effectus, ſive agatur de partibus corporum mollium intropremendis, ſive de partibus elaſticis flectendis, eſſe inter ſe, ſi vires integræ conſumantur, in ratione compoſita ſimplicis maſſarum & duplicatæ velocitatum; ita ut propoſiti veritas ad oculum pateat. *.

Qui ſententiam contrariam defendunt, non effectum ſolum conſiderandum dicunt, ſed & ad tempus, in quo exeritur, attendendum; ideoque duas vires æquales, ſi inæqualibus temporibus conſumantur, inæquales dum conſumuntur edere effectus, quod an non legi reactionis ipſi actioni æqualis adverſetur lectori dijudicandum relinquo, cum agatur de effectibus integris virium æqualium. Elaſterium inflexum, dum relaxatur, vim exerit æqualem

* *Ibid pag.* 21. *&*. 193.

lem illi cum qua fuit flexum, niſi quantum attritu partium vis quædam deſtruitur, hoc nemo negabit; vis autem quam exerit, dum relaxatur, pendet à gradu inflexionis, & minime intereſt utrum lentius, an celerius, fuerit incurvatum; in inflectendis ergo æqualiter duobus ælaſteriis ſimilibus vires æquales conſumuntur, hoc unicum ponimus poſtulatum. Nonne aqua æquali copiâ in vaſe continetur, ſive velocius ſive lentius adfluxerit, ſi modo vas repleatur?

Quis negabit effectum ſequi rationem compoſitam, intenſitatis actionis, & temporis quo durat actio? ideoque, ubi effectus ſunt æquales, producta intenſitatum per tempora eſſe æqualia; & producta hæc differre ut differunt effectus: quibus comparatis, comparantur producta, non attendendo ad tempora, quæ non mutatis effectibus variari poſſunt, variatis in eadem, ſed inverſa ratione, intenſitatibus actionum. Eadem vis corpori mo-

to inſita eo brevius conſumitur, quo obſtaculum magis reſiſtit, ſed eo augetur intenſitas actionis, productumque, temporis per hanc intenſitatem, non mutatur.

Licet autem reſpectu virium menſuræ NEWTONI ſententiam non ſecutus fuerim, Philoſophiam NEWTONIANAM vocare illam, quæ hic traditur, non dubitavi, licet & de aliis inventa aliorum exponantur.

Quam vir præclarus primus tradidit ſummi Philoſophi digniſſima Soni Theoria; quæ, cum ſubtiliſſimi ingenii perſpicacitate, indefeſſum conjungens laborem, circa colores, innumeros Philoſophorum corrigens errores, detexit; Quæ pro ingenii robore, & amplitudine, de cauſis motuum cœleſtium inveſtigavit; multaque alia viri, nunquam ab ingenuis veræ Philoſophiæ cultoribus ſatis celebrandi, inventa, in hiſce *Inſtitutionibus* explicantur; ita ut præcipua hujus operis pars candido illi rerum ſcrutatori debeaur.

Sed

Sed & alio reſpectu *Philoſophiæ* NEWTONIANÆ hæ vocantur *Inſtitutiones*; nam merito NEWTONIANAM vocamus Philoſophiam, in qua ex Phænomenis, rejectis Hypotheſibus concluſiones deducuntur; nullus enim ante NEWTONUM methodum hanc caſte ſecutus eſt, nequidem hanc ſibi in omnibus ſequendam propoſuit. Si illorum, licet præclarorum, & de vera Philoſophia bene meritorum, virorum, qui à quibuſdam ut NEWTONI in hac Philoſophia anteceſſores memorantur, opera perpendantur, non illos omnem Hypotheſium fictionem ex Phyſicis eſſe proſcribendam ſtatuiſſe, haud difficulter patebit.

INDEX CAPITUM.

LIBER PRIMUS.

Pars Prima. De Corpore in genere.

Cap. I. *De ſcopo Phyſices, & regulis philoſophandi.* Pag. 1
II. *De Corpore in genere.* 3
III. *De Extenſione, Soliditate, & Vacuo.* 4
IV. *De Diviſibilitate Corporis in infinitum, & partium ſubtilitate.* 6
V. *De cohæſione partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate, & Elaſticitate.* 9
VI. *De Motu in genere, ubi de Loco, & Tempore.* 13

Pars Secunda. De Actionibus Potentiarum.

Cap. VII. *De Actionibus Potentiarum comparandis.* 15
VIII. *Generalia circa Gravitatem.* 18
IX. *De Trochlea ſimplici, Libra, & Centro Gravitatis.* 19

Cap

Cap. X. *De Machinis ſimplicibus.* 23
XI. *De Machinis compoſitis.* 31
XII. *De Potentiis obliquis.* 33

Pars Tertia. De Motibus, Potentiarum actionibus, variatis.

Cap. XIII. *De Naturæ legibus Newtonianis.* 39
XIV. *De Acceleratione, & Retardatione Gravium.* 42
XV. *De Deſcenſu gravium ſuper plano inclinato.* 46
XVI. *De Oſcillatione pendulorum.* 49
XVII. *De Projectione Gravium.* 58
XVIII. *De Viribus centralibus.* 63

Pars quarta. De Viribus inſitis, & Colliſione corporum.

Cap. XIX. *De Viribus corporibus motis inſitis.* 74
XX. *De Colliſione corporum.* 78
XXI. *De Congreſſu corporum Elaſticorum.* 85
XXII. *De Motu compoſito.* 89
XXIII. *De percuſſione obliqua & compoſita.* 92
XXIV. *De legibus Elaſticitatis.* 95

LIBER SECUNDUS.

Pars Prima. De Gravitate & Preſſione Fluidorum.

Cap. I. *De Gravitate partium Fluidorum, & illius effectu in ipſis fluidis.* 105
II. *De Actione fluidorum in fundos, & latera vaſorum, quibus continentur.* 108
III. *De Solidis fluidis immerſis.* 110
IV. *De comparandis corporum Denſitatibus.* 116

Pars Secunda. De Motu & Reſiſtentia Fluidorum.

Cap. V. *De Celeritate fluidi, ex preſſione fluidi ſuperincumbentis.* 118
VI. *De Reſiſtentia Fluidorum.* 119
VII. *De Fluidis proſilientibus.* 132
VIII. *De Fluido ex vaſis profluente, & Irregularitatibus in iſto motu.* 138
IX *De Curſu Fluminum.* 143
X. *De Motu Undarum.* 150

Pars

INDEX CAPITUM.

PARS TERTIA. De Aëre fluido Elaſtico.

CAP. XI. *Aërem fluidi proprietates habere.* 157
XII. *De Aëris Elaſticitate.* 159
XIII. *De Machina Pneumatica, & quibuſdam Machinis, quarum effectus ab aëre pendent.* 164
XIV. *De Aëris Motu Undulatorio, ubi de Sono.* 166

LIBER TERTIUS.

PARS PRIMA. De Igne.

CAP. I. *De Ignis proprietatibus in genere.* 185
II. *Ignem corporibus adhærere, & hiſce contineri. Ubi de Electricitate.* 186
III. *De motu Ignis. Ubi de Calore & Lumine.* 193
IV. *De Dilatatione ex Calore.* 194

PARS SECUNDA. De Inflexione, Refractione, & Reflexione Luminis.

CAP. V. *De Inflexione Radiorum Luminis.* 197

Cap. VI. *De Luminis Refractione, & hujus legibus.* 199
VII. *De Luminis Refractione quando Media ſuperficie planâ ſeparantur.* 208
VIII. *De Refractione Luminis, poſitis Mediis ſuperficie ſphæricâ ſeparatis.* 211
IX. *De motu Luminis trans Medium denſius. Ubi de Lentium affectionibus.* 218
X. De *Viſu. Ubi de Oculi conſtructione.* 221
XI. *De viſione trans Vitra, & corrigendis quibuſdam Oculorum vitiis.* 229
XII. *De Microſcopiis & Teleſcopiis.* 234
XIII. *De Reflexione Luminis.* 240
XIV. *De Speculis planis.* 245
XV. *De Speculis ſphæricis.* 246

Pars Tertia. De Opaco & Coloribus.

Cap. XVI. *De corporum opacitate.* 253
XVII. *De diverſâ Radiorum Solarium refrangibilitate.* 256
XVIII. *De Radiorum Coloribus, & horum immutabilitate.* 261

Cap. XIX. *De Colorum permixtione. Ubi de Albore.* 265
XX. *De Iride.* 267
XXI. *De tenuium Laminarum Coloribus.* 274
XXII. *De corporum naturalium Coloribus.* 280

LIBER QUARTUS.

Pars Prima. De Mundi Syſtemate.

Cap. I. *Idea generalis Syſtematis Planetarii.* 285
II. *De Motu Apparenti.* 294
III. *De Phænomenis Solis ex motu Telluris in Orbitâ.* 297
IV. *De Phænomenis Planetarum Inferiorum, ex horum, & Telluris, motibus in Orbitis ſuis.* 299
V. *De Phænomenis Planetarum Superiorum ex horum, & Telluris, motibus in Orbitis ſuis.* 303
VI. *De Phænomenis Satellitum ex motu horum in Orbitis. Ubi de Eclipſibus Solis, & Lunæ.* 304
VII. *De Phænomenis ex motu Solis, Planetarum, & Lunæ circa Axes.* 311

Cap. VIII. *De Phænomenis Telluris ſuperficiem, & peculiares hujus partes, ſpectantibus.* 315.
IX. *De Phænomenis ex motu Axeos Telluris.* 328
X. *De Stellis fixis.* 329

Pars Secunda. Motuum Cœleſtium cauſæ Phyſicæ.

Cap. XI. *De Univerſali Gravitate.* 332
XII. *De Materiâ Cœleſti; Ubi vacuum dari probatur.* 341
XIII. *De Motu Telluris.* 346
XIV. *De Denſitate Planetarum.* 350
XV. *Totius Syſtematis Planetarii Explicatio Phyſica.* 356
XVI. *Motus Lunæ Explicatio Phyſica.* 363
XVII. *De Planetarum Figuris.* 383
XVIII. *Motus Axeos Telluris Explicatio Phyſica.* 388
XIX. *De Æſtu Maris.* 390
XX. *De Lunæ Denſitate & Figurâ.* 397

PRI-

PRIVILEGIE.

De Staaten van Holland ende Weſtvrieſland doen te weeten. Alzoo Ons vertoond is by Pieter vander Aa, Boekverkooper te Leyden, dat hy Suppliant voor eenige tyd, in Vier curieuſe kopere bladplaten, had uytgevoert de *Tabulæ Chronologicæ Imperatorum, Regum, Dynaſtarum, Vrbium, Paparum, Rerum, Virorumque Illuſtrium, a Mundo condito, ad Annum* 1714., en die hy vervolgens, van tyd tot tyd, zoude vermeerderen; En nu nog onder handen hadde om te drukken, *Guiljelmi Iacobi s' Graveſande Inſtitutiones Philoſophiæ Newtonianæ, in Vſus Academicos, in Duodecimo, cum Figuris*; Dog alzoo de Suppliant bedugt was, dat eenige nydige of baatzoekende menſchen, 't zy binnen of buyten 's Lands, hem de voorſz. *Tabulæ Chronologicæ* en *'s Graveſande Inſtitutiones Philoſophiæ Newtonianæ* mogten komen naa te drukken, waar door hy van zijne koſten en arbeyd, daar aan gedaan, of nog te doen, verſteecken zoude zijn: zoo keerde de Suppliant zig tot Ons, ootmoedelijk verzoekende Ons Octroy op de voorſz. *Tabulæ Chronologicæ*, en *'s Graveſande Inſtitutiones Philoſophiæ Newtonianæ, in Vſus Academicos*, om dezelve voor den tyd van 15. agtereenvolgende jaaren, alleen, met Secluſie van allen anderen, hier te Lande te mogen drukken, uyt te geeven en te verkoopen, in zoodaanige Taalen en Formaaten, als den Suppliant voor zijn intereſt beſt oirbaar zoude vinden: met expres verbod aan allen ende eenen yegelijken, buyten hem Suppliant, of die zijn Actie of Regt namaals mogten verkrijgen, de voorn. *Tabulæ Chronologicæ Imperatorum, Regum, Dynaſtarum, Vrbium, Paparum, Rerum, Virorumque Illuſtrium*, in 't Latyn; Midtſgaders *Guiljelmi Iacobi 's Graveſande Inſtitutiones Philoſophiæ Newtonianæ, in Vſus Academicos*, in eenigerhande Taalen te drukken, naa te drukken, te doen naa drukken, uyt te geeven, te verkoopen, ofte te verhandelen, in 't geheel, nog ten deele, nog met nog zonder plaaten, nog onder prætext van vermeerdering, verbetering, verandering van naam, valſche Tytels, ofte hoedaanig het ook genoemt zoude mogen werden, ofte in eenigerhande Taal of Taalen, buyten dezen Lande gedrukt werdende dezelve niet te mogen inbrengen, te verhandelen ofte te verkoopen, alles t'elkens op verbeurte van alle de naagedrukte, ingebragte, verhandelde of verkogte Exemplaren, midtſgaders, daar en boven, een Boete van Drie duyzent guldens, by Ons tegen de Contraventeurs te ſtellen,

len, zoo dikwils en menigmaal, als dezelve zouden werden agterhaalt. ZOO IS'T, dat Wy de zaake ende 't voorſz. verzoek overgemerkt hebbende, ende geneegen wezende ter bede van den Suppliant, uyt Onſe regte wetenſchap, Souveraine Magt, ende Authoriteyt, den zelven Suppliant geconſenteert, geaccordeert, ende geoctroyeert hebben, conſenteeren, accordeeren ende Octroyeeren hem by dezen, dat hy, gedurende den tyd van Vyftien eerſt agter eenvolgende Jaaren, de voorſz. *Tabulæ Chronologicæ Imperatorum, Regum, Dynaſtarum, Vrbium, Paparum, Rerum, Virorumque Illuſtrium, a Mundo condito ad annum* 1714. ende die hy vervolgens, van tyd tot tyd, zoude vermeerderen, midſgaders *Guiljelmi Iacobi 's Graveſande Inſtitutiones Philoſophiæ Newtonianæ, in Vſus Academicos, in Duodecimo*, binnen den voorſz. Onſen Lande, alleen zal mogen drukken, doen drukken, uytgeeven, ende verkoopen, met de figuren: Verbiedende daar omme allen ende eenen yegelijken, het zelve Boek ende de voorſz. *Tabulæ Chronologicæ*, in 't geheel ofte ten deel, te drukken, naa te drukken, te doen naa drukken, te verhandelen ofte verkoopen, ofte, elders naagedrukt, binnen den zelven Onſen Lande te brengen, uyt te geeven, te verhandelen ofte te verkoopen, op verbeurte van alle de naagedrukte, ingebragte, verhandelde, ofte verkogte Exemplaren, ende een boete van Drie duyzent guldens daar en boven te verbeuren, te appliceren een Derde-part voor den Officier, die de Calange doen zal, een Derde-part voor den Armen der plaatſe daar het Caſus voorvallen zal, ende het reſterende Derde part voor den Suppliant, ende dit t'elkens, zoo menigmaal, als dezelve zullen werden agterhaalt; Alles in dien verſtande, dat Wy den Suppliant met dezen Onſen Octroye alleen willende gratificeren tot verhoedinge van ſijne ſchaade, door het naadrukken van het voorſz. Boek ende de *Tabulæ Chronologicæ*, daar door, in geenigen deele verſtaan, den innehouden van dien te authoriſeren, ofte te advouëren, ende veel min dezelve onder Onſe Protectie ende Beſcherminge, eenig meerder credit, aanzien, ofte reputatie te geeven; Nemaar, den Suppliant in cas daar inne iets onbehoorlykx zoude influëren, alle het zelve, tot zijnen Laſte, zal gehouden weſen te verantwoorden: tot dien eynde wel expreſſelijk begeerende, dat, by aldien hy dezen Onſen Octroye voor het zelve Boek zal willen ſtellen, daar van geen geabbrevieerde ofte gecontraheerde mentie zal mogen maaken, nemaar gehouden weſen het zelve Octroy, in 't geheel, en, zonder eenige omiſſie, daar voor te drukken, ofte te doen drukken, ende dat hy gehouden zal zijn een Exemplaar

van

van het voorſz. Boek gebonden en wel geconditioneert te brengen in de Bibljotheecq van Onſe Vniverſiteyt tot Leyden, en daar van behoorlijk te doen blycken: alles, op pœne van het effect van dezen te verliezen; Ende, ten eynde de Suppliant dezen Onſen Conſente ende Octroye moge genieten, als naar behooren, Laſten Wy allen ende eenen yegelijken dien het aangaan mag, dat ſy den Suppliant van den inhouden van dezen doen, laaten ende gedoogen ruſtelijk, vredelijk, ende volkomentlijk genieten ende gebruyken, ceſſerende alle beleth ter contrarie; Gegeven in den Hage, onder Onſen grooten Segele, hier aan doen hangen, op den Twaalfden February, in 't Iaar Onſes Heeren ende Saligmakers Duyzent Seven honderd Drie en twintig.

Was getekend,

W. V. WASSENAER.

Lager ſtond,

Ter Ordonnantie van de Staaten

SIMON VAN BEAUMONT.

AVIS

CORRIGENDA.

p.4.l.3. *dele* in. p.66.l.6. a fine *lege* in infinitum l.5. & 4. a fine *lege* ſingulis p.72.l.10. a fine *lege* lineæ A*a*. p. 73.l.23. *lege* aberrantem. p.75.l. ult. *lege* ageret. p.77.l.3. *lege* Elaſtrorum l. ult. *lege minima*. p.80.l.5. *lege* quorum. p.81. in marg. n. 266. reſpondere debet l. 14. p. 85. l.11. *poſt* inſtauratur *adde*: p.89. l.4. *lege* ſubducitur. l.7. lege *permutatis*. l. ult. *poſt* deſignamus adde, p.90. l.3. *lege* impreſſione. p.94. l.6. *lege*. (287.). p.132. l.20. *lege* gravium. l.173. l.2. *lege* $\frac{1}{ri} - \frac{1}{RI}$ p.174 l.5. *legge* Atmoſphæram. p.177. l.23. lege *interſtitia*. p.185. l.4. a fine *lege* quorum. p.186. l. 5. *dele* enim. p.188. l.16. *lege* Electricitas. p.192. l.2. *lege* calorem. p.292. l.22. *dele* maximo, id eſt, terminante repreſentationem Syſtematis. *lege* cujus diameter æqualis eſt lineæ AB. p.310. l.23. in margine *lege* T.15. Fig.6. l.5. a fine, in margine *lege*. T.15. Fig.7. p.396. l.4. *lege* (1283.)

AVIS AU RELIEUR.

Le Relieur prendra garde que le papier blanc, qui eſt à côté des figures, doit être conſervé pour faire deborder les figures hors du Livre.

BERIGT AAN DEN BOEKBINDER.

Den Boekbinder zy gewaarſchoud het wit Papier bezyden de figuren niet af te ſnyden; maar die witte zyde in de rug te zetten, op dat de Figuren buyten het Boek kunnen uytſlaan.

PHI-

PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.

LIBER I.

Pars I. de Corpore in genere.

CAPUT I.

De Scopo Phyſices & regulis Philoſophandi.

PHyſica circa *res naturales* & harum *Phænomena* verſatur.

DEFINITIO 1. & 2.

Res naturales *ſunt omnia corpora; congerieſque illorum omnium* univerſum *vocatur.* 1.

DEFINITIO 3.

Phænomena naturalia, *ſunt omnes ſitus & omnes motus corporum naturalium, ab actione entis intelligentis immediate non pendentes, & qui a nobis ſenſibus obſervari poſſunt.* 2.

Non excludimus ex numero Phænomenorum naturalium motus qui in corpore noſtro ad voluntatem fiunt, pendent enim a motu muſculorum, qui etiam alio motu agi-

gitantur, in hiſce ſolus motus ex actione immediata mentis oriundus, & nobis omnino ignotus, non eſt Phænomenon naturale.

Omnes hi motus, regulis certis peraguntur & legibus ſemper iiſdem adſtricti ſunt.

Sol quotidie oritur & occidit, tempuſque ortus & occaſus pro anni tempeſtate & loco, ſemper determinatur; ejuſdem ſpeciei plantæ, iiſdem poſitis circumſtantiis, eodem modo producuntur & creſcunt; & ſic de cæteris. In iis ipſis quæ nobis omnino fortuita & incerta apparent, certas obſervari regulas extra omne dubium eſt.

3. Phyſica *Phænomena naturalia explicat*, id eſt, *illorum cauſas tradit.*

Cum in has cauſas inquirimus, ipſum corpus in genere examinandum eſt, deinde quibus regulis rerum conditor omnes motus peragi voluerit. Hæ *regulæ*, vocantur *leges Naturæ*.

DEFINITIO 4.

4. Naturæ lex ergo *eſt*, *Regula & norma, ſecundum quam Deus voluit certos motus ſemper, id eſt, in omnibus occaſionibus, peragi.*

5. Eſt ideo noſtri reſpectu lex naturæ, omnis effectus, qui in omnibus occaſionibus, idem eſt, cujus cauſa nobis eſt ignota, & quem videmus ex nulla lege nobis nota fluere poſſe.

Leges naturæ niſi ex examine Phænomenorum naturalium, non poſſunt elici.

Ope legum hac Methodo detectarum Phænomena alia explicari debent.

In inveſtigatione Naturæ legum, ſequentes Regulæ Newtonianæ obſervandæ veniunt.

RE-

REGULA 1.

Cauſas rerum Naturalium non plures admitti debere quam quæ & veræ ſint, & earum Phænomenis explicandis ſufficiant. 6.

REGULA 2.

Effectuum Naturalium ejuſdem generis eaſdem eſſe cauſas. 7.

REGULA 3.

Qualitates corporum quæ intendi & remitti nequeunt, quæque corporibus omnibus competunt in quibus experimenta inſtituere licet, pro qualitatibus corporum univerſorum habendas eſſe. 8.

CAPUT II.

De Corpore in genere.

OMnium primum in Corpore conſideranda venit hujus *extenſio.* 9.

Extenſionis idea fere ſemper menti noſtræ obverſatur; eſt hæc ſimpliciſſima, ideoque, verbis nullis deſcribi poteſt.

Omne corpus eſt extenſum, ſublata corporis extenſione integrum tollitur corpus.

Omne tamen extenſum non eſt Corpus, in quo vero Corpus a mero ſpatio differat, non poteſt determinari, niſi examinatis prius aliis Corporis proprietatibus.

Secunda quæ examinanti Corpus ſeſe offert eſt *ſoliditas*. Quando corpus locum deſerere cohibetur, omne aliud corpus ex loco a ſe occupato excludit, & corpora fluidiſſima æque ac maxime dura hac proprietate gaudent. 10.

Tertia Corporis proprietas eſt *diviſibilitas*; eo quod corpus eſt extenſum, etiam eſt di- 11.

viſibile. Extenſio enim alia extenſione minor ſemper poteſt concipi, unde videmus in in omni extenſione partes dari, quæ partes in Corpore a ſe invicem poſſunt ſeparari; quia

12. Corpus quarta proprietate præditum eſt, quod poſſit de loco in locum transferri, unde Corpus *mobile* dicitur. *Vi* autem *inſitâ* in motu perſeverat.

13. Quando nullum datur obſtaculum, corpus ictui minimo cedit, major tamen vis requiritur ad corpus movendum majori cum celeritate quam cum minori, & ad movendum corpus majus quam minus, ſi æqualis fuerit velocitas. Hinc deducimus Corporis *Inertiam*, quæ in omnibus corporibus quantitati materiæ proportionalis eſt, omnibus enim materiæ particulis æqualiter competit.

14. Omne corpus figura eſt præditum, & *Figurabile*, quia in partes poteſt reſolvi & hæ, quæ mobiles ſunt, in vario ordine erga ſe invicem diſponi queunt.

CAPUT III.

De Extenſione, Soliditate, & Vacuo.

15. HIc conſideranda venit in Scholis decantata quæſtio *de vacuo*, ſcilicet an detur extenſio omni materiâ deſtituta; hæc enim extenſio vocatur *vacuum*, *inane*, aut *merum ſpatium*.

Vacuum revera dari ex Phænomenis probatur, & ideo in ſequentibus hæc propoſitio ad examen revocabitur.

Vacuum poſſibile eſſe ex ſolo examine idea-

idearum deducitur. Omne enim quod clare concipimus exiſtere poſſe, poſſibile eſt.

Quæſtio ergo eo redit, an habeamus ideam extenſionis non ſolidæ.

Soliditatis ideam acquirimus contactu, corpora quædam nobis reſiſtere ſentimus, & quidem omnibus momentis nobis illa reſiſtunt, quæ deſcenſum verſus inferiora loca impediunt; ex qua reſiſtentia apparet corpus ex loco a ſe occupato omne aliud corpus excludere, id eſt, illud ſoliditate præditum eſſe, quam ſoliditatis ideam ad corpora ſubtiliora, quæ propter partium tenuitatem ſub ſenſus non cadunt, transferimus, & experientiâ conſtat, hæc ipſa, æque ac duriſſima aliis corporibus reſiſtere. 16.

Aër in quo vivimus fere ſemper viſum & tactum noſtrum fugit, in antlia tamen exacte clauſa embolo reſiſtit, ita ut hic nulla vi ad antliæ fundum protrudi poſſit. (*Exp.*)

In extenſionis autem idea non continetur idea ſoliditatis, hanc non niſi ex contactu, illam vero ſine illo acquirimus, & ſi quis nunquam corpus tetigiſſet, ei ſoliditas omnino ignota eſſet.

Conſpiciat quis idolum inter ſpeculum cavum & objectum ſpeculo expoſitum, idolum tale non reſiſtit, corpus tamen æque denſum ac corpus repræſentatum videtur, poſſunt enim colores magis vividi in idolo quam ipſius objecti colores repræſentari. (*Exp.*) Si homo nihil unquam præter talia idola vidiſſet, & ipſius corpus tali idolo ſimile eſſet, an ullam ſoliditatis haberet ideam? non videtur; extenſionis tamen certiſſime habebit.

Hic non agitur de eo quid ſit tale ido-

lum, de ideis diſputamus, ſat eſt illud dari.

In ſoliditatis privatione non omnis ſita eſt differentia inter *ſpatium* & *Corpus*.

17. *Spatium eſt infinitum*, ac nullis terminari poſſe limitibus, rem attente conſideranti patebit. Corpora autem finita dantur.

18. *In ſpatio partes* dari clare videmus, a ſe invicem vero ſeparari nequeunt, *immobiles ſunt*, *ut & ipſum ſpatium*. Corporis vero partes ſeparationem patiuntur.

Spatii idea ſimpliciſſima eſt; Corporis magis eſt compoſita.

19. Soliditas a quibuſdam impenetrabilitas vocatur, & ex natura extenſionis illam deducere conantur; pedi cubico ex. gr. extenſionis, pes alter cubicus extenſionis addi non poteſt quin habeamus duos pedes cubicos, ſinguli enim habent omnia quæ ad illam magnitudinem conſtituendam requiruntur; pars ergo una ſpatii partes omnes alias excludit & ipſa illas admittere non poteſt.

Reſp. partem ſpatii in alium locum tranſlatam contradictionem involvere; ex immobilitate ergo partium ſpatii, non ex impenetrabilitate ſeu ſoliditate, ſequitur, duas partes ſpatii confundi non poſſe.

CAPUT IV.

De Diviſibilitate Corporis in infinitum, & particularum ſubtilitate.

EO quod Corpus eſt extenſum etiam eſt diviſibile, id eſt, in eo partes conſiderari poſſunt.

Dif-

Differt tamen Corporis diviſibilitas, ab extenſionis diviſibilitate, illius enim partes à ſe invicem ſeparari poſſunt. Hæc vero proprietas cum ab extenſione pendeat, in extenſione examinari debet.

Corpus eſt diviſibile in infinitum, id eſt, in ejus extenſione nulla pars quamtumvis parva poteſt concipi, quin detur minor. 20.

Sit linea A C, ad B F, perpendicularis. ut & G H, ad parvam ab A diſtantiam, ac eandem etiam perpendicularis, centris C, C, &c. & radiis C A, C A, &c. deſcribantur circuli ſecantes lineam G H, in punctis *e*, *e* &c. quo major eſt radius A C, eo minor eſt pars *e* G: radius poteſt in infinitum augeri, & ergo minui pars *e* G, quæ tamen nunquam ad nihilum poteſt redigi, quia circulus cum linea recta B F, coincidere nunquam poteſt. TAB. I. fig. 1.

Partes ergo magnitudinis cujuſcunque in infinitum poſſunt minui & nullus diviſionis datur finis.

Innumeris aliis idem probari poteſt Mathematicis demonſtrationibus.

Ex hac diviſibilitate deducimus, *data quavis materiæ particula quantumvis exigua, & dato ſpatio quovis finito utcunque amplo, poſſibile eſſe, ut materia iſtius arenulæ per totum illud ſpatium diffundatur, atque ipſum ita adimpleat ut nullus ſit in eo porus cujus diameter minimam datam ſuperet lineam.* Quod ut demonſtremus, ſpatium implendum, diviſum concipimus in cellulas cubicas quarum latera æqualia aut minora ſint minimâ lineâ datâ: numerus cellularum finitus erit, & in tot partes arenula data dividi poterit, quot 21.

cellulæ dantur; ita ut in ſingulis cellulis particulam unam poſitam concipere poſſimus: concipiendum ulterius ex ſingulis hiſce particulis minimis globum cavum formari. Propter materiæ diviſibilitatem poteſt globus cavus ſemper augeri minuendo materiæ craſſitiem, cum autem in ſingulis cellulis globus talis detur, poterunt ſinguli augeri, donec vicini ſeſe mutuo tangant, ut omnes ſimul ſpatium impleant.

22. Objectiones præcipuæ, contra diviſibilitatem materiæ in infinitum, ſunt, infinitum finito contineri non poſſe; ex diviſibilitate in infinitum ſequi, omnia corpora eſſe æqualia, aut infinitum alio infinito majus dari.

Sed hiſce reſponſio facilis eſt, infinito non tribuendæ ſunt proprietates quantitatis finitæ & determinatæ. Partes infinite parvas numero infinito in quantitate finita dari non poſſe quis unquam probavit; ut & omnia infinita eſſe æqualia? Contrarium in innumeris occaſionibus a Mathematicis demonſtratur.

23. Si examinatâ poſſibili materiæ diviſibilitate partium ſubtilitatem in corporibus ad examen revocemus, hanc captum noſtrum in immenſum ſuperare conſtabit; innumeraque in rerum natura dantur exempla talium particularum a ſe invicem ſeparatarum.

Boileus hæc variis probat argumentis.

24. Loquitur de filo ſerico trecentis ulnis Anglicanis longo & ponderis duorum granorum cum ſemiſſe.

25. Folia auri menſuravit, & ponderavit, & reperit, quinquaginta pollices quadratos unicum tantum ponderare granum; ſi unius pol-

pollicis longitudo dividatur in ducentas partes, omnes oculo diſtingui poterunt, dantur ergo in pollice quadrato partes viſibiles quadraginta millia, & in uno auri grano partium numerus eſt duarum millionum, quas partes viſibiles ulterius poſſe dividi nemo negabit.

Octo granis auri deaurari poteſt integra 26.
argenti uncia, quæ deinde porrigitur in filum longitudinis tredecim millium pedum.

In corporibus odoriferis majorem par- 27.
tium percipimus ſubtilitatem & quidem a ſe invicem ſeparatarum, plura longo tempore fere nihil ſui ponderis amittunt & ſpatium ſatis magnum particulis odoriferis continuo implent, qui computum de tali ſubtilitate inire voluerit in illarum numero quid portenti facile reperiet.

Ope microſcopiorum objecta quæ viſum 28.
fugiunt magna videntur, dantur animalcula per optima microſcopia vix viſibilia, habent tamen partes omnes ad vitam neceſſarias, ſanguinem, & alia liquida; ſubtilitas partium illa componentium quanta ſit quis non videt?

CAPUT V.

De Cohæſione partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate & Elaſticitate.

OMne corpus quod in ſenſus noſtros ca- 29.
dit, ex particulis quam minimis conſtat, nulla harum in ſe eſt indiviſibilis, noſtri reſpectu, omnes ſunt, diviſio enim quæ a nobis fieri poteſt, eſt particularum ſeparatio.

Quando magna vis ad illam ſeparationem requiritur, corpus durum vocatur.

Si partes facilius cedant, & cum ſub lapſu partium introcedant molle vocatur.

Sed hæc in ſignificatione vulgari, vis magna & minor nihil determinati denotant & corpus durum reſpectu unius hominis, alteri molle videtur.

DEFINITIO I.

30. *Philoſophicè* corpus durum *vocatur, cujus partes inter ſe cohærent & neutiquam introcedunt, ita ut partes nullo motu affici poſſint quin diſrumpatur corpus.*

Corpus tale perfectè durum nullum novimus.

DEFINITIO 2.

31. *Philoſophice* corpus molle *vocatur cujus partes introcedunt & ſublabuntur* licet ad illud mallei ictus requirantur.

DEFINITIO 3.

32. *Corpus cujus partes cuicunque impreſſioni cedunt & cedendo facillime moventur inter ſe vocatur* fluidum.

Hæc omnia a cohæſione partium pendent, quo arctior hæc eſt eo magis ad perfectam duritiem corpus accedit. Durities vero particularum minimarum ab illarum ſoliditate non differt, & eſt proprietas eſſentialis corporis, quæ non magis explicanda eſt, quam quare corpus ſit extenſum & mens cogitet.

An omnia corpora ex particulis æqualibus & ſimilibus conſtent dificulter determinari poterit; & circa cauſam cohæſionis particularum multa obſcura ſunt.

Naturæ leges quæ hìc locum habent ex Phænomenis deducuntur.

Co-

Cohæſionis lex peculiaris eſt, omnes par- 33.
ticulas *vi attractiva* gaudere, id eſt, ſi vicinæ fuerint, ſponte ad ſe mutuo tendunt; cujus motus cauſa nos latet, ſed cùm motum hunc generaliter locum habere obſervemus, ipſum inter leges naturæ referimus [a].

DEFINITIO. 4.

Per vocem *attractionis* intelligimus *vim* 34.
quamcumque qua duo corpora ad ſe invicem tendunt; licet forte illud per impulſum fiat. Hoc nomine Phænomenon, non cauſam deſignamus.

Attractio autem quæ in cohæſione partium 35.
locum habet hiſce legibus ſubjicitur, *ut in ipſo particularum contactu ſit perquam magna, & ſubito decreſcat, ita ut ad diſtantiam quam minimam quæ ſub ſenſus cadit non agat, imo etiam ad majorem diſtantiam ſeſe mutet in* vim repellentem, *qua particulæ ſeſe mutuo fugiunt.*

Ope hujus legis multa Phænomena facillime explicantur, & innumeris experimentis præcipue chemicis illa attractio & repulſio pleniſſime probantur.

In omnibus corporibus fluidis partes omnes 36.
ſeſe mutuo attrahere videmus, ex figura Sphærica quam guttæ ſemper habent; ex eo etiam quod nullum detur fluidum, cujus partes non ſint quaſi conglutinatæ, quod in ipſo Mercurio clare apparet.

Sed multo melius hæc mutua particularum attractio probatur, ex eo quod in omnibus fluidis duæ guttæ ſtatim ac ſe invicem quam minime tangunt, in unam guttam majorem redigantur; quæ omnia cum etiam in metallis liquefactis locum habeant, ſe-

a 5.

ſequitur particulas illa componentes & tum ſeſe mutuo attrahere, cum motu ignis a junctione arcentur.

37. Hæc non oriuntur ab aëris preſſione, quia & in loco aëre vacuo procedunt, neque ab aliûs materiæ cujuſcunque preſſione ab omni parte æquali, talis enim preſſio guttæ figuram, quæcunque hæc fuerit, minimè poteſt mutare, ut in libro ſecundo videbimus. Etiam

T. I. fig. 2. primo intuitu patet in gutta ovali A B C D preſſiones in ſuperficies A B & C D ſuperare preſſiones in ſuperficies A D, B C, ſi ab omni parte gutta æqualiter premitur. Non poteſt tamen gutta rotunda fieri, quin preſſiones hæ minores, majores vincant, quod eſt abſurdum.

38. In attractione contra, quo major eſt numerus particularum ſe mutuo attrahentium inter duas particulas, eo majori vi verſus ſe mutuo feruntur, unde motus in gutta datur, donec diſtantiæ inter puncta oppoſita in ſuperficie ſint ubique æquales, quod in ſola figura ſphærica locum habet.

Multa quoque corpora attractione hac agunt in corpora extranea. (*Exp.*)

39. Repulſionis exempla habemus inter aquam & oleum, & in genere inter aquam & omnia corpora pinguia, inter Mercurium & Ferrum, ut & etiam inter particulas pulveris cujuſcunque. (*Exp.*)

DEFINITIO 5.

40. *Elaſticitas vocatur corporum proprietas, qua, ſi figura illorum vi aliqua mutetur, ad priſtinam figuram redeunt.* Si corpus quoddam ſit compactum, flectat ſe, & cum prematur introcedat ſine ullo partium ſuarum ſubla-

pſu,

pſa, corpus revertet ad figuram ſuam, vi illa quæ ex mutua ſuarum partium attractione oritur.

Illam vero aëris proprietatem, quæ illius *elaſticitas* dicitur, oriri ex vi qua partes ſeſe mutuo repellunt, ſuo tempore dicetur. 41.

Et ne quis credat, quia cauſam prædictæ attractionis & repulſionis non damus, illas inter qualitates occultas eſſe recenſendas. Cum Newtono reſpondemus, „ nos illa principia conſiderare non ut *occultas qualitates*, „ quæ ex *ſpecificis* rerum *formis* oriri finguntur; ſed ut *univerſales* naturæ *leges*, quibus „ res ipſæ ſunt formatæ; nam principia quidem talia revera exiſtere oſtendunt Phænomena naturæ, licet ipſorum cauſæ quæ „ ſint nondum fuerit explicatum. Affirmare ſingulas rerum ſpecies *ſpecificis* præditas „ eſſe *qualitatibus occultis*, per quas eæ vim „ certam in agendo habeant, hoc utique eſt „ nihil dicere. At ex Phænomenis naturæ „ duo vel tria derivare generalia motus principia, & deinde explicare quemadmodum „ proprietates, & actiones rerum omnium, „ ex principiis iſtis conſequuntur; id vero „ magnus eſſet factus in Philoſophia progreſſus, etiamſi principiorum iſtorum cauſæ nondum eſſent cognitæ „ 42.

CAPUT VI.

De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.

MOtus *eſt translatio de loco in locum*, *ſive continua loci mutatio*. Unuſquiſque illius habet ideam, quæ ſimplex eſt & verbis explicari nequit. 43.

44. Locus *eſt ſpatium a corpore occupatum*, & de eo idem ac de *motu* dicendum.

Duplex eſt, *verus* ſeu *abſolutus*, & *relativus*.

DEFINITIO 1.

45. Locus verus *eſt pars ſpatii immobilis quæ a corpore occupatur*.

DEFINITIO 2.

46. Locus relativus, qui ſolus ſenſibus diſtinguitur, *eſt ſitus corporis reſpectu aliorum corporum*.

Sæpe mutatur locus verus manente relativo, & vice verſa.

47. Unde motus alter eſt *verus* ſeu *abſolutus*, alter *relativus*.

Dum corpus movetur, tempus labitur.

48. Tempus etiam duplex eſt; *verum* ſeu *abſolutum*, & *relativum*.

49. *Verum* nullam habet relationem ad motum corporum, neque ad ſucceſſionem idearum in Ente intelligenti, ſed ſua natura ſemper æqualiter fluit.

DEFINITIO 3.

50. Tempus relativum *eſt pars temporis veri motu corporum menſurata*, hoc ſolum ſub ſenſus cadit.

Motus omnis poteſt celerior fieri, & etiam corpus tardius quam ante poteſt moveri; & veriſimillimum eſt nullum dari motum corporum omnino æquabilem; unde ſequitur tempus *relativum* a *vero* differre, hoc enim nunquam citius, nunquam tardius fluit.

DEFINITIO 4.

51. *Illa motus affectio, qua in certo tempore certum ſpatium a corpore moto percurritur, vocatur* celeritas *aut* velocitas; *quæ ergo major*

52.

aut minor, eſt pro magnitudine illius ſpatii, & *illi ſpatio ſemper proportionalis eſt.*

Unde patet *ſpatium percurſum ad inſtar temporis augeri, ſi velocitas maneat; & generaliter ſpatium percurſum ſequi rationem compoſitam temporis & velocitatis.* 53.

DEFINITIO 5.

Motus directio *eſt recta, quæ ducta concipitur verſus partem qua tendit mobile.* 54.

DEFINITIO 6.

Potentia *aut* preſſio *eſt vis continua in corpus agens ad illud ex loco movendum, & quæ actionem in corpus exerere poteſt, hoc non moto, aut motu jam impreſſo non mutato.* Si nempe preſſionis actio contraria preſſione deſtruatur. 55.

LIBRI I.

Pars II. de Actionibus Potentiarum.

CAPUT VII.

De Actionibus Potentiarum comparandis.

Preſſiones, id eſt, Potentiarum actiones *æquales* eſſe has, quæ *æqualibus temporibus æquales edunt effectus*, primo intuitu patet. 56.

Preſſionem contrariam poſſe vincere Preſſionem, in dubium nemo vocabit. *Preſſiones æquales ſeſe mutuo deſtruere, & has eſſe æquales quæ ſeſe mutuo deſtruunt*, ſi pro axiomate non habeatur, ex dictis haud dificulter deduci poterit. 57.

Ex quibus etiam patet, *Preſſiones eſſe inter* 58.

ſe ut effectus æqualibus temporibus editos.

59. *Si prematur obſtaculum & hoc ex loco non recedat, contrariâ preſſione* deſtruitur *preſſio*; aliter enim hæc nullum ederet effectum. Si ergo *non deſtruatur, cedit obſtaculum.* Hic non conſideranda eſt vis quæ in quibuſdam occaſionibus obſtaculo communicatur & qua

60. in motu perſeverat, [a] *agitur tantum in tota hac parte ſecunda de translatione quæ eſt effectus immediatus preſſionis*, & quæ ſemper tantum ſola locum habet in momento primo infinite exiguo, quando actione potentiæ obſtaculum movetur.

Cum effectus preſſionis contraria preſſione non deſtructæ ſit obſtaculi translatio, ſequi-

61. tur *actiones variarum potentiarum tantum inter ſe poſſe differre reſpectu obſtaculorum in quæ agunt potentiæ, & reſpectu ſpatiorum ab obſtaculis percuſſorum.*

DEFINITIO.

62. *Magnitudo preſſionis conſiderata cum relatione ad obſtaculum quod ab illa removetur vocatur* Potentiæ intenſitas.

63. *Sunt* igitur *potentiarum intenſitates ut obſtacula in quæ illæ agunt.*

64. *Si æqualibus temporibus per ſpatia æqualia obſtacula cedant actiones Potentiarum ſunt ut harum intenſitates* b.

65. *Si Potentiarum intenſitates fuerint æquales, id eſt, ſi in obſtacula æqualia agant* c, *Potentiarum actiones ſunt ut ſpatia, æqualibus temporibus, ab obſtaculis percurſa* d.

66. *Si autem & obſtacula & viæ ab his æqualibus temporibus percurſæ differant ſunt potentiarum*

a 12. b 58. 61. 63. c 63. d 58. 60. 61.

rum actiones ut intenſitates & ut viæ percurſæ[a]; id eſt, in harum rationum ratione compoſita. Ex. gr. ſi unius potentiæ intenſitas fuerit dupla, id eſt, ſi obſtaculum fuerit duplum, & per ſpatium triplum removeatur, actio erit bis tripla, aut ter dupla, nempe ſextupla. Ratio hæc compoſita habetur ſi, datis numeris in ratione intenſitatum & aliis in ratione ſpatiorum percurſorum, pro ſingulis potentiis, intenſitas per ſpatium ab obſtaculo percurſum multiplicetur; producta enim habebunt quæſitam compoſitam rationem.

Unde deducimus, *diviſis ſingulis actionibus potentiarum per ſpatium ab obſtaculo ſuo percurſum quotientes eſſe ut intenſitates*; & *quotientes eſſe ut ſpatia percurſa, ſi ſingulæ eædem actiones per intenſitatem ſuæ potentiæ dividantur.* 67. 68.

Ex his patet *Intenſitates Potentiarum* augeri, ut augentur actiones & ut minuuntur ſpatia percurſa; Vocatur hoc *in ratione compoſita directæ actionum & inverſæ viarum percurſarum.* 69.

Similiter *ſunt viæ percurſæ directè ut actiones & inverſè ut intenſitates.* 70.

Potentiarum actiones ſunt æquales, ſi potentia quæ aliam intenſitate ſuperat eodem modo reſpectu viæ percurſæ ſuperetur[b]. In hoc caſu *viæ percurſæ ſunt inverſè ut intenſitates*; & *ſeſe mutuo deſtruunt preſſiones tales, ſi contrariæ agant*[c]. 71. 72.

CA-

a 64. 65. b 66. c 57.

CAPUT VIII.

Generalia circa Gravitatem.

PHÆNOMENON 1.

73. *OMnia Corpora in Terræ viciniis, ſi nullo obſtaculo cohibeantur, Terram verſum feruntur.*

DEFINITIO 1.

74. *Vis qua corpora Tellurem verſus pelluntur, vocatur* gravitas.

DEFINITIO 2.

75. *Vis hæc cûm relatione ad corpus, quod ipſâ premitur, vocatur* corporis pondus.

PHÆNOMENON 2.

76. *Vis gravitatis ubique in Terræ viciniis, & omnibus momentis, æqualiter agit.*

Parva quidem datur gravitatis differentia in regionibus diverſis, de qua in ſequentibus; nimis tamen eſt exigua ut hìc conſideretur, præcipuè cum in regionibus, quæ inter ſe ſunt vicinæ, omnino ſit inſenſibilis.

77. Quando corporis deſcenſus obſtaculo cohibetur, pondere ſuo ſemper æqualiter obſtaculum premit, verſus Terræ centrum tendens; poteſt ergo haberi pro potentia in obſtaculum agenti, & quæ de potentiis in capite præcedenti ſunt demonſtrata, hìc etiam locum habent.

PHÆNOMENON 3.

78. *Corpora quæ vi gravitatis deſcendunt, ſi omnis tollatur reſiſtentia, ſunt æquevelocia.* (Exp.)

Unde deducimus ſingulas minimas particulas materiæ ſi æquales fuerint æqualiter a gravitate premi, cujuſcunque corporis particulæ fuerint; gravitatemque totius Corporis

ris pendere a numero particularum talium in hoc. *ſunt* ergo *pondera corporum quantitatibus materiæ in his proportionalia.* 79.

Quando pondus conſideratur ut potentia, intenſitas potentiæ proportionalis eſt quantitati materiæ in corpore ponderanti, & potentiæ directio eſt verſus Terræ centrum. 80.

CAPUT IX.

De Trochlea ſimplici, Libra, & Centro gravitatis.

DEFINITIO 1.

TRochlea ſimplex, *eſt orbiculus circa axem volubilis, cui circumpoſitus funis ductarius dictus*, Trochlea videtur in A, funis ductarius eſt *dce.* 81. T. I. fig. 3.

Hac Machina potentiæ directio mutatur, nec ullius aliûs uſus eſt, quando ſuo loco eſt fixa; in hoc enim caſu, *Potentia funi ductario applicata, ut* M, *æqualis impedimento* P, *æquipollet impedimento*; Impedimentum enim eſt contraria potentia, quæ cum prima tantum intenſitate differre poteſt [a]; nam hæc moveri non poteſt, quin impedimentum eodem tempore ſpatium æquale percurrat. 82.

Pondera explorantur, id eſt, quantitates materiæ in corporibus comparantur [b], adhibitâ librâ aut bilance, inſtrumento notiſſimo. 83.

DEFINITIO 2.

Axis libræ vocatur *linea circa quam libra movetur, aut potius rotatur.* 84.

DEFINITIO 3.

Quando longitudinem brachiorum ſive jugi 85.

a 61. 63 b 79.

jugi conſideramus, axis conſideratur ut punctum, & vocatur *centrum libræ.*

DEFINITIO 4.

86. Puncta ſuſpenſionis, aut applicationis, vocantur, *puncta in quibus vel actu ſunt, vel liberè dependent pondera, aut lances quibus pondera imponuntur.*

Circa hanc Machinam ſequentia notanda ſunt.

87. *Pondus æqualiter gravat punctum, ſi libere ab eo dependeat ad quamcumque altitudinem, ac ſi pondus in ipſo poſitum intelligeretur.* (Exp.)

Pondus enim corporis ad omnes altitudines æqualiter trahit funem quo ſuſpenditur [a].

88. *Actio ponderis ad movendam libram eo major eſt, quo magis punctum pondere gravatum à centro libræ diſtat; & actio ſequitur rationem diſtantiæ prædicti puncti ab illo centro.*

T. I. fig. 4. Quando libra rotatur, in eodem libræ motu, punctum B percurrit arcum B *b*, & punctum A, arcum A *a*, quorum ultimus maximus eſt; in illo ergo libræ motu actio ejuſdem ponderis varia eſt, pro puncto cui applicatur, & ſequitur proportionem ſpatii ab hoc puncto percurſi [b]; eſt ergo in A, ut A *a*; in B, ut B *b*; arcus vero illi ſunt inter ſe ut C A, C B. (*Exp.*)

DEFINITIO 5.

89. Libra in æquilibrio dicitur, *quando actiones ponderum in utrumque brachium ad movendam libram, ſunt æquales; ita ut ſeſe mutuo deſtruant.*

DEFINITIO 6.

90. *Quando libra eſt in æquilibrio, pondera ab utraque parte dicuntur* æquiponderare.

Pon-

a 75. 76. b 65. 77.

Pondera inæqualia poſſunt æquiponderare. 91.
Ad illud requiritur, ut diſtantiæ a centro
ſint reciproce ut pondera [a]. In eo caſu, ſi
unumquodque pondus per ſuam diſtantiam
multiplicetur, producta erunt æqualia. (*Exp.*)

Hoc fundamento nititur Statera Roma- 92.
na, qua unico pondere omnia ponderantur.
(*Exp.*)

Eodem etiam nititur fundamento bilanx 93.
fallax, cujus nempe brachia ſunt inæqualia.
(*Exp.*)

Plurima pondera ad varias diſtantias ab una 94.
parte, unico ponderi ad aliam partem, poſſunt
æquiponderare. Ad illud requiritur, ut pro-
ductum hujus ponderis per ſuam diſtantiam
a centro, æquale ſit ſummæ productorum
omnium aliorum ponderum, ſingulatim u-
numquodque per ſuam diſtantiam a centro
multiplicatorum. (*Exp.*)

Plurima pondera, numero inæquali, ab utra- 95.
que parte, poſſunt æquiponderare. In eo caſu,
ſi unumquodque multiplicetur per ſuam di-
ſtantiam a centro, ſummæ productorum ab
utraque parte erunt æquales: & ſi ſummæ
iſtæ ſunt æquales, datur æquilibrium. (*Exp.*)

DEFINITIO 7.

Centrum gravitatis *vocatur punctum in* 96.
corpore, circa quod omnes partes corporis, in
quocumque ſitu poſiti, in æquilibrio ſunt.

Quando duo aut plura corpora jungun- 97.
tur, ſive ſint contigua ſive ſeparata, com-
mune centrum gravitatis habent.

Quando centrum gravitatis ſuſtinetur, corpus 98.
quieſcere poteſt (Exp.)

Quando centrum gravitatis non ſuſtinetur, 99.
cor-

a 89. 71.

corpus quieſcere non poteſt, ſed gravitate movetur. (Exp.)

100. Ex hiſce ratio redditur, quare corpora quædam planis inclinatis impoſita, devolvantur, & alia ſimpliciter labantur.

T. I. fig. 5. Corpus A labitur, quia centrum gravitatis illius a plano inclinato ſuſtinetur, id eſt, linea verticalis quæ tranſit per centrum illud *c*, ſecat planum inclinatum intra baſin corporis *d e*. Corpus vero B devolvitur, quia verticalis linea quæ tranſit per centrum gravitatis, ſecat planum inclinatum extra baſin *f g*. (*Exp.*)

101. Ex prædictis etiam ſequitur, *corpus deſcendere quando gravitatis centrum deſcendit*, id eſt, verſus Terræ centrum movetur.

Aliquando in hoc caſu corpus ſi integram ipſius maſſam conſideremus, adſcendit. (*Exp.*)

102. Ulterius ex iis, quæ de centro gravitatis dicta ſunt, deducitur; Quod omne punctum in quocunque corpore aut machina, quod ſuſtinet centrum gravitatis alicujus ponderis, totum pondus ſuſtineat: ita ut tota vis, qua corpus terram verſus tendit, in hoc centro coacta videatur. (*Exp.*)

103. Ad perfectionem libræ requiruntur 1. ut puncta ſuſpenſionis lancium aut ponderum ſint exacte in eadem linea cum centro libræ; 2. ut ab utraque parte exacte ab iſto centro æquidiſtent; 3. ut libræ brachia, quantum commodè fieri poteſt, ſint longa; 4. ut in motu jugi & lancium, quantum fieri poteſt, parvus ſit attritus; 5. ut centrum gravitatis jugi ponatur paululum infra centrum motus; 6. demum ut partes axeos quæ jugo ſe-

ſeparantur ſint exactiſſimè in eadem linea recta.

CAPUT X.

De Machinis ſimplicibus.

DEFINITIO I.

VEctis à Mathematicis vocatur *linea recta inflexilis, ponderibus ſuſtinendis aut elevandis accommodata, ponderis vel nullius vel ſaltem æquabilis.* 104.

Inter Machinas, quæ ſimplices vocantur, primum locum occupat, eſt omnium ſimpliciſſima, & uſu venit quando pondera ad parvam altitudinem elevanda ſunt.

Circa Vectem tria conſideranda ſunt.

1. Pondus ſuſtinendum aut elevandum P. T. I. 2. Potentia, qua ſuſtinetur aut elevatur M, fig. 6. quæ vulgo eſt actio hominis. 3. Fulcrum, id 7. 8. eſt, illud quo Vectis ſuſtinetur, aut ſuper quo movetur aut potius rotatur, dum ipſum immobile manet F.

Vectes triplicis ſunt generis. 105.

1. Aliquando fulcrum inter pondus & potentiam ponitur. T. I. fig. 6.

2. Aliquando pondus inter fulcrum & potentiam. T. I. fig. 7.

3. Sæpe etiam ipſa potentia agit inter pondus & fulcrum. T. I. fig. 8.

In omnibus caſibus regulæ eædem locum habent, quæ ex iis, quæ de libra dicta ſunt a, ſequuntur, & quæ analogiam inter libram & vectem oſtendunt. Vectis primi generis eſt quaſi ſtatera Romana ad elevanda pondera accommodata.

a 88.

106. *Actio potentiæ, & ponderis reſiſtentia, creſcunt in ratione diſtantiæ à fulcro* [a]; ideoque *ut potentia valeat ad ſuſtinendum pondus, requiritur, ut diſtantia puncti in vecte, cui applicatur, ſit ad ponderis diſtantiam, ut pondus ad potentiæ intenſitatem* [b], *quæ ſi paululum adaugeatur, pondus elevabitur.* A F, eſt ad F B, ut potentia M ad pondus P. (*Exp.*)

107. *Vectis compoſitus ex variis vectibus junctis formatur;* in hoc caſu loco potentiæ, adhibito ſecundo vecte, movetur primus; ſecundus tertio poteſt agitari, & ſic ulterius ſi libuerit, ultimo vecte tandem applicatur *potentia*, quæ *eſt ad pondus in ratione compoſita ex rationibus potentiarum ad pondera in ſingulis vectibus, quando ſeparatim adhibentur.* (Exp.)

Vecte etiam ſæpe utuntur artifices ad pondera vehenda, & hujus uſus vectis varii dantur caſus digni qui notentur, & quorum demonſtratio ex dictis facile deducitur.

108. Circa omnes caſus generaliter obſervandum, *intenſitatem potentiæ, aut intenſitates potentiarum junctas, quando plurimæ dantur, æquipollere debere gravitati ponderum vehendorum, aut ſuſtinendorum.* Quia in translatione hac potentiæ & pondera æquales percurrunt vias.

109. *Si duabus potentiis ſuſtineri aut vehi debeat*
T. I. *pondus, inter potentias collocandum erit, &*
fig 9. *diſtantiæ potentiarum ab utraque parte à pondere debent eſſe in ratione inverſa potentiarum intenſitatum.* Potentiæ duæ M, *m*, junctæ valent pondus P; & eſt A C ad C B, ut *m* ad M. Actiones potentiarum in æquilibrio ſunt circa punctum C, ita ut tota harum vis coacta ſit in hoc puncto quod ſolum trahitur pondere P.

a 88. b 91.

Quando unâ potentiâ duo pondera ſuſtinenda ſunt, potentiam inter pondera poni neceſſe eſt, & tunc quæ ſtatim de duabus potentiis dicta ſunt, ad pondera applicari debent. 110.

Plurima pondera ſæpe unâ aut plurimis potentiis ſuſtinentur aut vehuntur. Circa quod notandum, *omnia pondera, in quocunque ſitu poſita, habere commune centrum gravitatis*; quod centrum tale eſt, ut ſi ab utraque parte unumquodque pondus multiplicetur per ſuam diſtantiam ab iſto puncto, ſumma productorum ab utraque parte ſit eadem [a]. 111.

Potentiæ etiam utcunque diſpoſitæ commune habent gravitatis centrum; poſſunt enim per pondera repræſentari [b], & hìc intenſitas uniuſcujuſque potentiæ per ſuam diſtantiam à centro multiplicari debet, & ſummæ productorum erunt ab utraque parte æquales: *ut potentiæ ad pondera ſuſtinenda valeant, requiritur ut potentiarum & ponderum idem ſit gravitatis centrum.* Tunc enim viribus æqualibus [c] commune hoc centrum gravitatis ad partes oppoſitas trahitur, ideoque hæ ſeſe mutuo deſtruunt [d]. T. I. fig. 10.

Ex dictis explicatio figuræ ſatis patet, in qua C denotat centrum gravitatis & ponderum & potentiarum. (*Exp.*

Prædicta etiam locum habent, ſi vectis ab utraque parte potentiis trahatur, juxta directiones oppoſitas agentibus ſive horizontaliter, ſive juxta aliam directionem quamcunque. 112.

Vectis, inſervit ad elevanda pondera ad parvam altitudinem; quando altitudo major

a 95. 94 b 77. c 108. d 57.

jor eſt, Axis in Peritrochio uſu venit.

DEFINITIO 2.

113. Axis in Peritrochio vocatur, *rota cum axe volubilis.*

Potentia in hac machina applicatur periferiæ rotæ, cujus motu funis, cui affixum eſt pondus, axi circumvolvitur, quo pondus elevatur.

T. I. fig 11. Sit *a b* rota, *d e* axis, *p* pondus elevandum, *m* potentia; hujus actione moveatur rota, puncta *b* & *d* arcus ſimiles eo motu deſcribunt; arcus illi ſunt viæ percurſæ à potentia & pondere, & ſunt inter ſe ut *c b* ad *c d*, id eſt ut rotæ diameter ad axis diametrum, ex quo ſequens regula deducitur.

114. *Potentia eo plus valet, quo major eſt rota, & illius actio creſcit in eadem ratione cum rotæ diametro. Pondus eo minus reſiſtit, quo axis diameter minor eſt, & illius reſiſtentia in eadem ratione cum axis diametro minuitur. Et ſemper ut detur æquilibrium inter potentiam & pondus, requiritur ut rotæ diameter ſit ad axis diametrum, in ratione inverſa potentiæ ad pondus* a. (Exp.)

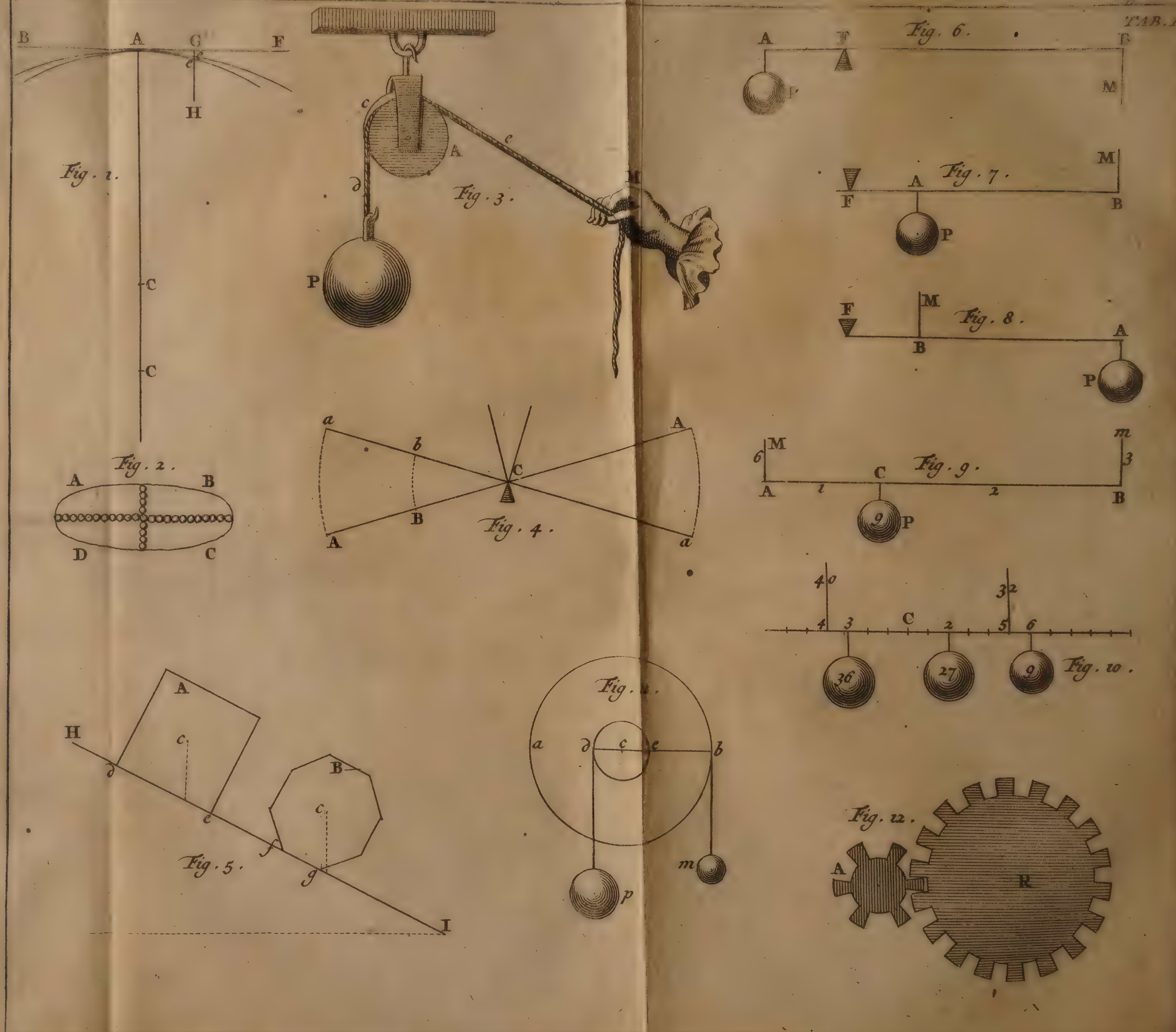
Notandum, axis diametro funis diametrum eſſe addendam.

Potentia poteſt etiam ſcytalæ applicari, & tunc diſtantia puncti, cui applicatur, à centro, pro rotæ ſemidiametro habenda eſt.

Eodem omnino cum hac Machina nituntur fundamento rotæ dentatæ; reſpectu axis in peritrochio ſunt, quod vectis compoſitus reſpectu vectis ſimplicis.

T. I. fig 12. Si axis A rotæ ſit dentatus, valet ad movendam rotam R, cujus periferia dentes habet,

a 71.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.

bet, & cujus axis iterum tertiæ rotæ motum communicare poteſt, & ſic ulterius. In eo caſu

Ratio potentiæ ad pondus, ut æquipolleat, eſt ratio compoſita ex ratione diametri axis ultimæ rotæ ad diametrum primæ; & ratione circumvolutionum ultimæ rotæ ad circumvolutiones primæ, eodem tempore. (Exp.) 115.

Cujus regulæ demonſtratio ex comparatione viarum percurſarum à pondere & potentia deducitur.

Multis in occaſionibus axis in peritrochio ad elevanda pondera inſervire nequit; trochleis in iis caſibus utendum, & Machina, quæ ex iſtis formatur, eſt admodum compendioſa, & facillime de loco in locum transfertur.

Quid ſit Trochlea, jam ante dictum [a].

Si pondus P Trochleæ conjunctum ſit, T 2. fig. 1.
ita ut cum ea trahatur, utraque extremitas *e f*, *c d* funis ductarii ſuſtinet partem dimidiam ponderis. *Quando* ergo *extremitas una,* 116.
unco alligata aut aliter fixa eſt, vis movens alteri extremitati applicata, quæ dimidium ponderis valet, ponderi æquipollet. Poteſt funis extremitas *c d* circumire Trochleam fixam ad directionem mutandam [b], & pondus M huic extremitati applicatum ſuſtinet pondus P duplum & motu ponderis M, aut potentiæ cujuſcunque in M applicatæ elevatur P; cavendum enim, dum pondus hoc cum orbiculo O conjungitur, ne rotatio Orbiculi circa axem impediatur.

Plurimi orbiculi utcunque conjungi poſſunt;

a 81, b 82.

ſunt, & pondus iis anneƈti; ſi tunc unum extremum funis fixum ſit, & funis circumeat omnes orbiculos illos, & tot alios fixos quantum neceſſe eſt, parvâ potentiâ ma-
117. gnum pondus elevari poteſt; in eo caſu *quo numerus orbiculorum ponderi conjunƈtorum major eſt*, (fixis enim aƈtio potentiæ non mutatur a) *eo minor potentia valet ad ſuſtinendum pondus*; *& potentia*, *quæ eſt ad pondus*, *ut unitas ad duplum numeri orbiculorum*, *ponderi æquipollet.* (Expl.)

Ratio eſt, quod ille ſit numerus funium, quibus pondus ſuſtinetur, & unico funi potentia applicetur. (*Exp.*)

118. Quando extremitas funis duƈtarii anneƈtitur ponderi aut orbiculis mobilibus, potentia eſt ad pondus, ut unum ad duplum numeri orbiculorum ponderi affixorum unitate auƈtum. tot enim dantur funes, quibus pondus ſuſtinetur.

119. Plurimi orbiculi ſeparati & mobiles, ha-
T. 2. bentes unuſquiſque ſuum funem peculia-
fig. 2. rem, ſi ita diſponantur, ut in Fig. multo magis aƈtionem potentiæ augent. Aƈtio enim duplicatur pro unoquoque orbiculo, ita ut pro duobus ſit quadrupla, pro tribus oƈtupla, & ſic de cæteris.

Sæpius memorata regula, ſcilicet ſpatia percurſa à potentia & pondere, quando æquipollent, eſſe inter ſe inverſe, ut potentia ad pondus, in omnibus prædiƈtis locum habet.

Hic ſemper funes paralleli ponuntur; quid funium obliquas diſcriminis adferat, in ſequentibus videbimus.

Ex

a § 2.

Ex prædictis jam ſatis patet, quomodo ope parvæ potentiæ pondus magnum ſuſtineri aut elevari poſſit; ad hoſce uſus non reſtringitur Ars Mechanica: actiones potentiarum in omni caſu augeri poſſunt; exemplum pulcherrimum ſuppeditat *Cuneus*, inſtrumentum findendo ligno pluribuſque aliis uſibus inſerviens.

DEFINITIO 3.

Cuneus *eſt priſma non admodum altum, cujus baſes ſunt triangula æquicrura*; quorum unum videtur in A. 120. T. 2. fig. 3.

DEFINITIO 4.

Altitudo trianguli eſt cunei altitudo; ut *d b* 121.

DEFINITIO 5.

Trianguli baſis vocatur etiam cunei baſis; ut *c e*. 122.

DEFINITIO 6.

Acies cunei *eſt linea recta, quæ conjungit triangulorum vertices*; id eſt, punctum *b* cum vertice oppoſito. 123.

Ligno findendo aut corporibus ſeparandis acies cunei applicatur, & ictibus mallei loco preſſionis cuneus intruditur.

Quando totus cuneus intruditur, ſpatium a puncto *d*, cui ictus mallei applicantur, percurſum eſt altitudo cunei *d b* quod ideò pro ſpatio à potentia percurſo haberi debet; ſpatium vero, per quod ligni partes aut corpora a ſe mutuo recedunt, eſt baſis cunei. Unde ſequitur,

Potentiam, ſe habere ad corporum ſeparandorum reſiſtentiam, quando æquipollet, *ut baſis cunei, ad illius altitudinem* a. (Exp.) 124.

Quan-

a 72.

Quando agitur de ligno findendo, regula hæc locum non habet; quia non per æquale ſpatium ligni partes cedunt, & quia partibus quam minime ſeparatis reſiſtentia in totum tollitur. Paulum intricata eſt determinatio actionis cunei. in hoc caſu; propter varia quæ obſervanda ſunt.

Magnam cum cuneo affinitatem habet *cochlea*. Ex duabus partibus conſtat.

DEFINITIO 7.

125. *Prima, quæ vocatur* cochlea interior, *eſt*
T. 2. fig 4. *cylindrus ad formam helicis ſulcatus*, ut A B.

DEFINITIO 8.

126. *Secunda, quæ vocatur* cochlea exterior, & cujus figura differt pro vario uſu Machinæ, *eſt ſolidum cylindrice excavatum, cujus ſuperficies cava eodem modo ſulcata eſt, ita ut hujus eminentiæ cum alterius cavitatibus congruant*, ut DE.

Hæ duæ partes in ſe mutuo moveri poſſunt, quod in uſu hujus Machinæ requiritur. Inſervit præcipuæ ad comprimenda corpora, quæ jungi & firmiter connecti debent; in hac enim Machinâ potentia minima quam arctiſſime corpora comprimit. Poteſt etiam cochlea ad elevanda pondera adaptari. In unaquaque revolutione hujus Machinæ quieta una parte, altera protruditur ad diſtantiam æqualem intervallo duarum proximarum ſpiralium converſionum. Potentia ad cochleam movendam applicatur manu-
127. brio aut ſcytalæ, & *potentia eſt ad compreſſionem, quam generat, ut* prædicta *diſtantia, inter duas proximas ſpiralium converſiones, ad periferiam circuli a puncto manubrii aut ſcytalæ, cui potentia applicatur, percurſi* [a]. via enim

a 72.

a puncto aut plano, quod comprimitur, percurſa, illam ad viam potentiæ rationem habet.

Hìc obſervandum eſt, quando potentia ponderi, aut reſiſtentiæ, æquipollet in Machina quacunque, ſi potentia parte quantumvis exiguâ augeatur, hanc præpollere, Machinâ omnium partium attritu carente; quando vero attritus datur, hic etiam a potentia ſuperari debet. quantum verò ad hoc requiratur, ratiocinio Mathematico determinari non poteſt. In Machina ultimo memorata attritus admodum eſt ſenſibilis, & etiam magni uſus; nam eo Machina in ſitu ſuo ſervatur, & actione corporum quæ comprimuntur, aut gravitate ponderum quæ elevantur, ceſſante actione potentiæ, motu contrario non ad priſtinum ſitum redit.

CAPUT XI.

De Machinis compoſitis.

Jam vidimus, quomodo Machina ex plurimis vectibus [a], aut plurimis rotis, [b] componi poſſit, & quomodo in iſtis machinis *potentia*, ut reſiſtentiæ æquipolleat, 128.
ſit ad reſiſtentiam, in ratione compoſita ex omnibus rationibus, quas in ſingulis machinis potentiæ ad reſiſtentiam haberent, ſi ſeparatim adhiberentur; hæc eadem regula in omnibus aliis machinis compoſitis obtinet.

Non modo plurimæ machinæ ejuſdem generis poſſunt jungi, ex machinis diverſis variis

a 107. b. 115.

variis modis machina componi poteſt; exemplo uno & altero id ſatis patebit.

Exe. 1. Axi in peritrochio funis ductarius trochleæ jungitur, & potentia rotæ applicatur, ſi adhibitâ ſolâ trochleâ quinquies vis augeatur, & diameter axis ſit pars ſexta diametri rotæ, ratio potentiæ ad pondus componitur ex rationibus 1. ad 5.[a], & 1. ad 6.[b], eſt ergo ut 1. ad 30.; & ideo unica libra ſuſtinebit pondus triginta librarum. (*Exp.*)

Exe. 2. Axis in peritrochio cochleâ moveri poteſt; rota dentata ad illud requiritur, & ut dentes ſint inclinati. Cochlea & rota fixæ ſunt, & rotæ dens unus & alter cavitatibus cochleæ inſeritur, ita ut circumvolutione cochleæ rota circumagatur. Hoc in caſu *cochlea perpetua* dicitur, & magni uſus eſt; tot enim pro una rotæ revolutione requiruntur revolutiones cochleæ, id eſt, manubrii, quo cochlea movetur, quot dentes rota habet, augendo autem viam a potentia percurſam, augetur in eadem ratione hujus actio[c]. Si huic rotæ ulterior rota dentata additur, potentiæ actio magis augetur. (*Exp.*)

Innumeræ aliæ Machinæ compoſitæ conſtrui poſſunt, quarum vires computatione determinantur ope regulæ memoratæ[d], aut etiam comparatione viæ percurſæ a potentia cum via a pondere, aut alio quocumque impedimento, percurſâ; harum enim ratio eſt ratio inverſa potentiæ & ponderis aut impedimenti, quando æqui librium datur[e].

Preſſiones, quæ contrarie agentes æquipollent, ſemper ſunt æquales[f], ſi ergo po-

tentia

a 118. b 114. c 65 d 128. e 72. f 57.

tentia intenſitate minor eſt impedimento, reſpectu viæ percurſæ hoc ſuperare debet, & quidem toties quoties ab illo intenſitate ſuperatur; nullo enim alio reſpectu potentiarum actiones differre poſſunt [a], etiam nulla alia compenſatio dari poteſt.

CAPUT XII.

De Potentiis obliquis.

Detur *punctum* A, *quod tribus potentiis* filis applicatis per A B, A E, & A D, *trahitur, quieſcit, ſi potentiæ fuerint inter ſe ut latera trianguli formati lineis juxta directiones potentiarum poſitis*; id eſt, ſi potentiæ fuerint inter ſe ut latera trianguli A D b. In quo caſu poſitis A B, A E, & A D, reſpectivè ut preſſiones per has lineas agentes, ſi duabus ut A D & A E formetur parallelogrammum, patet tertiam B A continuatam fore parallelogrammi diagonalem & A B A b, æquales eſſe inter ſe. 129. T. 2. fig. 5.

Punctum autem in A hoc caſu quieſcere demonſtramus; quia dum corpus premitur, ut juxta directionem A E poſſit, actione immediatâ preſſionis, percurrere lineam minimam A *e*, hac actione non deſtruitur preſſio per A D, preſſio enim in translatum corpus agere poteſt, & revera agit, quia preſſionem continuam in corpus concipimus; ideò dum per A *e* fertur corpus, etiam juxta directionem A D movetur, & hiſce duobus motibus translatum corpus datur

a 61.

tur in *b*, ideoque percurrit lineam A*b*; ſpatium autem preſſione juxta directionem A D per A *d* aut *e b*, quas parallelas concipimus, percurſum eſt ad A *e*, ut potentia, quæ per A D trahit aut premit, ad potentiam per A E prementem [a]; quia in idem obſtaculum ambæ agunt; id eſt, ut A D ad A E,
130. eſt ideo punctum *b* in diagonali A *b*; & *duæ memoratæ potentiæ ad unicam* per hanc lineam agentem *reducuntur*, & eſt hæc potentia ad reliquas duas ut A *b* ad A *d* & A *e* [b], id eſt, ut A B ad A D & A E. Æqualis eſt ergo potentia, qua punctum A trahitur per A B, potentiæ, ad quam reliquæ duæ reducuntur, & cum hac contrarie agit; quieſcit ideo punctum A [c].

Nota eſt triangulorum proprietas, latera eſſe inter ſe ut ſinus angulorum oppoſito-
131. rum; *ſunt* ergo *in æquilibrio potentiæ tres, quæ ſunt inter ſe ut ſinus angulorum directionibus potentiarum oppoſitarum formatorum.* Id eſt, ſi potentia quæ per A E agit, ſit ut ſinus anguli B A D, & ſic de cæteris.

In hac propoſitione duæ potentiæ quæcunque tertiæ æquipollent, id eſt, valent unicam potentiam, quæ in eadem directione cum illa tertia, ſed contrarie, agit, & illi tertiæ æqualis eſt.

132. Quando quatuor potentiis punctum trahitur, dabitur æquilibrium, ſi reductis duabus potentiis ad unicam, hæc potentia nova, cum duabus reliquis, ſit in conditione n. 129.; id eſt, ſi hiſce reliquis etiam ad unicam reductis, potentia ex eo orta æqualis ſit, & con-

a 65. b 65. c 57.

contrarie agat, cum potentia nova ſtatim memorata.

Punctum A trahitur quatuor filis; verſus D, E, F & G, Potentiis lineis A D, A E, A F, & A G reſpective proportionalibus. Formato triangulo A F *b*, aut parallelogrammo A F *b* G, potentiæ prædictæ per A F, & A G reducuntur ad unicam agentem per A *b*, & quæ huic lineæ proportionalis eſt a; daturque æquilibrium, ſi tres potentiæ per A D, A E, & A *b* relationem habeant pro tribus potentiis determinatam b; in quo caſu ſi potentiæ per A D & A E etiam ad unicam A B reducantur, A B & & A *b* erunt æquales & in eadem linea. T. 2. fig. 6.

Quæ de quatuor potentiis dicuntur, de quinque & pluribus dici potuiſſent; ex quinque enim ſi duæ ad unam reducantur, incidimus in exemplum præcedens. Punctum A quinque trahitur potentiis juxta directiones A B, A D, A E, A F & A G, & quarum intenſitates ſunt hiſce lineis proportionales. 133. T. 2. fig. 7.

Potentiæ per A D & A E ad unicam A *c* reducuntur; potentiæ agentes per A F & A G ad unicam reducuntur per A *b*; tandem hæ duæ novæ potentiæ, per A *c* & A *b*, ad unicam reducuntur per A *b*, quæ quintæ per A B æqualis eſt, & cum ea in eadem linea, ſed contrarie, agit.

Ex memorata propoſitione n. 129. deducimus ulterius, *actionem potentiæ poſſe reſolvi in actiones duarum aliarum potentiarum*, & illud 134.

a 130. b 129.

illud quidem innumeris modis, propter innumera triangula, quæ formari poſſunt ſervato eodem latere.

T. 4. fig. 14 Non intereſt utrum corpus trahatur juxta A B potentiâ, cujus intenſitas per hanc lineam exprimitur, an duabus potentiis per A D & A E, aut A *e* & A *d quarum* intenſitates hiſce lineis reſpectivè ſunt proportionales; & reſolutio hæc unius potentiæ in duas, arbitraria quidem eſt, ſed tantum reſpectu unius; *ſi* enim *una detur, determinatur ſecunda:* triangulum enim datis duobus lateribus, & angulo his contento, determinatur.

135. Hac actionis reſolutione poſſumus *in omnibus Machinis reducere potentiam oblique agentem ad directam*, & proportionem inter directam & obliquam determinare; quod exemplis ſequentibus patebit.

136. T. 2. fig. 8. Vecti A B, applicatur in B pondus P, & in A potentia oblique agens per A D, aut A *d*, & concipiatur linea D E vecti in ſitu horizontali parallela, & A E ad illam & vectem perpendicularis; ſi potentia obliqua ſit ad potentiam, quæ directè applicata per A E pondus ſuſtineret, ut A D ad A E, æquilibrium dabitur.

Directio motus puncti A ex motu vectis eſt vecti perpendicularis, tendit ergo juxta lineam E A prolongatam; diſtantia B A cum maneat ſemper eadem, impeditur A ne magis accedat ad F, & quaſi repellitur per directionem F A, quando obliqua potentia per A D trahit; quando vero trahit per A *d*, receſſus puncti A ab F cohibetur, & A quaſi trahitur verſus F. Ulterius punctum A potentiâ trahitur verſus D aut

d,

d, tribus ergo potentiis in utroque caſu trahitur hocce punctum, quarum directiones ſunt parallelæ lateribus trianguli A E D, aut A E *d*; & quæ ergo, ut detur æquilibrium, ſunt inter ſe ut iſta latera [a].

Eodem modo determinatur potentia obliqua axi in peritrochio applicata.

Pondus P funibus A D & A E, ei annexis, ſuſtinetur, potentiis duabus inæqualibus. in hoc caſu punctum A tribus potentiis trahitur. Formetur triangulum A D *b*, ductis A *b* perpendiculari ad horizontem, & D *b* ad A E parallelâ, per punctum D, ad libitum in linea A D notatum. Dabitur æquilibrium, ſi, dum pondus repræſentatur per A *b*, potentia, quæ juxta A D agit, per hanc lineam repræſentetur, D *b* deſignante alteram potentiam. 137. T. 2. fig. 9.

Hìc in tranſitu obſervandum, ex datis inclinationibus funium A D & A E ad horizontem, rationem inter pondus & intenſitates potentiarum, ex tabulis Trigonometriæ poſſe determinari. Si in triangulo A D *b* concipiatur linea D *e*, per punctum D ad horizontem parallela, & illa habeatur pro radio circuli, D A erit ſecans, & *e* A tangens anguli, quem efficit D A cum horizonte; & D *b* erit ſecans, & *e b* tangens anguli inclinationis fili A E ad horizontem: unde patet intenſitates potentiarum proportionales eſſe prædictis ſecantibus, & pondus P proportionem ſequi ſummæ memoratarum tangentium. 138.

Vis qua corpus ſuper plano inclinato deſcen-

[a] 129.

deſcendere conatur, per ea quæ de puncto, quod tribus potentiis trahitur, dicta ſunt, determinatur.

DEFINITIO I

139. Planum inclinatum *vocatur, quod cum horizonte efficit angulum obliquum.*

T. 2. fig 10. C B repræſentat lineam horizonti parallelam, A B cum illa efficit angulum obliquum A B C & planum inclinatum repræſentat. Ab extremitate ſuperiori plani dimittitur perpendicularis linea A C ad horizontem.

DEFINITIO 2.

140. *Longitudo A B vocatur* Longitudo Plani.

DEFINITIO 3.

141. *Linea A C vocatur* Altitudo Plani.

Corpus P plano A B impoſitum juxta directionem A B ſuper Plano conatur deſcendere; ponamus filo huic lineæ parallelo retineri ut quieſcat; plano ſuſtinetur, id eſt quaſi pellitur, juxta directionem *d c* plano perpendicularem, tandem gravitate verticaliter per *c e* conatur deſcendere. Corpus ergo P tribus quaſi trahitur potentiis, quarum directiones lateribus trianguli *c e d* parallelæ ſunt, ſed corpus quieſcit, ſunt idcirco potentiæ inter ſe ut latera hujus trianguli[a]. Ideo,
142. *vis qua corpus ſuper plano conatur deſcendere eſt ad* vim qua verticaliter conatur deſcendere, *pondus* nempe *Corporis*, ut *d e* ad *c e* aut ut A C ad A B, propter ſimilia triangula *c d e*, A B C, id eſt, *ut altitudo plani ad hujus longitudinem* (Exp.)

143. T. 2. fig 11. Corpus P plano inclinato impoſitum, quod quieſcit, dum retinetur filo P S, cujus di-

a 129.

directio cum plano angulum quemcunque efficit, trahit filum vi quæ ſe habet ad corporis pondus, ut S P ad R P [a] ductis nempe P R verticali, & A S R perpendiculari ad planum inclinatum.

LIBRI I.

Pars III. de Motibus, Potentiarum actionibus, variatis.

CAPUT XIII.

De Naturæ legibus Newtonianis.

Preſſiones contrariis preſſionibus deſtructas, & obſtacula immediatâ potentiæ actione translata, huc uſque conſideravimus. Nunc preſſiones in corpora ſibi permiſſa & in motu perſeverantia, agentes examinabimus; hic ut in omnibus Phyſicis ex Phænomenis ratiocinandum eſt, & ex iis naturæ leges deduci debent.

Tres a Newtono traduntur, quibus omnia, quæ ad motum pertinent, explicari poſſe credimus.

LEX I.

Corpus omne perſeverat in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus a viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare. 144.

Videmus Corpus ſuâ naturâ eſſe iners & in-

[a] 112.

incapax ſeſe movendi, unde niſi cauſâ extraneâ moveatur, in quiete ſemper neceſſario manet.

Corpus etiam ſemel motum in motu ſecundum eandem rectam lineam eadem cum velocitate continuare quotidianis Experimentis pleniſſime conſtat; nullam enim unquam mutationem in motu fieri videmus niſi aliqua ex cauſa.

145. Corpus vi *inſita* transfertur, & *vis* hæc, ut ex lege hac ſequitur, *non mutatur niſi actione cauſæ extraneæ.*

LEX II.

146. *Mutatio motus eſt ſemper proportionalis vi motrici impreſſæ, & fit ſemper ſecundum rectam lineam, qua vis illa imprimitur.*

Quando corpori moto alia ſuperadditur vis, ad illud movendum in eadem directione, motus celerior fit.

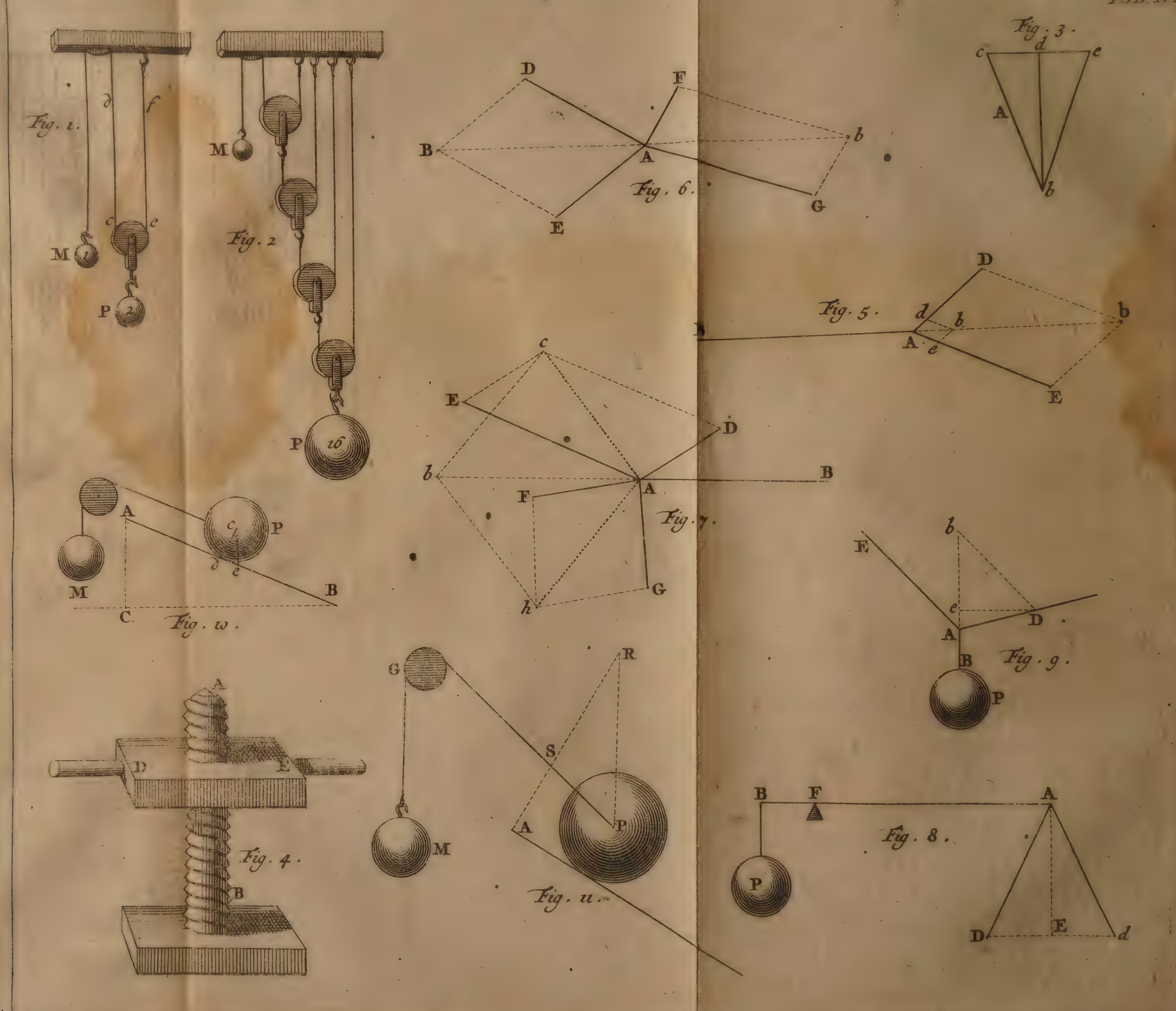
Quando nova impreſſio motui corporis contraria eſt, retardatur motus.

Si oblique agat nova impreſſio, viam ſuam mutat corpus.

Et in genere omnes mutationes in motu fiunt ſecundum directiones & pro magnitudinibus impreſſionum.

T. 4. fig. 13. Sit Corpus in A motum per A E celeritate, quam per hanc ipſam deſignamus lineam, agat in A impreſſio, juxta directionem A D, quæ corpori (ut diximus agitato) juxta hanc directionem communicat celeritatem A D. Corpus duobus nunc agitatur motibus, quibus lineæ A E & A D eodem tempore percurruntur; hi duo motus ſeſe mutuo non turbant, ſed motu ex ambobus compoſito, ſecundum hanc legem, quæ ex Phænomenis

TAB. II.



nis fuit deducta, corpus fertur. Ut motum hunc compoſitum determinemus, concipiamus lineam A D, dum in hac corpus movetur, motu parallelo moveri, celeritate qua corpus fertur per A E, quam in hoc motu punctum A percurrit. Translata jam ſit linea in *a d*, corpus erit in *b*, ita ut A E, ad A D, ut A *a* ad *a b*; quia & motum lineæ, & corporis in hac, æquabilem ponimus. Abſoluto parallelogrammo A D B E, & ductâ diagonali A B, clare patet punctum *b* in hac diagonali dari, & Corpus dari in B, ubi linea A D motu ſuo pervenit ad E B, *motu* 147.
ergo *compoſito corpus percurrit diagonalem parallelogrammi formati lineis, ſitu directiones & longitudinibus celeritates motuum deſignantibus; diagonalis autem celeritatem motus compoſiti exprimit.*

In ſequentibus videbimus & legem reſpectu vis inſitæ locum habere, id eſt, vim inſitam corpori, per diagonalem A B moto, æqualem eſſe viribus primæ per A E, & ſecundæ quæ corpori juxta A D communicatur. Si nempe vis ſecunda non pro parte cum prima contrarie agat, quod obtinet, quando Angulus E A D eſt obtuſus.

LEX III.

Actioni contraria ſemper & æqualis eſt reactio; ſive corporum duorum actiones in ſe mutuo ſemper ſunt æquales, & in partes contrarias diriguntur. 148.

Quomodocunque corpus in aliud agat, ipſum reactionem æqualem & contrariam pati ſemper videmus. Digito lapidem premo, premitur æqualiter digitus a lapide. Currum equus protrahit, a curru æqualiter retro-

trotrahitur; lora enim æqualiter verſus u- tramque partem diſtenduntur.

Corpus in aliud impingitur, reſiſtentiam patitur æqualem actioni, quam in aliud corpus exerit: quod confirmatur Experimentis circa colliſiones corporum.

Magnes ferrum ad ſe trahit, trahitur æqualiter a ferro.

Sedet quis in cymba, cymbam aliam æqualem, & æqualiter onuſtam, fune trahit; ambæ cymbæ æqualiter moventur, & in medio diſtantiæ primæ concurrunt: ſi una cymba altera ſit major, aut magis onuſta, pro diverſis quantitatibus materiæ in ſingulis celeritates erunt diverſæ.

Et hæc eadem lex generaliter in omnibus corporum actionibus in alia corpora locum habet.

CAPUT XIV.

De Acceleratione & Retardatione Gravium.

DEFINITIO 1.

149. Motus acceleratus, *eſt cujus celeritas omnibus momentis major fit.*

DEFINITIO 2.

150. Motus retardatus, *eſt cujus celeritas omnibus momentis minuitur.*

Vis gravitatis in omnia corpora pro quantitate materiæ continuò agit, & quæcunque fuerint, eodem modo gravitate moventur a; quando corpus libere cadit, impreſſio primi mo-

a 78.

momenti in ſecundo momento non deſtruitur; ergo ei ſuperadditur impreſſio ſecundi momenti, & ſic de cæteris; *motus* igitur *corporis libere cadentis eſt acceleratus*, & ex Phænomenis conſtat *motum æquabiliter in temporibus æqualibus accelerari*; unde ſequitur, *gravitatem eodem modo agere in corpus motum ac in corpus quieſcens*; ideo celeritates æquales, in momentis æqualibus, corpori communicat. Unde *celeritas, inter cadendum acquiſita, ſemper eſt ut tempus, in quo corpus cecidit.* Velocitas ex. gr. in certo tempore acquiſita erit dupla, ſi tempus fuerit duplum; & tripla, ſi tempus triplum, &c. 151. 152. 153.

Deſignetur illud tempus per lineam A B, & initium temporis ſit A. In triangulo A B E, lineæ 1 *f*, 2 *g*, 3 *h*, quæ parallelæ ad baſin, per puncta 1, 2, 3, ducuntur, ſunt inter ſe ut illarum diſtantiæ ab A, A 1, A 2, A 3; id eſt, ut tempora, quæ per illas diſtantias deſignantur; & velocitates corporis libere cadentis poſt illa tempora denotant. Si pro lineis Mathematicis aliæ adhibeantur cum minima latitudine, unicuique æquali, non eo mutatur proportio; & hæ minimæ ſuperficies æque prædictas velocitates denotant. In tempore minimo velocitas pro æquabili haberi poteſt, & ideo ſpatium in eo tempore percurſum velocitati proportionale eſt [a]. In unaquaque minima ſuperficie memorata, ſi latitudo ſuperficiei pro tempore habeatur, ſuperficies ipſa ſpatium percurſum deſignabit. Totum tempus A B conſtat ex talibus temporibus minimis; & area trianguli A B E 154. T. 3. fig. 1.

for-

[a] 52.

formatur ex ſumma omnium ſuperficierum minimarum hiſce temporibus minimis reſpondentium: area ergo hæc ſpatium tempore A B percurſum deſignat. Eodem modo area trianguli A 1. *f* repræſentat ſpatium tempore A 1. percurſum; triangula hæc ſunt ſimilia, & areæ illorum ſunt inter ſe ut quadrata laterum A B, A 1., aut B E & 1. *f*,
155. id eſt, *ſpatia ab initio caſus percurſa ſunt inter ſe, ut quadrata temporum per quæ corpus cecidit; aut ut quadrata velocitatum inter cadendum acquiſitarum.*

T. 3. fig. 1. Diviſo tempore A B in partes æquales, A 1, 1.2, 2.3, 3. B; ducantur per diviſio-
156. nes lineæ ad baſin parallelæ; *ſpatia percurſa* in illis partibus temporis, id eſt, *in primo, ſecundo, tertio, &c. momento, poſitis momentis æqualibus*, ſunt inter ſe ut areæ A 1 *f*, 1*fg*2, 2*gh*3, 3*h*EB; quæ areæ, ut ex inſpectione figuræ patet, *ſunt inter ſe ut numeri impares* 1. 3. 5. 7. 9.

Si corpus, poſtquam cecidit per tempus A B, non ulterius acceleretur, ſed celeritate B E, eo caſu acquiſita, uniformiter motum continuet, per tempus æquale B C, ſpatium eo motu percurſum deſignatur per aream B E D C, duplam areæ trianguli A B E; &
157. ideo *corpus ab altitudine quacunque libere cadens, ea cum celeritate, quam cadendo acquiſivit, in tempore æquali tempori caſus, motu æquabili, ſpatium duplum prædictæ altitudinis percurret.*

Motus corporis in altum projecti eodem modo retardatur, quo corporis cadentis motus acceleratur, per legem 2. [a]; in hoc caſu vis

a 146.

vis gravitatis cum motu acquiſito conſpirat, in illo contrarie agit; cum vero vis gravitatis omnibus momentis celeritates æquales corporibus communicet, *motus corporis pro-* 158.
jecti in altum, æqualibus temporibus, etiam æqualiter minuitur, aut retardatur.

Vis eadem gravitatis generat motum in corpore cadente, & deſtruit in corpore adſcendente; æqualibus ergo temporibus celeritates eædem generantur, & deſtruuntur. Corpus in altum projectum adſcendit, donec totum motum amiſerit; ergo adſcendit per tempus, in quo corpus cadendo poteſt acquirere velocitatem, æqualem velocitati cum qua in altum projicitur.

Si B A repræſentet tempus, in quo corpus T. 5.
adſcendit, & B E celeritatem, cum qua in al- fig. 2.
tum projicitur; adſcenſus ceſſat, ubi celeritas corporis nulla eſt, ideo lineæ parallelæ ad baſin in triangulo A B E repræſentant celeritates in momentis temporis, quibus reſpondent [a], & area trianguli A B E ſpatium adſcendendo percurſum deſignat, ut ex demonſtratione circa corpora cadentia data [b] poteſt deduci. Cum autem B E ſit velocitas, quam corpus cadendo per tempus A B poteſt acquirere, triangulum hoc A B E idem eſt, quod ſpatium cadendo percurſum repræſentat, dum corpus inter cadendum hanc ipſam celeritatem B E acquirit [c]. Unde ſequitur, *corpus in altum projectum adſcendere ad eandem* 159.
altitudinem, a qua cadendo poteſt acquirere velocitatem, cum qua projicitur. Et *altitudines,* 160.
ad quas corpora cum diverſis velocitatibus projecta

a 158. b 154. c 154.

jecta poſſunt adſcendere, eſſe inter ſe ut quadrata illarum velocitatum [a].

CAPUT XV.

De deſcenſu Gravium ſuper plano inclinato.

Vis, qua corpus ſuper plano inclinato deſcendere conatur, ex gravitate oritur, & ejuſdem eſt naturæ cum gravitate; ideo vis illa, omnibus momentis, & in omnibus plani partibus, æqualis eſt [b], & agit in corpus motum eodem modo ac in corpus qui-
161. eſcens [c]: eâdem de cauſâ *motus corporis, ſuper plano libere devolventis*, ejuſdem eſt naturæ cum motu corporis libere cadentis; & quæ de hoc dicta ſunt, de illo etiam affirmari poſſunt. *Eſt* igitur *motus æquabiliter acceleratus in temporibus æqualibus* [d]; & pro-
162. poſitiones num. 152. 153. 155. 156. 157. 158. 159. & 160. ſi pro deſcenſu, & adſcenſu directo, motus ſuper plano inclinato ponatur, hìc etiam locum habent.

163. Celeritates, quibus *corpora duo* deſcendunt, *quorum unum liberè cadit, & alterum ſuper plano inclinato devolvitur, ſi eodem tempore cadere incipiant*, ſunt ſemper in eadem ratione quam in principio caſus [e]; ergo *ſpatia eodem tempore percurrunt, quæ ſunt in ratione longitudinis plani ad illius altitudinem* [f].

T. 3. fig. 2. In plano A B ſpatium a corpore percurſum, dum aliud libere cadit per altitudinem plani

a 155. b 76. c 152. d 151. e 151. 161. f 142.

plani A C, determinatur, ducendo ad A B perpendicularem C G: tunc enim longitudo plani A B eſt ad illius altitudinem A C, ut A C ad A G. Si circulus deſcribatur diametro A C, punctum G erit in peripheria circuli; quia angulus in ſemicirculo, ut A G C, ſemper eſt rectus; & ideo punctum ut G, pro plano utcunque inclinato, ſemper eſt in eadem illa peripheria: unde ſequitur, chordas omnes, ut A G eſſe inter ſe ut vires, quibus corpora ſuper his deſcendere conantur; & has percurri a corporibus devolventibus, in tempore in quo corpus, libere cadendo, poteſt percurrere diametrum A C; & ita tempora devolutionum per illas chordas ſunt æqualia. Per punctum C nulla poteſt duci chorda ut H C, quin detur per A chorda ut A G ei parallela, id eſt, æqualiter inclinata, & æqualis; igitur *in ſemicircu-* 164.
lo, ut A H C, *Vires quibus corpora juxta chordas, in puncto infimo terminatas deſcendere conantur, ſunt inter ſe ut hæ chordæ*; & *quando* 165.
corpus ſibi permittitur eadem tempore, ad punctum infimum ſemicirculi perveniet, ſive libere cadat juxta diametrum, ſive deſcendat ſuper chordâ H C *quácunque.*

Tempus devolutionis per totum planum A B 166.
poteſt conferri cum tempore deſcenſus per plani altitudinem A C; nam hocce tempus eſt æquale tempori devolutionis per A G; & quadrata temporum ſunt inter ſe ut A B ad A G[a]: ſed A B eſt ad A C, ut A C ad A G: quadrata igitur linearum A B & A C *ſunt inter ſe*, ut A B ad A G; & ideo iſtæ lineæ A B &

a 162. 155.

& A C ſunt inter ſe, ut tempora deſcenſûs per A B, & A G, aut A C, id eſt, tempora, in eo caſu, ſunt *ut ſpatia percurſa.*

167. *In eodem caſu velocitates in fine deſcenſus ſunt æquales*; nam poſt tempora æqualia, quando corpora ſunt in G & C, velocitates ſunt in eadem ratione quam in principio caſus [a]; id eſt, ut A C ad A B [b]. Quando corpus deſcendit a G ad B, creſcit velocitas ut tempus [c]; & velocitas in G eſt ad velocitatem in B, ut A C ad A B [d]: velocitates ergo in B & C eandem rationem habent ad velocitatem in G, & ſunt æquales. Ex hiſce dedu-

168. cimus *corpus eandem acquirere velocitatem, cadendo a certa altitudine, ſive directe cadat, ſive per planum inclinatum devolvatur. Et*, cum angulus inclinationis nullam adferat mutationem, *poteſt corpus devolvi per plurima plana varie inclinata, & etiam per curvam*, (quæ ut ex innumeris planis diverſe inclinatis concinnata conſiderari poteſt) *& celeritas ſemper erit eadem, quando altitudo eſt æqualis.* Non

T. 3. fig. 3. enim intereſt, utrum Corpus deſcendat per A B an per E B, in B eadem erit celeritas & eodem modo corpus movebitur per B C; ideoque habebit in C velocitatem, quam devolvendo per E C potuiſſet acquirere, & in D velocitatem, quam cadendo per G D habuiſſet. (*Exp.*)

169. *Corpus ea cum celeritate, quam cadendo per ſuperficiem quamcunque, ſive planam, ſive curvam, acquiſivit, per aliam ſuperficiem ſimilem ad eandem altitudinem, eodem tempore, adſcendere poteſt* [e]. (Exp.)

Cor-

a 151. 161. b 142. c 161. d 166. e 159. 161. 163.

Corpus ea cum celeritate, quam cadendo a certa altitudine acquiſivit ad eandem altitudinem per curvam quamcunque adſcendere poteſt. a (Exp.) 170

CAPUT XVI.

De Oſcillatione pendulorum.

DEFINITIO.

Grave, filo tenuiſſimo ſuſpenſum, & cum filo, circa fili punctum fixum, mobile, vocatur Pendulum 171.

Motus penduli eſt vibratorius, ſeu oſcillatorius.

Quando pondus, filo extenſo, ab una parte elevatur, gravitate deſcendit, & celeritate acquiſita ad eandem altitudinem verſùs aliam partem adſcendit b; gravitate deinde iterum redit, & ſic vibrationes continuat.

Rotationem circa punctum ſuſpenſionis liberrimam hìc ponimus, & nullam dari aëris reſiſtentiam; quæ in majoribus pendulis admodum eſt exigua.

In motu ſuo corpus P deſcribit portionem circuli P B G; *ſi* loco illius motus *corpus* deſcenderet per chordam P B, & iterum adſcenderet per chordam B G, & ſic *vibrationes ſuas per chordas perageret*; deſcenſus fieret in tempore, in quo corpus cadendo poteſt percurrere diametrum circuli P B G c; id eſt, longitudinem duplam longitudinis penduli: in tempore æquali, adſcendit per chordam B G d; *in tempore* ergo *integræ vibra-* T. 4. fig. 3. 172.

a 169. 168. b 169. c 165. d 169.

brationis, *corpus cadendo poſſet percurrere* quatuor diametros [a]; id eſt, *longitudinem octuplam longitudinis penduli*. Cumque deſcenſus & adſcenſus per omnes chordas fiat in tempore æquali, omnes vibrationes per chordas, ſive magnas, ſive exiguas, ſunt æquè diuturnæ. In vibrationibus exiguis, harum durationes, dum in circulo movetur corpus, cum durationibus vibrationum in chordis conſtantem rationem habent. Idcirco

173. co *ejuſdem penduli vibrationes exiguæ*, *licèt inæquales*, *ad ſenſum ſunt æquè diuturnæ*. Cujus æqualitatis cauſa plenius explicanda eſt.

174. T. 4. fig 4. Rotetur circulus F E B ſuper lineâ A D, donec punctum B in A ad lineam hanc perveniat; hoc motu punctum B deſcribit curvæ portionem B P A: eodem modo ſimilis curvæ portio B D deſcribitur, totaque curva A B D vocatur *Cycloïs*.

175. Dividatur hæc in duas partes æquales in B, portioneſque B A & B D diſponantur ita, ut puncta A & D jungantur in C; punctum vero B cum punctis A & D lineæ A D coïncidat. Juxta harum portionum curvaturam laminæ metallicæ inflectantur ita, ut filum penduli in C ſuſpenſi, motu ſuo vibratorio, ab utraque parte ſeſe laminis iſtis applicet, & eandem curvaturam cum iſtis adipiſcatur. Nunc poſita longitudine penduli C B, corpus P in vibrationibus ſuis deſcribet cycloïdem A B D, ut a Geometris demonſtratur, ita ut filum, longitudinis B C, æquale ſit curvæ C A; quare tota curva A B D dupla eſt lineæ C B, id eſt, quadrupla diametri F B.

Geo-

a 155.

Geometræ ulterius demonſtrant, *tangentem ad curvam in puncto ut P parallelam eſſe chordæ E B, in circulo F E B ductæ ad punctum infimum* B *ex puncto* E, *in quo circulus ſecatur a linea P E parallelâ ad baſin A D & per P tranſeunti*; Ut & *portionem P B curvæ æqualem eſſe duplæ chordæ E B.* 176. 177.

Cum autem in ſingulis curvæ punctis, corpus in curva deſcendat juxta directionem tangentis ad curvam, ſequitur *corpus in puncto quocunque curvæ conari deſcendere cum vi quæ proportionalis eſt portioni curvæ inter hocce punctum & curvæ punctum infimum* B [a]. Unde ſequitur, ſi duo pendula ut C P ab altitudinibus diverſis, eodem momento dimittantur, celeritates, quibus cadere incipiunt, eſſe inter ſe, ut ſpatia percurrenda, antequam ad B perveniant: ſi ergo iſtis viribus ſolis, motu non accelerato, agitarentur, eodem temporis momento ad B pervenirent [b]; eodem modo, celeritatibus ſecundo momento acquiſitis, etiam ad B eodem momento pertingunt; idemque ratiocinium pro momentis ſequentibus procedit; & ſemi-vibrationes utcunque inæquales, ut & vibrationes integræ, ex omnibus viribus junctis, iiſdem temporibus peraguntur. 178.

Concipiamus nunc portionem cycloidis, aut integram cycloidem, in linea recta extendi A B D, & corpus in hac linea recta moveri juxta legem penduli oſcillati in cycloide, id eſt dari preſſionem in corpus agentem, quæ ſequatur rationem diſtantiæ corporis a puncto medio B, & quæ in corpus [illegible] mo- 179. T. 4. fig. 5.

a 164. 176. 177. b 52.

motum agat ut in corpus quieſcens; centro B, radio B A, deſcribatur Semicirculus A L D, qui tempus repræſentat, in quo corpus movetur ab A ad D; tempora in quibus portiones quæcunque lineæ A D deſcribuntur, erectis ad hanc perpendicularibus, determinantur, arcus H I tempus in quo F G, & arcus A H tempus in quo A F percurruntur, deſignant: celeritates autem in punctis F & G proportionales ſunt ipſis perpendicularibus F H, G I.

180. Quæ ut demonſtrentur, concipiendum eſt corpus, quod in linea A D movetur ita, ut temporibus, quæ ſunt ut arcus A H, H I, percurrat portiones A F, F G, & ſic de cæteris; ita ut totum tempus repræſentetur per ſemicirculum A L D. Concipiamus ulterius ſemicirculum in partes minimas æquales diviſum, momenta minima æqualia temporis diſignantes, quales ſunt H *h* & I *i*. Idcirco poſitis *f h* & *g i* etiam perpendicularibus lineæ A D, temporibus æqualibus lineæ F *f* & G *g* percurruntur, quæ cum exiguæ ſunt percurruntur motu æquabili, momenta enim temporis adeo exigua concipi poſſunt, ut acceleratio aut retardatio inſenſibilis ſit; celeritates ergo in punctis F & G ſunt, ut F *f* & G *g* [a], quæ ſunt inter ſe ut F H ad G I; propter triangula ſimilia H B F, H *h l*. & I G B, I *m i*, ductis lineis H *l* & I *m* parallelis lineæ A D; & propter æquales Hypotenuſas H B, I B. & H *h*, I *i*. Incrementa celeritatum momentis æqualibus minimis in punctis F & G id eſt preſſiones agentes in iſtis punctis [b], ſunt ut *l h* & *m i*. ſunt enim

a 52. b 65. 152.

enim differentiæ celeritatum in punctis F, *f* & G, *g*. Sed, propter triangula memorata ſimilia, *l h* & *m i* ſunt inter ſe, ut F B ad G B; idcirco preſſiones, in punctis F & G in corpus agentes, ſunt inter ſe ut diſtantiæ a puncto medio B. Quæ de incrementis celeritatum demonſtrantur in parte A B lineæ, A D, in parte B D de decrementis eodem modo demonſtrantur. Agitatur ergo corpus juxta legem corporis in cycloïde oſcillati.

Detur corpus motu æquabili ſemicirculum percurrens A L D, in tempore unius vibrationis in cycloide, id eſt in tempore, in quo corpus, in linea recta A D ut explicavimus, motum, illam percurrit. Ex dictis patet H *h*, F *f*. & I *i*, G *g*, æqualibus temporibus percurri; unde ſequitur, cum directiones ſint parallelæ in L & B, celeritates in hiſce punctis eſſe æquales.

Idcirco *corpus celeritate quam corpus pendulum habet in B, in tempore unius vibrationis deſcribit ſemicirculum, cujus diameter eſt arcus cycloidis a corpore percurſus.* Si corpus integram percurrat cycloidem A B D, diameter hæc erit quadrupla diametri F B [a], & velocitas in B erit, quam corpus cadendo ab altitudine F B acquirit [b], qua celeritate motu æquabili corpus in tempore caſus poteſt percurrere lineam duplam ipſius F B [c]. Sed ſpatia æqualibus velocitatibus percurſa ſunt ut tempora [d]; id circo *tempus caſus per ſemilongitudinem penduli eſt ad tempus unius vibrationis* per integram cycloidem, aut arcum 181. T. 4 fig. 4. 182.

a 17. b. 168. c 157. d 53.

cum quemcumque [a], ut dupla F B, ad ſemicircumferentiam circuli, cujus diameter eſt quadrupla lineæ F B, aut ad integram circumferentiam, cujus diameter eſt etiam dupla F B; ergo in genere *ut diameter circuli ad hujus circumferentiam.*

183. *In Cycloide pars infima cum circuli arcu exiguo ad ſenſum coincidit*; & hæc eſt vera ratio, quare in circulo tempora vibrationum exiguarum, utcunque inæqualium, ſint æqualia; ideo etiam duratio harum vibrationum habet ad tempus caſus verticalis rationem ſtatim memoratam.

184. Tempora vibrationum *pendulorum quorumcunque* eandem ad tempus caſus per ſemi-longitudinem penduli rationem habent [b]; ideo ſunt tempora vibrationum, ut tempora caſus per illas ſemi-longitudines; id eſt *quadrata durationum vibrationum ſunt ut* ſemi-longitudines[c], ſive ut ipſæ *longitudines pendulorum.* (Exp)

185. *Velocitates penduli in puncto infimo, in vibrationibus inæqualibus, ſunt inter ſe, ut ſubtenſæ arcuum, quos corpus deſcendendo deſcribit.* Sic velocitas corporis P, deſcendentis per arcum P B, eſt ad ejus velocitatem quando deſcendit per D B, ut chorda P B ad chordam D B: nam ducendo lineas horizonti parallelas P *f*, D *d*, in circulo, quadrata prædictarum chordarum ſunt inter ſe ut lineæ *f B*, *d* B. Quadrata prædictarum velocitatum ſunt etiam ut iſtæ lineæ *f*B, *d*B[d]; ergo velocitates ut chordæ.

T. 4. fig. 3.

Circa omnia, quæ hucuſque de pendulis
186. dicta ſunt, *non intereſt cujuſcunque magnitudinis ſit pondus in pendulo, aut utrum pondera in*

a 173. b 182. c 155. d 168. 155.

in duobus pendulis ſint diverſæ magnitudinis, aut diverſæ materiæ: Cùm vis gravitatis proportionalis ſit quantitati materiæ in omnibus corporibus [a], omnia corpora, in iiſdem circumſtantiis, gravitate æque celeriter moventur. (*Exp.*)

Sæpe loco fili virga ferrea tenuis ſed rigida adhibetur, & aliquando etiam pondera duo aut plura ei annectuntur, & vocatur *pendulum compoſitum*; in eo caſu regulæ memoratæ locum non habent; ſed iſta pendula ad ſimplicia revocantur, determinando in iis punctum, in quo ſi pondera forent juncta, vibrationes eſſent æquè diuturnæ cum vibrationibus penduli compoſiti. Hocce punctum vocatur *centrum oſcillationis*. 187 188.

Sit C A pendulum compoſitum; pondera P & Q; inter hæc datur centrum oſcillationis O, quod determinatur, poſitâ virgâ A C rigidâ & ſine pondere, *ſi fiat ut pondus Q, multiplicatum per B C, ad pondus P multiplicatum per AC, ita A O ad O Q.* Quod ut demonſtremus, conſiderandum eſt pondera Q & A moveri directionibus parallelis inter ſe, id eſt æqualiter ad horizontem inclinatis; ideo agitari continuo impreſſionibus ex gravitate, quæ, niſi corpora virgâ rigidâ juncta forent, illis celeritates communicarent æquales [b]. Junctorum autem ponderum celeritates neceſſario ſunt inæquales, & celeritas corporis P, actione ponderis Q, augetur, dum hoc alterius actione retardatur; quæ actiones contrariæ æquales ſunt [c]: interea punctum intermedium quoddam O, centrum 189. T. 4. fig. 6.

a 79. b 78. 163. c 148.

trum nempe oſcillationis, movetur celeritate ex actione gravitatis oriunda.

Sit B *b*, O *o*, aut A *a* (has enim æquales ponimus lineas) ſpatium percurſum ex actione gravitatis juxta inclinationem quamcunque agentis in tempore quocunque minimo. Cùm punctum O hoc ſpatium percurrit, tantum per B E transfertur Q, & potentia quæ in Q agit minuitur quantitate, qua eodem tempore corpus hoc percurreret E *b*, & quæ exprimitur per Q ⋈ E *b* [a]. Potentia autem, quæ in P agit, augetur quantitate, qua P eodem tempore transfertur per *a* D, & quæ exprimitur per P ⋈ *a* D [b]; potentia ergo quæ retardat motum corporis Q, eſt ad potentiam, quæ accelerat motum corporis P, ut Q ⋈ E *b* ad P ⋈ *a* D. Sed potentiæ hæ applicantur vecti, cujus fulcrum eſt C; idcirco harum actiones, quas æquales demonſtravimus, ſunt ut C B ⋈ E *b* ⋈ Q ad C A ⋈ *a* D ⋈ P [c]. Ideo C B ⋈ Q ad C A ⋈ P, ut *a* D ad E *b*, aut A O ad O B. quod demonſtrandum erat. Patet etiam in pendulo tali compoſito producta fore æqualia, ſi unumquodque pondus multiplicetur per ſuas diſtantias a centris ſuſpenſionis & oſcillationis.

190. *Si plura pondera dentur & unumquodque per ſuas diſtantias a centris ſuſpenſionis & oſcillationis multiplicetur, ſummæ productorum ab utraque parte centri oſcillationis æquales ſunt.* Quod demonſtratione ſimili evincitur.

Eodem fundamento nititur demonſtratio, licet

a 66. b 66. c 106.

licet hæc paulum intricatior ſit, qua proba- T. 4. fig. 7.
tur, *regulæ* C A *ponderis æquabilis, & circa extre-* 191.
mitatem alteram C *vibratæ*, *centrum oſcillatio-*
nis O *a puncto ſuſpenſionis* C *diſtare duabus*
partibus tertiis longitudinis regulæ. (Exp.)

Vibrationes pendulorum, ut diximus, licèt inæquales, ſunt æquè diuturnæ [a], & hæc pendulorum proprietas maximi uſus eſt in horologiis, quibus motus æquabilis, pendulo adjuncto, communicatur.

Per horologia in diverſis locis translata, vim gravitatis non ubique terrarum æqualem eſſe enotuit; ex eo quod durationes vibrationum ejuſdem penduli, in diverſis regionibus, inæquales repertæ ſunt, & illa gravitatis diverſitas per pendula menſuratur.

Dentur duo pendula, C P, *c p*, *quorum lon-* 192.
gitudines ſint inter ſe, ut vires gravitatis quibus T. 4.
agitantur; ſi arcus ſimiles excurrant, in pun- fig. 8.
ctis reſpondentibus gravitates eandem ſemper habebunt rationem inter ſe, & generabunt celeritates in ratione arcuum percurrendorum, (quia arcus ſimiles ſunt ut pendulorum longitudines) qui ergo æqualibus temporibus percurrentur [b], id eſt, *vibrationes erunt æquè diuturnæ.*

Si ad eandem longitudinem reducantur mutato
pendulo *c p*, cujus longitudo fiat *c q*, æqualis 193.
C P; quadratum durationis vibrationis penduli *c q* eſt ad quadratum durationis vibrationis penduli *c p*, aut C P [c], ut *c q*, aut C P, ad *c p* [d], id eſt ut gravitas, quæ in pendulum C P agit ad gravitatem, quæ pendulum *c q* agitat.

a 173. b 52. c 192. d 184.

gitat. *Sunt* ergo *quadrata durationum pendulorum æqualium, inverſe ut gravitates in pendula agentes.* Et in genere *quadrata duratio-
154. num vibrationum pendulorum ſunt directe ut pendulorum longitudines* [a], *& inverſe ut gravitates quibus moventur* [b].

CAPUT XVII.

De Projectione Gravium.

195. SI in corpus motum potentia agat, mutatur
T. 3. motus [c]; *ſi corpus projiciatur* per A B, in
fig. 4. tempore, in quo poteſt percurrere A B, vi gravitatis, fertur verſus terræ centrum per B E, & ita, motu compoſito ex iſtis duobus, movetur per A E; & illo motu ſecundo momento percurreret E C, ipſi A E æqualem, niſi ſecundo momento eadem vi gravitatis latum foret per C G, ita ut motus in ſecundo momento ſit per E G; eodem modo, motus tertii momenti eſt per G H, & quarti momenti per H I; cum vero vis gravitatis continuo agat, illa temporis momenta minima ſunt, & ubique dabitur motus aliter compoſitus, id eſt, directionis inflexio; in eo caſu ergo corpus *movetur in linea curva.*

196. Hic *motus corporis ex projectione* magis ſimpliciter conſiderari poteſt in omnibus projectionibus, quæ a nobis fieri poſſunt; quia omnes lineæ, quæ ad terræ centrum tendunt, pro parallelis haberi poſſunt; & directio ex illo motu ſemper eſt eadem; unde motus ex projectione *ex duobus* tantum *motibus conſtat*, *primo æquabili per lineam projectio-*

a 184. b 193. c 146.

ctionis, ſecundo terram verſus accelerato a.

Projicitur corpus per lineam A E; horizonti parallelam; temporibus æqualibus, ex illo motu, percurret partes æquales A B, B C, C D, D E. Ex gravitate fertur motu ad horizontem perpendiculari, directione B F, C G, D H, aut E I; motus hic eſt acceleratus; & ideo ſi poſt primum momentum corpus ſit in F, poſt ſecundum erit in G, poſt tertium in H, poſt quartum in I; ita ut poſito B F unum, C G ſit quatuor, D H novem, & E I ſedecim b. Corpus *percurret curvam* tranſeuntem per omnia puncta, *quæ* eodem modo ac F, G, H, I determinari poſſunt; *vocatur Parabola.* 197. T. 3. fig. 5.

Quæ de curva a corpore horizontaliter projecto dicta ſunt, etiam pertinent ad projectionem quamcumque.

Projiciatur corpus per A E, & ſint A B, B C, C D, D E, æquales; corpus percurret curvam A F G H I, ita ut verticales lineæ B F, C G, D H, E I ſint inter ſe, ut 1. 4. 9. & 16.; in quo caſu etiam curva *Parabola* vocatur. T. 3. fig. 6.

DEFINITIO 198.

Sit A I planum quod per A tranſit, ſi curva memorata hoc ſecet in I; A I vocatur amplitudo *jactus*

Motus corporum, quæ eadem celeritate projiciuntur, cum directionibus diverſe inclinatis, poſſunt inter ſe comparari:

Poteſtque corpus celeritate data in plano dato ad diſtantiam quamcunque projici. 199.

Sit celeritas data illa, quam corpus acquiſit cadendo ab altitudine M A, quam horizonti T. 3. fig. 6.

a 152. b 155.

zonti A L perpendicularem concipimus, & corpus in plano inclinato A I in I projiciendum ſit. Ductâ M N horizonti parallelâ, erigatur A N normalis plano A I, ſecans M N in N; centro puncto medio lineæ A N per A deſcribatur circulus, qui etiam per M tranſibit; ſit A R pars quarta lineæ A I; per R ducatur, horizonti perpendicularis, id eſt parallela lineæ A M, linea R *b*, quæ circulum ſecat in B & *b*; ſi corpus projiciatur per A B aut A *b* cadet in I. Qua methodo etiam directio jactus determinatur, ſi punctum I ſit in linea horizontali per A tranſeunti (in quo caſu M & N coincidunt), aut infra lineam hanc horizontalem.

Motu æquabili celeritate, cum qua projectio fit, corpus poteſt percurrere A E, dum cadit per E I. Quia corpus projicitur velocitate per M A cadendo acquiſita, eodem motu æquabili poteſt percurrere duplam M A in tempore in quo ab altitudine M A cadit [a]. Spatia, velocitate eâdem & æquabili percurſa, ſunt ut tempora in quibus percurruntur [b]; ergo tempus caſus per M A ad tempus caſus per E I, ut dupla M A ad A E. Ideo 2 M A *q* ad A E *q* ut, M A ad E I [c]; Quam ergo proportionem ſi demonſtremus dari in conſtructione præcedenti, directionem benè fuiſſe determinatam conſtabit.

Ducatur M B, & habemus angulum B A R a tangente A R, eſt enim perpendicularis radio A O, & a linea circulum ſecante A B formatum æqualem angulo A M B in ſegmento oppoſito; anguli etiam alterni R B A,

M A B

a 157. b 53. c 155.

M A B ſunt æquales; ergo ſunt ſimilia triangula A B R, A M B, & lineæ M A, A B, B R, proportionales; ergo M A *q* ad A B *q* ut M A ad B R; ideo 2 M A *q* ad 2 A B *q*, aut A C *q* ut M A ad B R, multiplicando conſequentia per quatuor, habemus 2 M A *q* ad A C *q* multiplicatum per quatuor, id eſt 2 A C *q*, aut A E *q*, ut M A ad 4 B R aut E I, quod demonſtrandum erat.

Demonſtratio ſimilis eſt, ſi corpus per A *b* projiciatur. Unde ſequitur, *corpus per* 200.
duas directiones poſſe projici ut in idem punctum cadat, ſi autem diſtantia ſit omnium maxima ad quam corpus, data velocitate, in plano dato, poteſt projici, unica eſt directio per quam projiciendum eſt corpus, punctis B & *b* coincidentibus in Q, puncto medio arcus M Q A, a quo puncto ſemper æqualiter diſtant puncta B & *b*.

Si A I ſit *horizontalis* arcus A Q M eſt ſe- 201.
micirculus, & in hoc caſu *amplitudo*, manente celeritate, cum qua projectio fit, *eſt omnium maxima, quando directio projectionis cum horizonte efficit angulum ſemirectum.*

Si celeritas mutetur, & corpus ſecundum eandem directionem projiciatur, amplitudo mutatur, in eadem ratione cum altitudi- 202.
ne A M; id eſt, *amplitudines, manente eadem directione, ſunt* ut altitudines ad quas corpora, iiſdem celeritatibus, in altum projecta adſcendere poſſunt. ſunt ergo *ut quadrata celeritatum* [a].

Sit corpus ex A projiciendum per punctum 203.
H in I, poſitis tribus hiſce punctis in eodem T. 3.
plano verticali, & puncto medio ſupra lineam fig. 7.
quæ reliqua duo jungit. Sit A L horizonta-

a 160.

talis & per tria puncta data ad hanc normales L E, F D, A P. Ex I per puncta A & H ducantur lineæ I A, IH, quarum ultima ſecat A P in P; fiat G D æqualis A P, & habetur A D directio jactus. Celeritas detegitur, ſi ſumtâ A R quartâ parte A I, fiat M R *b* normalis ad horizontem, quam in *b* ſecat linea A *b* quæ cum P A efficit angulum P A *b* æqualem angulo B A R; diviſâ B*b* in duas partes æquales in Q, Q M eſt ſemialtitudo a qua cadendo corpus acquirit velocitatem cum qua projiciendum eſt.

Corpus projectum velocitate æquabili percurrit A E & A D, dum cadit per E I & D H: ut ergo demonſtremus corpus per hæc puncta tranſire, demonſtrandum A E *q* ſe habere ad A D *q*, aut E I *q* ad D G *q*, ut E I ad D H [a].

In triangulis ſimilibus I H G, I P A, A I ad A G, ut A P, aut D G, ad D G minus G H, id eſt H D. Sed in triangulis ſimilibus A E I, A D G; A I ad A G, ut E I ad D G; ergo E I ad D G ut D G ad H D; idcirco E I *q* ad D C *q*, ut E I ad H D quod demonſtrandum erat. Velocitatem autem rite eſſe determinatam conſtabit ex collatione fig. 7. cum 6.; ſi ad puncta B, *b*, attendamus, quæ in utraque figura iisdem litteris deſignantur.

CA-

a 197.

CAPUT XVIII.

De Viribus Centralibus.

CORpus in motu motum in linea recta continuat [a], & ab ea non recedit, niſi impulſu novo agitetur; poſt impulſum motus eſt compoſitus, ex duobus naſcitur tertius etiam in linea recta [b]. Si ergo corpus movetur in curva, omnibus momentis novo impulſu agitatur; curva enim ad rectas lineas revocari non poteſt, niſi concipiatur diviſa in partes infinite parvas. Exemplum talis motus habemus in projectione gravium [c]; aliud habemus in omnibus motibus circa punctum quaſi centrum.

Corpus quod continuo verſus centrum aliquod pellitur, ſi projiciatur ſecundum lineam quæ per illud centrum non tranſit, curvam deſcribit: & in omnibus punctis conatur ab illa curva recedere ſecundum directionem curvaturæ, id eſt, *tangentis ad curvam*; ita ut ſi vis illa ſubito ab actione ceſſaret, corpus in recta linea per tangentem illam motum continuaret. 204. 205.

Lapis fundæ impoſitus, & in gyrum agitatus, curvam deſcribit, quia funda verſus manum omnibus momentis quaſi retrotrahitur; ſi ſibi relinquatur per curvæ tangentem recedit:

DEFINITIO I.

Vis qua corpus in caſu prædicto a centro recedere conatur, qualis eſt vis qua funda agita- 206.

ta

a 144. b 147. c 195.

ta diſtenditur, *vocatur* vis centrifuga.

DEFINITIO 2.

207. *Vis* autem *qua corpus verſus illud centrum trahitur aut pellitur, vocatur* vis centripeta.

DEFINITIO 3.

208. Nomine communi iſtæ vires vocantur *vires centrales.*

209. *In omni caſu vis centrifuga & vis centripeta ſunt æquales inter ſe*; nam agunt contrarie & ſeſe mutuo deſtruunt. Vi centripetâ corpus retinetur in curva, & centrifugâ conatur ex hac recedere. Funda agitata æqualiter verſus utramque partem diſtenditur a, & lapis ea cum vi a manu conatur recedere, cum qua retinetur; id eſt, verſus manum trahitur.

Virium centralium maximus uſus eſt in Philoſophia Naturali; Planetæ omnes in gyros moventur, & plerique, ſi non omnes, circa axes rotantur.

210. *Quando corpus plano impoſitum, cum iſto plano, æquali in tempore, circa commune centrum revolvitur, & circulum deſcribit; ſi vis centripeta, qua corpus, omnibus momentis, verſus centrum trahitur aut pellitur, agere ceſſet, & planum eadem celeritate movere continuet; corpus a centro recedere incipit, reſpectu plani, per lineam quæ per centrum tranſit.*

Concipiamus globum funi tenui cohærentem, cujus extremitas altera fixa eſt in centro Orbis circa centrum agitati, & cui Globus eſt impoſitus ita ut eodem tempore cum illo circumrotetur; reſpectu Orbis quieſcit Globus, & in eo ſitu, ſolo fune centro Orbis alli-

a 141.

alligato, retinetur; nullam ergo impreſſionem in illo plano patitur, niſi qua funis diſtenditur, id eſt, cujus directio per centrum Orbis tranſit; & ſic, ſi ſibi relinquatur, non poteſt in illo plano, in primo momento, ſecundum aliam directionem moveri.

Concipiamus dari vim, qua corpus, ubicunque detur, pellatur verſus centrum C, non intereſt quomodocunque in punctis diverſis varietur vis hæc; concipiamus vim hanc non eſſe continuam, ſed illam ictibus in corpus agere, & momenta temporis inter ictus eſſe æqualia. Corpus projectum per A B hanc percurrit lineam in momento tali; motum per B L, æqualem A B, in momento ſequenti continuaret, niſi in B ictu in corpus pelleretur hoc ad C; ponamus celeritatem ex hoc ictu oriundam in corpore jam agitato, talem eſſe, ut hac corpus poſſit in intervallo temporis, inter duos ictus, percurrere lineam L D; ſi L D ſit parallela B C, corpus duobus motibus agitatum percurrit B D [a], daturque in D, in momento in quo ictu ſequenti iterum ad centrum pellitur. Si ictus hic non daretur, in momento ſequenti percurreret D E, poſitis D E & B D æqualibus, ſed eodem tempore verſus centrum fertur, id eſt per D C pellitur, ſi juxta hanc directionem percurrat lineam æqualem lineæ E F in tempore in quo percurreret D E, motu compoſito corpus movetur per D F, poſitis E F & D C parallelis. Eodem modo demonſtramus in momento ſequenti corpus percurrere F H, ſi T. 3. fig. 2.

G H

a 147

GH ſit æqualis ſpatio in hoc momento, ex ictu verſus C percurrendo, poſitiſque F G & D F æqualibus, ut & G H & F C parallelis.

Triangula A B C, B L C, habent baſes æquales A B, B L in eadem linea, & verticem communem C; ſunt ergo æqualia. Triangula B L C, B D C baſin habent communem B C & conſtituuntur inter parallelas B C, L D; ſunt ergo æqualia. Idcirco etiam æqualia ſunt triangula A B C, B D C. Eodem plane modo demonſtramus æqualia triangula B D C, D F G & in genere æqualia eſſe inter ſe triangula quæcunque ut A B C, B D C, D F C, F H C, quorum baſes momentis æqualibus a corpore projecto percurruntur. Ex qua demonſtratione ſequens deducitur propoſitio.

211. *Quando corpus circa centrum movetur, ſi inter movendum magis ad centrum accedat, acceleratur illius motus; retardatur contra, ſi a centro recedat.* (Exp.)

212. Etiam patet *corpus projectum & vi centrum verſum tendenti agitatum, moveri in plano, quod tranſit per lineam juxta quam corpus projicitur & per centrum virium.*

Concipiamus nunc momenta inter duos ictus minui, ut & ipſos ictus, manentibus nihilominus illis æqualibus inter ſe, poſitis hiſce utcunque inæqualibus, demonſtratio eadem locum habebit. Si diminutio ſit infinitum mutantur ictus in preſſionem continuam, & corpus in ſinlis punctis a via recta deflectitur. ſubjicitur tamen legi in demonſtratione præcedenti determinata. Si ergo corpus moveatur in cur-
T. 3. fig. 9. va A B D E, & tempus concipiatur diviſum in

in momenta infinite exigua & æqualia inter ſe, area trianguli mixti A C B continebit tot triangula exigua æqualia inter ſe, quot dantur momenta in tempore, in quo percurritur A B, & area trianguli mixti D C E eodem modo continebit tot triangula æqualia inter ſe & prioribus, quot dantur momenta in tempore in quo percurritur D E; ideoque tempora in quibus corpus A B & D E percurrit, ſunt inter ſe ut numeri triangulorum æqualium areis A C B, D C E contentorum, id eſt ut ipſæ areæ. Unde hanc generalem deducimus propoſitionem.

Corpus, quod vi verſus centrum tendenti in curva retinetur, deſcribere areas circa illud centrum temporibus proportionales. 213.

Hujus propoſitionis inverſa etiam demonſtratur, *corpus quod movetur in linea aliqua curva in plano, & deſcribit areas circa punctum quoddam temporibus proportionales, a recta linea detorqueri & urgeri vi tendente ad idem punctum.* Si corpus latum per A B in momento ſequenti & æquali percurrat BD; quia motu primo, in momento hoc, per B L æqualem A B motum continuaſſet, neceſſario juxta directionem L D a via ſua remotum fuit [a]; ſi autem triangula A B C, B D C ſint æqualia, etiam æqualia erunt B D C, B L C; ideoque linea L D parallela B C; id eſt directio vis quæ corpus a linea recta detorquet verſus centrum C dirigitur. 214. T. 3. fig. 2.

Ut vires centrales inter ſe comparemus, conſiderandum eſt vim centripetam eſſe preſſionem, quæ in corpus agit. Cum in ſingulis

[a] 134.

lis punctis a linearecta detorqueatur corpus, in ſingulis momentis deflectio a linea recta eſt effectus immediatus preſſionis, ita ut quæ de potentiarum actionibus demonſtrata ſunt hic applicari poſſint a.

215. *Quo major eſt quantitas materiæ in aliquo corpore, eo major eſt hujus vis centrifuga, ceteris paribus.*

216. Si liquida variæ denſitatis in ſpatio determinato includantur, ita ut graviora a centro non poſſint recedere, quin leviora ad illud accedant, & diſpoſita ſint ut pondere ſuo graviora ad centrum accédant, in motu circa illud centrum leviora verſus hoc feruntur, & graviora centrum fugiunt. (*Exp.*)

Si ſolidum cum liquido ſpatio determinato includatur, idem dicendum ac de duobus liquidis; ſi liquido levius fuerit, ad centrum accedit, ſi gravius, ab eo recedit. Quæ omnia oriuntur ex majori vi centrifuga in graviori corpore. (*Exp.*)

217. Vires centrales non modo reſpectu quantitatis materiæ differunt, ſed etiam diſtantia a centro mutationem affert, ut & celeritas cum qua circumvolvitur corpus; præter hæc nihil in iſtis viribus datur, ex quo differentia inter illas oriri poſſit, & in comparandis iſtis viribus hæc ſola conſideranda ſunt.

DEFINITIO 4.

218. Tempus periodicum, *eſt tempus in quo corpus circa centrum revolvens integram revolutionem peragit*; id eſt, ſi curvam deſcribat, quæ in ſe redit, tempus lapſum inter receſſum

a 60.

ceſſum a puncto & acceſſum ad idem punctum; ſi curva in ſe non redeat, pro puncto linea per centrum tranſiens ſumenda eſt.

Tempus periodicum pendet a corporis celeritate, & ideo in comparandis viribus centralibus tempus hocce loco celeritatis conſiderari poteſt.

Quando tempora periodica ſunt æqualia, & diſtantiæ æquales a centro, vires centrales ſunt ut quantitates materiæ in corporibus quæ revolvuntur a. (Exp.) 219.

Quando quantitates materiæ in corporibus circumrotatis ſunt æquales, & tempora periodica æqualia, vires centrales ſunt ut diſtantiæ a centro. Si duo corpora æqualia, circulos concentricos B H L, A G M æqualibus temporibus deſcribant, momentis minimis æqualibus arcus ſimiles B I, A F percurruntur. Corpora autem momentis iiſdem per tangentes BH, AD moverentur ſi nulla daretur vis centralis; nam propter arcus exiguos ſunt hi tangentibus æquales; Corpora ergo, æqualibus momentis, viribus centralibus, tranferuntur per lineas H I, D F, in quorum ratione ſunt vires centrales; hæ autem lineæ ſunt ut diſtantiæ a centro B C, A C. 220. T. 1. fig. 10.

Quando tempora periodica ſunt æqualia, ſed diſtantiæ a centro & quantitates materiæ in corporibus revolutis differunt, vires centrales ſunt in ratione compoſita, quantitatum materiæ, & diſtantiarum; quod ex duabus ultimis propoſitionibus ſequitur. Ut hanc rationem compoſitam determinemus, quantitas materiæ in 221

a 64. 65.

in unoquoque corpore per ſuam diſtantiam a centro multiplicanda eſt, & producta quæſitam inter ſe rationem habent. (*Exp.*)

Differentiæ virium centralium, ex differentiis diſtantiarum a centro & quantitatum materiæ oriundæ, ſeſe mutuo poſſunt com-
222. penſare; & *poſitis quantitatibus materiæ in corporibus circumactis in ratione inverſa diſtantiarum a centro, vires centrales erunt æquales*; quantum vis una alterâ major eſt reſpectu quantitatis materiæ, tantum hæc illam ſuperat propter majorem diſtantiam. (*Exp.*)

223. Caſus hujus propoſitionis exſtat, *quando duo corpora filo juncta circa commune centrum gravitatis revolvuntur.* Diſtantiæ enim ab illo centro ſunt in ratione inverſa ponderum corporum [a], & ergo vires centrales æquales. Vi qua corpus unum a centro conatur recedere, alterum ad centrum trahitur; & propter virium æqualitatem *ſeſe mutuo retinent & motum continuant*; ſi circa aliud punctum revolvantur, motum non continuant, & corpus, cujus vis centrifuga præpollet, a centro recedit, & corpus aliud ſecum fert. (*Exp.*)

Differentia virium centralium ex differentia temporis periodici etiam determinatur.

224. *Quando quantitates materiæ in corporibus circumrotatis, & diſtantiæ a centro ſunt æquales, vires centrales ſunt in ratione inverſa quadratorum temporum periodicorum*, id eſt, directe ut quadrata revolutionum eodem tempore peractarum.

Mo-

a 96, 91.

Moveantur duo corpora in circulo A G M. Tempora periodica erunt inverſe ut arcus eodem tempore deſcripti; id eſt inverſe ut A G, ad A F, ſi hi arcus eodem tempore a corporibus percurrantur. Sint hi infinite exigui; ſi nullæ darentur vires centrales, in tangente corpora percurrerent partes A E, A D arcubus memoratis æquales, & viribus centralibus percurruntur eodem tempore lineæ E G, D F in quarum ratione ſunt vires hæ. Quia agitur de arcubus infinitè exiguis, E G & D F, licet ad centrum C tendant pro parallelis ipſi A C haberi poſſunt; ſunt ideo E G, & D F ut quadrata ſubtenſarum arcuum A G, A F aut ut quadrata ipſorum arcuum; quia exigui ſunt & a ſubtenſis non differunt; ideoque inverſe ut quadrata temporum periodicorum. (*Exp.*) T. 3. fig. 10.

Quomodocunque inter ſe vires centrales differant, ex jam dictis inter ſe poſſunt comparari; nam *ſunt ſemper in ratione compoſita, ex ratione quantitatum materiæ in corporibus revolutis* [a], *& ratione diſtantiarum a centro* [b], *ut & ratione inverſa quadratorum temporum periodicorum* [c]. Multiplicando quantitatem materiæ in unoquoque corpore per diſtantiam a centro, & dividendo productum per quadratum temporis periodici, quotientes diviſionum erunt in dicta ratione compoſita, id eſt, ut vires centrales. (*Exp.*) 225.

Quando quantitates materiæ ſunt æquales, diſtantiæ ipſæ per quadrata temporum periodicorum dividuntur, ad determinandam proportionem inter vires centrales. 226.

In

a 219. b 220. c 220

227. In hoc caſu *ſi quadrata temporum periodicorum fuerint inter ſe ut cubi diſtantiarum*, quotientes diviſionum *erunt in ratione inverſa quadratorum diſtantiarum*; & in ea ratione etiam *vires centrales*. Sint diſtantiæ a centro D & d; tempora periodica T, t; vires centrales V, v; ponamus $T^q . t^q :: D^c, d^c$; ergo $\frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q} :: \frac{D}{D^c}, \frac{d}{d^c} :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$. Sed V, v :: $\frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q}$[a], ergo V, $v :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$.

228. *Si corpora ſint inæqualia, ſed in hæc agant vires centrales ejusdem naturæ cum gravitate, non intereſt quæcunque ſint maſſæ corporum, aut quomodocunque moveantur, deflectuntur verſus centrum in momentis æqualibus per ſpatia, quæ ſunt proportionalia ipſis viribus* b, *& propoſitio ultima etiam in corporibus inæqualibus obtinet.*

229. Ellypſin vocant Geometræ lineam ovalem, cujus hæc eſt deſcriptio; ſit A *a*, recta: C
T. 3. fig. 11. punctum hujus medium; F, *f*, puncta a C æqualiter diſtantia; F G *f* filum, cujus extremitates in F & *f* fixæ ſunt, quod æquale eſt lineæ *a*. Tenſo filo clavo G in plano, in quo datur A *a* Ellypſis deſcribitur. Si plano conus aut cylindrus ſecetur, ſectio ſæpe talis eſt linea. Puncta F, *f*, vocantur foci; C centrum; A *a* axis major; minor axis per centrum tranſit, perpendicularis eſt ad majorem, & ab utraque parte curvâ terminatur.

230. *Ponamus vim*, de qua ſtatim locuti ſumus, *quæ in corpora mota ut in quieſcentia agat, quæ æqualis ſit ad diſtantias æquales a centro*

a 226. b 78.

tro in diverſis vero inversè ut quadratum diſtantiæ; hac poterit corpus percurrere Ellypſin, cujus focorum alter cum centro virium coincidit; ita ut corpus deſcribat curvam in ſe redeuntem, & in ſingulis revolutionibus ſemel accedat ad centrum virium, & ſemel ab hoc recedat. In receſſu minuitur corporis celeritas (211.), & quidem ita, ut vis centralis, licet ipſa minuatur, viam corporis flectat, & hoc ad centrum accedere cogat. Acceſſu augetur celeritas ita, ut, licet vis augeatur, corpus iterum a centro recedat.

Corpus poteſt tali celeritate projici ut, 231.
in receſſu a centro, vis, quæ auctâ diſtantiâ minuitur, non valeat ad viam ita inflectendam, ut corpus redeat; percurrit in hoc caſu corpus aliam ex ſectionibus conicis Parabolam aut Hyperbolam.

Si vis centralis juxta aliam proportionem 232
quamcunque in receſſu a centro decreſcat, non poterit corpus lineam in ſe redeuntem deſcribere.

Sed ſi vis decreſcat juxta proportionem parum 233.
ab hac aberrante, poterit curva a corpore deſcripta referri ad Ellypſin mobilem, cujus nempe axis, in plano, in quo corpus revolvitur, movetur motu angulari, manente foco in
centro virium. *Motus* autem *axeos in eandem* 234.
partem dirigitur cum motu corporis, ſi vis celerius decreſcat auctâ diſtantiâ quam pro ratione inverſa quadrati diſtantiæ: Si vero *vis* 235.
tardius, id eſt minus, *decreſcat in receſſu a centro, motus Ellypſeos in contrariam partem dirigitur.*

Corpus etiam Ellypſin deſcribit, ſi vis centra- 236.
lis, in receſſu a centro, creſcat, & ſit ubique

in ratione diſtantiæ a centro, quod in hoc caſu cum centro Ellypſeos coincidit. (Exp.)

237. Si etiam *vis juxta aliam rationem creſcat, curva non in ſe redit*, ſed poteſt ſæpe ad Ellypſin circa centrum in plano mobilem referri (*Exp.*) Unde ſequitur, ſi ad n. 232. attendamus,

238. *nullâ vi centrali, ad æquales diſtantias æqualiter agenti curvam poſſe deſcribi in ſe redeuntem & excentricam*, id eſt cujus centrum cum centro virium non coincidit, *præter Ellypſin, in cujus focorum altero centrum virium datur; vimque centralem, in hoc caſu, ſequi rationem inverſam quadrati diſtantiæ.*

239. *Circulum* autem, *cujus centrum cum centro virium coincidit, poſſe deſcribi vi juxta rationem quamcunque creſcentem aut decreſcentem*, ſi modo ad diſtantias æquales æqualiter agat, facile patet.

L I B R I I.

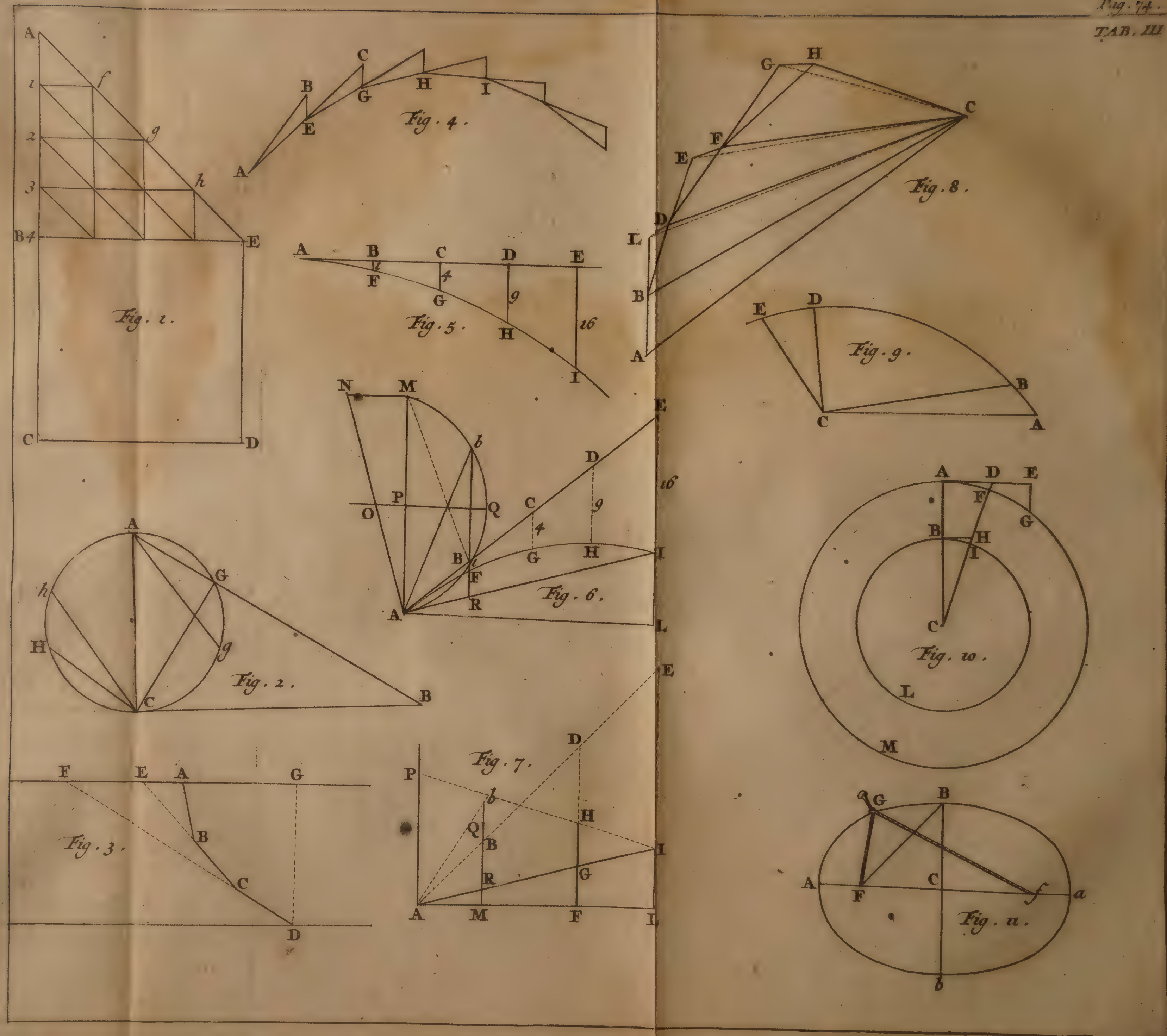
Pars IV. De Viribus inſitis, & Colſione corporum.

CAPUT XIX.

De Viribus corporibus motis inſitis.

VI inſita corpus de loco in locum transferri diximus; de virium comparatione nunc agendum; quod ut ordine fiat, de harum geneſi quædam præmittenda erunt.

Vidimus antea corpus ex loco moveri, ſi preſſio, contraria preſſione non deſtructa, in illud agat (59); quod ergo obtinebit, ſi corpus


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.

pus nullo obſtaculo retineatur: quacunque celeritate corpus cedit hanc in perpetuum ſervabit, quamdiu cauſa extranea in corpus non agit (144). Si preſſio actionem ſuam in corpus continuat, augetur celeritas jam acquiſita, illudque quamdiu corpus premitur (146).

Videmus ergo, vim eſſe effectum integrum preſſionis, quæ per tempus finitum in corpus egit, preſſio autem, contraria preſſione deſtructa, ſingulis momentis infinite exiguis, deſtruitur. Ergo *preſſio, contrariâ preſſione deſtructa, reſpectu vis inſitæ eſt infinite exigua.* 240.
Id circo *vis minima maximam poteſt ſuperare preſſionem.* 241.

Clare etiam patet preſſionem minuere poſſe corporis celeritatem, ideoque vim; eodem modo ac auget celeritatem & vim.

Dum preſſione corpus acceleratur, manente æquali preſſione in corpus agenti non augetur celeritas æquabiliter. Sint elaſtra infinite parva *e*, *e*, *e*, *e*, &c, juncta inter ſe, &flexa, quæ, ſi ad priſtinam redeant figuram, illam acquirant, quæ in E repræſentatur, & per ſpatium infinite exiguum ſeſe expandant. Elaſtrorum hæc eſt proprietas, ut, ſi, dum ſe expandunt, in corpus ſibi relictum premant, huic vim integram, cum qua ſe expandunt, communicent, ſi ad partem oppoſitam obſtaculo immobili inſiſtant. Elaſtrum E communicat corpori P gradum velocitatis infinitè exiguum. Ut elaſtrum ſequens corpori æqualem gradum velocitatis communicet, requiritur ut elaſtrum, dum ſeſe expandit, ea velocitate feratur, quam corpus jam acquiſivit; aliter non agerent in corpus T. 4. fig. 1.

motum, ut E in corpus quieſcens egit; præterea requiritur, ut in hoc motu inſiſtat Elaſtrum translatum obſtaculo, quod verſus partem oppoſitam cedere nequeat; id eſt propellendum eſt ea vi, qua hoc propellit corpus; quod obtinebit, ſi elaſtro ſimili ſeſe expandente propellatur. Duo ergo elaſtra eodem momento ſeſe expandentia requiruntur, ut ſecundus gradus celeritatis corpori communicetur, id eſt vis deſideratur dupla illius, qua primus gradus corpori communicatur. Simili demonſtratione patebit, tria elaſtra, eodem momento ſeſe expandentia, aut vim triplam requiri, ut communicetur tertius velocitatis gradus & ſic de cæteris. Poſitis nempe gradibus velocitatis infinitè exiguis ne in ſingulis gradibus varii gradus dentur. Patet ergo vim, qua gradu infinite exiguo corporis celeritas augetur, eo majorem deſiderari, quo corpus majorem jam acquiſivit celeritatem, vimque hanc in ratione celeritatis jam acquiſitæ augeri; unde ſequitur
242. *corpus accelerationi reſiſtere in ratione velocitatis ſuæ.*

243. Ex hiſce ſequitur *dificilius corpus accelerari quam retardari.* Si Ex. gr. corpus decem habeat gradus velocitatis, minori impetu tollitur decimus, quàm communicatur undecimus.

Ex præcedenti demonſtratione etiam deducimus, juxta quam rationem, auctâ corporis velocitate, augeatur vis corpori inſita. Elaſtra ſeſe expandentia agunt in corpus, cui nullum reſiſtit obſtaculum, ideo integram qua ſe expandunt vim corpori communicant; cùm autem elaſtra ſint æqualia, vires

ſunt

ſunt ut numeri Elaſtrorum, quorum expanſione communicantur. Corpus verò expanſione Elaſterorum non poteſt celeritatem acquirere, niſi motu accelerato, ita ut per ſingulos gradus minores velocitatis tranſeat. Sit A F celeritas corporis; A *b*, *b c*, *c d*, &c. gradus infinitè exigui celeritatis, A *b* primus *b c* ſecundus, &c. per quos omnes tranſit corpus antequam acquirat celeritatem A F. Parallelogramma A *b h e*, *b c i f*, *c d l g*, &c. ſunt inter ſe reſpective, ut numeri Elaſtrorum, quibus gradus velocitatis primus, ſecundus, tertius, &c. acquiruntur; ideoque areæ A *d l e*, A F G *e*, ſunt inter ſe ut numeri elaſtrorum, quibus velocitates A *d*, A F acquiruntur, id eſt ſunt hæ areæ inter ſe ut *vires* ejuſdem corporis, aut duorum *corporum æqualium*, hiſce velocitatibus motorum; 244.
cùm autem lineæ A *e*, *e h*, *h f*, *f i*, &c. ſint infinitè exiguæ; areæ A *d l e*, A F G *e* ſunt triangula ſimilia, & *ſunt inter ſe ut quadrata laterum homologorum aut velocitatum* A *d*, A F. (Exp.)

Vires, quas corpus cadendo acquirit, ſunt ut altitudines, quas cadendo percurrit, ab initio caſus; 245.
ſunt enim hæ ut quadrata velocitatum in fine deſcenſus (155). (*Exp.*). Cum propoſitio hæc Experimentis immediatè demonſtretur, ſequitur *gravitatem, quæ æqualibus temporibus* 246.
æquales corpori communicat gradus celeritatis, non iidem æquales gradus vis communicare.

Si corpora fuerint inæqualia, æqualibus velocitatibus mota, vires inſitæ ſunt inter ſe ut quantitates materiæ in ſingulis; Vis enim corporis 247.
eſt ſumma virium omnium particularum ex quibus conſtat, & ſingulæ particulæ minimè

æquales vires habent æquales, ſi velocitate eâdem ferantur; idcirco in corporibus æque velocibus ſunt vires, ut numeri particularum æqualium materiæ in ſingulis.

248. *Vires corporibus inſitæ*, inter ſe differre non poſſunt niſi reſpectu velocitatis, aut quantitatis materiæ in corporibus: ergo vires quæcunque, ex dictis (244, 247.), conferuntur inter ſe & *ſunt in ratione compoſita quantitatum materiæ, & quadratorum velocitatum.* Si igitur ſingulorum corporum maſſæ per quadrata ſuarum velocitatum multiplicentur, producta virium rationem exprimunt.

249. Ex his facillime deducimus *corpora cadendo vires æquales acquirere, ſi altitudines, quas deſcendendo percurrunt, ſint inter ſe in ratione inverſa maſſarum.* (Exp.).

250. *Vires* vero ipſas *eſſe in* hac *ratione inverſa maſſarum ſi velocitates fuerint reciprocè ut maſſæ.*

CAPUT XX.

De Colliſione corporum.

251. C*Orpus motum, ſi in aliud incurrat*, vi ſua in hoc agit, majoremque edit actionem pro majori reſiſtentia, & *quantum agit, tantum ex vi inſita amittit* (148).

Non hic de corporibus perfectè duris agam, talia nulla nota ſunt; quoniam autem cum his experimenta inſtituere non liceat, de horum colliſione etiam nil determinare auſim. Quod vero corpora nobis nota ſpectat, conſtant ſingula ex partibus inter ſe cohærentibus vi cujus effectum novimus, & cujus cauſa nos latet (33); illud tantum no-

novimus vim, qua particulæ cohærent, veram eſſe preſſionem, quæ cum inſitâ vi minimâ ſuperari poſſit (241), *nulla datur corporum colliſio ſine quadam partium introceſſione*; 252.
quam dum corpus vi ſua ſuperat preſſionem, vis quædam deſtruitur, & *corpus in aliud incurrere non poteſt, aut duo in ſe mutuo ſine diminutione ſummæ virium.* In corporibus ela- 253.
ſticis partes ictæ ad priſtinam redeunt figuram, & redeuntes premunt in corpus, cujus actione introceſſere, hac preſſione nova generatur vis, ſed de hac nondum agimus, in ipſis corporibus elaſticis datur, ante figuram inſtauratam, diminutio virium, de qua hic agimus.

Nulla in corporum colliſione vis deſtruitur, niſi quæ ad partes intro premendas requiritur. 254.
Ponamus primo corpora verſus eandem partem tendere, antecedens neceſſario tardius alio movetur & ictu acceleratur, conſequens vero quia in aliud agit ex vi ſua amittit; effectus vis amiſſæ eſt augmentum vis in antecedente, & introceſſio partium, & effectus hic valet vim amiſſam à conſequente (251). Sed illa, quam acquiſivit antecedens, non eſt vis deſtructa, ergo ſola hæc deſtruitur, qua partes introcedunt. Secundo, tendant corpora in partes contrarias, in hoc caſu corpora ambo ſibi mutuo reſiſtunt, non modo inertiâ ſed etiam viribus inſitis, ſed quo major eſt reſiſtentia, eo magis partes comprimuntur, eoque major partium introceſſio; ita ut vires impropriè dicantur ſeſe mutuo deſtruere, vi ſua corpus corpori reſiſtit, quâ natâ reſiſtentiâ vis corporis aliûs deſtruitur ſuperando preſſionem qua partes

255. cohærent Paradoxa hæc propoſitio, *vim nunquam immediate vim deſtruere*, experimentis extra dubium eſt, quibus conſtat introceſſiones in corporibus ejuſdem generis, (nempe quarum partes æqualiter cohærent,) eſſe æquales, ſi vires æquales ictibus deſtruantur, ſive corpora tendant ad eandem partem; ſive directionibus contrariis ferantur, viribus æqualibus, aut utcumque inæqualibus; ſive in obicem firmum impingat corpus. (*Exp.*)

DEFINITIO 1.

256. *Celeritas, quâ duo corpora ad ſe mutuo accedunt, aut ſeparantur, vocatur* celeritas reſpectiva.

257. *In motibus verſus eandem plagam eſt differentia celeritatum abſolutarum; eſt vero harum ſumma, ſi corporum directiones fuerint contrariæ.*

Colliſionem corporum tantum examinabo ſphæricorum; etiam in hoc, & ſequenti capite, tantum agitur de impactione directa.

DEFINITIO 2.

258. Impactio *duorum corporum ſphæricorum dicitur* directa, *quando directio motus, aut motuum, ſi ambo moventur, per amborum centra tranſit.*

DEFINITIO 3.

259. *In omni alio caſu* ictus *dicitur* obliquus.

260. *Quando corpora elaſtica in ſe mutuo impingunt*, partium quæ introceſſere reſtitutione, ſeſe mutuo repellunt & *a ſe invicem poſt ictum ſe-*
261. *parantur*; *ſi omni elatere deſtituantur*, nulla talis datur actio; Id circo *poſt impactum di-*
262. *rectum non ſeparantur*; nam *impactione directio mutari non poteſt.*

De

De colliſione in genere cum hoc capite agam, explicandum *quid obtineat in corporibus* 263. *non elaſticis*, nam & hoc ipſum *in elaſticis locum habet*, ſaltem *in ipſo momento*, *in quo corpora concurrunt*, ante corporis figuram inſtauratam.

Motu duobus corporibus communi corpora hæc in ſe mutuo agere nequeunt, pendet ergo ictus a *velocitate reſpectivâ*, qua *ma-* 264. *nente intenſitas impactionis eadem erit*, *quomodocunque celeritates abſolutæ varient.* ab intenſitate hac pendet partium introceſſio, quæ ergo, *ſi non mutatur velocitas reſpectiva*, *eadem* 265. *ſemper erit*, (Exp.), ut & *vis deſtructa* (254. 266. Quam ergo determinabimus in omni caſu, ſi in uno id fiat data velocitate reſpectiva.

Si corpora duo, ſive æqualia, ſive utcun- 267. que inæqualia, *in contrarias partes lata*, *in ſe mutuo incurrant*, poteſt, data velocitate reſpectivâ ita horum conſtitui motus, ut quod libuerit alterum poſt ictum ſecum ferat, unde ſequitur, *caſum dari*, *in quo poſt ictum quieſcunt.* *In hoc caſu ſumma virium abſolutarum* 268. valet vim in omni caſu poſitâ eâdem velocitate reſpectivâ, deſtructam (265). In hoc eodem caſu ſumma hæc *eſt*, *ſervatâ velocitate reſpectiva*, *omnium minima.* Si enim ſumma minor daretur, minor vis ictu deſtrueretur, quod impoſſibile (265).

Summa autem *hæc eſt omnium minima*, *ſi poſitis* 269. *directionibus contrariis*, *celeritates fuerint inverſe ut maſſæ.* Sit A corpus; hujus velocitas *a*; B aliud corpus, cujus velocitas *b*: ſit A ad B, ut *b* ad *a* ergo A*a* ∞ B*b*. Summa virium eſt A*aa* + B*bb* (248); augeatur velocitas *a* quantitate *e*, ut velocitas reſpectiva ſervetur, eadem quantitate minuenda eſt velocitas *b* (257). ideo

D 5 ſum-

ſumma virium in hoc caſu eſt $Aaa + 2.Aae + Aee + Bbb - 2Bbe + Bee$ (248).; ſed $2Aae = 2Bbe$: ergo ſumma hæc ad hanc redit $Aaa + Bbb + Aee + Bee$ quæ ſuperat primam.

Eodem modo patebit ſummam virium augeri auctâ velocitate b & imminutâ a, unde conſtat, minimam in caſu memorato eſſe ſummam. Dicatur nunc d velocitas reſpectiva data; $a + b = d$ (257); & $a = d - b$ ut & $b = d - a$; ergo ex $Aa = Bb$ deducimus $a = \frac{Bd}{A+B}$ & $b = \frac{Ad}{A+B}$: ergo ſumma virium $Aaa + Bbb = \frac{AABdd + BBAdd}{\overline{A+B}^2}$

270. $= \frac{ABdd}{A+B}$. Unde patet *vim in ictu quocunque amiſſam eſſe proportionalem producto ex ambabus maſſis, multiplicato per quadratum velocitatis reſpectivæ, & diviſo per maſſarum ſummam* (266).

271. T. 4. fig. 9. fig. 11. Moveantur corpora, aut verſus eandem partem, fig. 9., aut in partes contrarias, fig. 11. & ſint maſſæ ut AB & BC; ſit hujus velocitas BE; illius BN: velocitas reſpectiva erit EN (257). dividatur hæc in I ita ut IN ſit ad IE, ut BC ad BA, & erit BI velocitas, qua ambo corpora poſt ictum feruntur; id eſt mutationes in velocitatibus ſunt in ratione inverſa maſſarum, BC acquirit EI dum AB amittit NI. Si enim concipiamus navem tranſlatam velocitate BI. Si in hac moveatur corpus BC velocitate IE a prora ad puppim, habet velocitatem abſolutam BE; & corpus AB feratur a puppi ad proram

velo-

velocitate IN, habebit hoc velocitatem abſolutam BN; hæc corpora, cum in nave ferantur directionibus contrariis, & velocitatibus, quæ ſunt inverſè ut maſſæ, poſt ictum, in nave quieſcunt (267. 268. 269.) id eſt eadem cum nave velocitate feruntur.

Determinatur BI regulâ facili, quam ut detegamus, ſint rectangula BM, BF producta maſſarum per ſuas celeritates, & abſolvantur parallelogramma AO & CD; ductâ DO, ſecat hæc BN in I; nam triangula DIE & INO ſunt ſimilia, & IN ad IE, ut NO, aut BC, ad DE, aut AB. Per I ducatur HL, parallela AB, & complementa IM IF erunt æqualia; ergo, *corporibus tendentibus ad eandem partem, ſi ex ſummâ productorum* BM, & BF, *maſſarum per ſuas velocitates* ſubtrahamus MI, & ejus loco ſubſtituamus IF, prædicta ſumma æqualis erit rectangulo AL, quod ſi *dividatur per* AC, *ſummam maſſarum, quotiens diviſionis dabit* AH, aut BI, *velocitatem corporibus communem poſt ictum.* (Exp.) fig. 9. 272.

Si corpora tendant in partes contrarias, & ex producto majori BM ſubtrahamus MI, & ſubſtituamus IF, habemus BM æquale gnomoni AHLFEB; ex quo ſi ſubtrahamus productum BF, habemus HC *differentiam productorum maſſarum per ſuas velocitates*; ſi autem hanc *dividamus per ſummam maſſarum* AC, *quotiens erit velocitas quæſita* BI, *quæ dirigitur ad eandem partem* cum BN: id eſt ambo corpora, velocitate detectâ feruntur verſus eandem partem *cum corpore, cujus productum maſſæ per velocitatem aliâs productum ſimile excedit.* (Exp.). 273. fig. 11.

274. *Si corpus unum quieſcat*, ex utraque regula ſequitur, *corporis moti productum velocitatis per maſſam dividi debere per maſſarum ſummam.* (Exp.).

275. Unicum ſupereſt notandum, *corpora directionibus contrariis lata poſt impactum quieſcere, ſi vires fuerint in ratione inverſa maſſarum* (267. 268. 269. 250). in quo caſu ſi vis minor augeatur, ita tamen ut vim alterius
276. corporis nondum æquet, *corpus, cujus vis minor erit, corpus majori vi motum regredi coget*; & ne quis de veritate paradoxi hujus dubitet, directis in hoc caſu experimentis demonſtramus vim corporis victi, alterius vim ſuperare. (*Exp.*).

Vis corpori inſita alterius vim nunquam immediate deſtruit, perit hæc actione qua partes intropremuntur (254), ita ut corpus eo majorem amittat vim, quo majorem patiatur reſiſtentiam; ſed hæc a materiæ inertiâ & a vi contrariâ oriri poteſt, ita ut corporis vis minuenda ſit, ſi hujus inertia, id eſt materiæ quantitas (13) augeatur, ut in utroque caſu æqualiter alii corpori reſiſtat, unde paradoxi explicationem deducimus. Nam, ut ex hac obſervatione ſequitur,

277. *Quando duo corpora in ſe mutuo incurrunt, duæ dantur actiones, & duæ reactiones, utraque actio ſuæ reactioni æqualis eſt*; ut corpora quieſcant poſt ictum, non requiritur ut ante ictum vires contrariæ ſint æquales, ſed ut utrumque corpus patiatur reſiſtentiam, quâ ipſius vis deſtrui poſſit.

CA-

CAPUT XXI.

De Congreſſu Corporum Elaſticorum.

Corpora elaſtica, poſt ictum, ut jam notavimus ſeparantur (260), ſed diverſa vi in ſimilibus circumſtantiis; nam in variis corporibus *elaſticitas* differt, *perfecta dicitur*, 278.
quando partes ictæ ad priſtinum ſitum redeunt vi æquali illi, cum qua fuere ictæ.

De perfecta agimus elaſticitate; ergo vis deſtructa partium interceſſione harum reditu inſtauratur *ſumma virium corporibus inſitarum* 279.
poſt ictum, æqualis eſt ſummæ virium ante ictum.

Unde ſequitur *corpus elaſticum in obicem* 280.
firmum impingens eadem celeritate redire qua acceſſit; Si directio ſit perpendicularis ad obicem etiam per eandem directionem redibit; quia non magis verſus unam quam verſus aliam partem poteſt deflecti.

Corpora inæqualia, in contrarias partes lata, velocitatibus in ratione inverſa maſſarum, ſi elatere deſtituantur, poſt ictum quieſcunt (267. 268. 269.). *Elaſtrum dum* 281.
ſe expandit verſus utramque partem actionem *exerit*, quæ æqualis eſt reactioni aut reſiſtentiæ, quam ad partem oppoſitam patitur (148.): reſiſtentiæ corporum inæqualium, quæ Elaſtro premuntur, ſunt ut quantitates materiæ in his (13.) ergo *actiones* ſunt in eadem ratione *verſus partes oppoſitas*, id eſt ſunt *in ratione inverſa corporum* motorum; *idcirco velocitates ſunt in eadem hac ratione* (250).

(Exp.), *quod etiam locum habebit, ſi corpora in vere in ſe mutuo incurrant.*

282. Ex his deducimus *mutationem in velocitate corporis cujuſcunque poſt ictum duplam eſſe ſi ſit elaſticum quam ſi elatere deſtituatur.*

T. 4. fig. 9. 1. Tendant corpora verſus eandem partem, &, iiſdem poſitis, quæ in n. 271., velocitas poſt ictum, ſi corpora non ſint Elaſtica, eſt B I; & amiſit corpus A B, ex velocitate ſua, quantitatem N I; demonſtrandum eſt, ſi ſint corpora elaſtica, velocitatem amiſſam eſſe N G, duplam N I. Corpus B C acquiſivit E I, quando non ſunt elaſtica; nunc autem, quia de elaſticis agitur, augmentum erit duplum, nempe E P. Ut hoc demonſtremus probandum $AB \times BNq + BC \times BEq = AB \times BGq + BC \times BPq$, (279. 248. 281.)

fig. 10. Formentur quadrata linearum B E, B G, B N, & B P; & ducatur omnium diagonalis B V. Ducatur I S parallela ad P V; & per S, punctum, in quo diagonalem ſecat, ducatur X S K parallela P B; continuentur G R & E Q in Z & K; quia I N & I G ſunt æquales, ut & I P & I E, triangula Y S T, R S Z ſunt æqualia, etiam triangula S X V, S K Q. Idcirca Trapezium G R T N, æquale eſt rectangulo G Z Y N, & trapezium E Q V P æquale rectangulo E K X P.

Semidifferentia quadratorum linearum B N, B G eſt trapezium G R T N, id eſt rectangulum G Z Y N. Eodem modo ſemidifferentia quadratorum linearum B P, B E eſt rectangulum E K X P; Sed rectangula hæc, propter communem altitudinem I S, ſunt ut baſes, aut ut baſium ſemiſſes

I N,

IN, IE; & ut ſunt ſemidifferentiæ quadratorum, ita integræ differentiæ: ergo $BNq - BGq$, $BPq - BEq$ :: IN, IE, id eſt ut BC ad AB ex conſtructione; idcirco $AB \times BNq - AB \times BGq = BC \times BPq - BC \times BEq$; ideo $AB + BNq + BC \times BEq = AB \times BGq + BC \times BPq$. quod demonſtrandum erat.

2. Tendant nunc corpora in partes contrarias ſi corpora non ſunt elaſtica corpus BC amittit integram ſuam velocitatem, etiam in contrariam partem acquirit velocitatem BI, & mutatio integra in velocitate eſt EI; quæ ſi duplicetur, poſitis IP & IE æqualibus, corpus redibit cum velocitate BP; Corpus AB amiſit velocitatem IN, ſi mutatio duplicetur, erit hæc NG, poſitis NI & IG æqualibus; totam ergo amittit ſuam velocitatem & celeritate BG in contrariam partem fertur. Demonſtrandum BP & BG eſſe corporum BC AB velocitates poſt ictum, ſi elaſtica fuerunt; id eſt $AB \times BNq + BC \times BEq = AB \times BGq + BC \times BPq$ (279. 248. 281.) fig. 11.

Formentur iterum quadrata linearum BP, BN, BE aut B*e*, & BG aut B*g*. Propter æquales IN, IG, & IP, IE, æquales ſunt NP, EG, aut *eg*; addamus utrimque *e*N, erunt æquales *e*P, *g*N. Differentia quadratorum BV & BQ, id eſt quadratorum linearum BP, BE, eſt rectangulum, cujus baſis eſt PV, & *e*Q, id eſt PE, & altitudo *e*P; differentia quadratorum BT, BR, id eſt quadratorum linearum BN, B*g* aut BG, eſt rectangulum, cujus baſis eſt NT, fig. 12.

& *g*

& *g* R, id eſt N G, & altitudo *g* N; propter æquales altitudines rectangula hæc ſunt ut baſes P E, N G, aut ut harum ſemiſſes I E, I N quæ ſunt ut, A B, B C; ergo $BPq - BEq,\ BNq - BGq :: AB,\ BC$: id circo $AB \times BNq - AB \times BGq = BC \times BPq - BC \times BEq$; unde deducimus $AB \times BNq + BC \times BEq = AB \times BGq + BC \times BPq$. quod demonſtrandum erat.

283. Ex propoſitione n. 282 quam in omnibus caſibus demonſtravimus, ſequitur *velocitatem reſpectivam duorum corporum elaſticorum poſt ictum & ante ictum eſſe eandem* & ex eadem propoſitione ſequentes deducimus regulas, quibus velocitatem corporis elaſtici poſt ictum determinamus.

REGULA I.

284. *Si corporis velocitas, poſitis corporibus non elaſticis in ſe mutuo impingentibus, ictu augeatur, augmentum duplicatum priori velocitati addendum erit, ad velocitatem determinandam, ſi corpora fuerint elaſtica.* (*Exp.*).

REGULA 2.

285. *Si corpora, quæ in ſe mutuo impingunt, non elaſtica ſint, & corpus ex velocitate amittat, pars amiſſa duplicanda erit, & ex priori velocitate ſubtrahenda, ad determinandam velocitatem quæſitam, poſitis corporibus elaſticis.* (*Exp.*).

Circa ſecundam regulam obſervandum, corpus quod redit non modo totam ſuam amittere velocitatem, ſed & velocitatem in contrariam partem primæ velocitati eſſe addendam ad determinandam velocitatem amiſ-

amiſſam ; & hæc ſumma in tali caſu duplicanda eſt, ut ex priori motu ſubtrahatur. Quando autem ex minori velocitate major ſubdicitur, exceſſus in contrariam partem ſumendus eſt.

Ex hiſce regulis deducimus *corpora æqualia elaſtica per mutatis velocitatibus, motum continuare ſi verſus eandem plagam ferantur* (Exp.), *& permutatis velocitatibus ſingula redire, ſi directiones fuerint contrariæ* (Exp). 286.

Si corpus in æquale quieſcens incurrat, ut permutent corpora velocitates, *motum corpus poſt ictum quieſcit & alterum cum prioris velocitate movetur.* (Exp). 287.

In corporibus elaſticis ſubita admodum eſt elateris actio : Ideo *ſi varia corpora elaſtica ſint contigua & ultimum percutiatur omnia ſequentia agitantur quaſi eſſent ſeparata*, id eſt ſola actione vicini corporis movetur corpus quodcumque, & in vicinum tantum agit, partibus elaſticis redeuntibus antequam actio ſequenti corpori communicari poſſit. *(Exp.)* 288.

CAPUT XXII.

De Motu compoſito.

Vidimus quomodo corporis motus mutetur actione novâ in hoc agente (146.) T. 4. fig. 15.
Si corpus moveatur per A D, celeritate, quam hac lineâ deſignamus, & vis nova hoc pellat per A*e*, aut A E, aut A e, celeritate, quam hiſce lineis, quas æquales ponimus, deſignamus corpus, duabus celeri-

ta-

tatibus latum, movetur per A *b*, aut A B, aut A b (147). Non tamen in ſingulis hiſce caſibus impreſſioni æquali æqualis communicatur velocitas lateralis; ſi hæc dirigatur per A *e* pro parte cum motu corporis conſpirat, ita ut in hoc motu contineatur acceleratio motus per A D. Eodem modo retardatio velocitatis per A D continetur in motu per A *e*; idcirco impreſſiones, quibus corpora per A e aut A *e* pelluntur, ut velocitatem hiſce lineis deſignatam corpori communicent non ſunt æquales inter ſe (243.), neque impreſſioni, quibus corpori quieſcenti hæc poſſet communicari velocitas (242.). In ſolo caſu, in quo angulus E A D eſt rectus, motus lateralis neque conſpirat neque contrarie agit cum motu per A D, & impreſſio, qua corpus movetur, in corpus agit quaſi quieſceret. In hoc caſu præter vim ex celeritate A D, corpori communicatur vis per A E; & utraque proportionalis eſt quadrato ſuæ velocitatis (244.) ideo corporis vis integra proportionalis eſt ambobus quadratis linearum A D & A E, quod congruit cum demonſtratis: nam fertur corpus celeritate A E, cujus quadratum valet memorata duo quadrata.

Unde deducimus non intereſſe neque reſpectu impreſſionum, quibus corpus agitatur, neque reſpectu virium, neque velocitatum, utrum corpus per A B feratur celeritate A B, an per A D & A E celeritatibus hiſce lineis proportionalibus, quæ inter ſe angulum rectum continent.

289. Inde deducimus *motum corporis reſolvi* poſſe *in duos alios* innumeris modis, quod fiet, *ſi li-*

linea, in directione motus dati poſita, & longitudine celeritatem deſignans, ſit hypotenuſa trianguli rectanguli; nam hujus reliqua duo latera ſitu motuum quæſitorum directiones dabunt, & longitudinibus ſuis reſpective velocitates horum expriment.

Ut nunc determinemus, qua vi corpus per A e ſit agitandum, ut ei communicetur celeritas A e; motum hunc in duos reſolvo per A *f* & A g, poſitâ e g parallelâ A *f*; Per A *f* tantum corpori vis communicanda eſt, qua corpus ſi quieſceret hac celeritate poſſet ferri, & quæ proportionalis eſt quadrato A *f* (244) per A g autem vis communicanda eſt, qua celeritas A D quantitate A g augeatur, id eſt fiat A h, quæ vis proportionalis eſt differentiæ quadratorum A h, A D (244); hæ vires ſimul communicandæ erunt juxta A e, ut corpus hac celeritate poſſit ferri; & vis integra corpori proportionalis eſt quadrato lineæ A D, differentiæ quadratorum linearum A h & A D & quadrato A *f*; primis duobus ex hiſce tribus quantitatibus in unam ſummam collectis, habemus quadratum lineæ A h, cui ſi addatur quadratum lineæ A *f*, aut h b, habemus quadratum lineæ A b; cui proportionalem eſſe vim corpori inſitam ex ante demonſtratis ſequitur (244.), quibus etiam conſtat corpus celeritate A *b* ferri (147.). 290.

Si motum per A *e* in duos reſolvamus per A *f* & A *g*, motu hoc ſecundo retardatur motus per A D; unde ſequitur, ut corpus per A *e*, celeritate hac lineâ deſignatâ feratur, illi communicandam eſſe vim, quæ proportionalis ſit quadrato A *f*, & impreſſionem, 291.

ſionem, qua agitatur, ulterius tantum valere debere, ut quantitate *A g* poſſit minuere velocitatem A D; in hoc caſu corpus juxta directionem A D tantum ſuperſtitem habebit vim proportionalem quadrato A *b*, cui ſi addatur vis proportionalis quadrato A *f* habemus vim proportionalem quadrato A *b*; quod iterum cum ante demonſtratis congruit (147. 244.).

CAPUT XXIII.

De Percuſſione obliqua & compoſita.

DEFINITIO I.

292. ANgulus incidentiæ *vocatur angulus quem directio motus corporis, ad aliud accedentis, efficit cum perpendiculari ad ſuperficiem hujus in puncto, in quo percutitur.*

DEFINITIO. 2.

293. Angulus reflexionis *eſt angulus, quem cum eadem perpendiculari efficit directio motus corporis poſt percuſſionem.*

294. T. 5. fig. 1. *Si Corpus elaſticum* P *in obicem firmum elaſticum* F G *incurrat, obliquè* juxta directionem P *a*, *redibit* per *a p*, *ita ut angulus incidentiæ* P *a* B, *æqualis ſit angulo reflexionis* B *a p*. Motus per P *a*, quam longitudine celeritatem corporis deſignare ponimus, poteſt reſolvi in duos, quorum unius directio parallela ſit lineæ B *a*, alterius huic perpendicularis; & corpus in obicem incurret in *a*, quaſi celeritatibus C *a*, B *a*, & juxta haſce directiones, latum foret (289). Motus per C *a* ictu non mutatur & celeritate *a* E corpus motum continuat poſitis C *a*, *a* E æqualibus; mo-

TAB. IV.

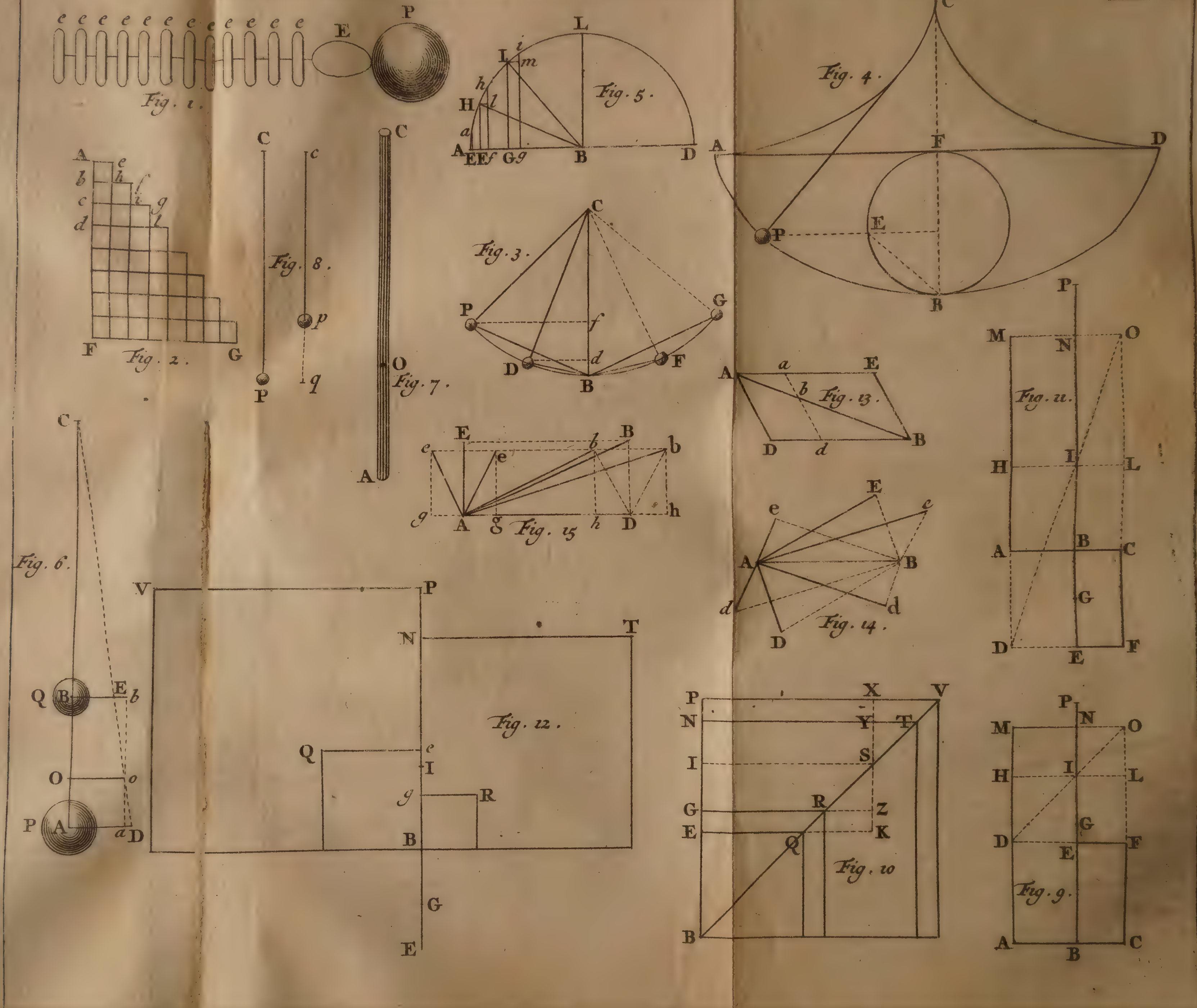


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15

tu per B *a* directe in obſtaculum incurrit, & per eandem lineam ea celeritate, qua acceſſit, redit (280.), id eſt per *a* B; hiſce autem duobus motibus latum corpus redit per *a p*, diagonalem rectanguli lineis *a* E, *a* B formati (147). triangula B P *a* & B *a p* eſſe æqualia liquet, unde conſtat propoſitum.

Ex eadem motus reſolutione in duos alios determinatur motus corporum oblique in ſe mutuo impingentium.

Corpus Q quieſcit, corpus P, directione T. 5. & celeritate P A, in illud impingitur. Per fig. 2. centra amborum corporum, cum P in A pervenerit, ducatur linea D B, & ad illam perpendicularis P B, & abſolvatur parallelogrammum A B P C; motus per P A reſolvitur in duos alios per P B & P C, aut B A, C A (289.); motu per C A corpus P non agit in corpus Q; actio ergo oritur ex ſolo motu per B A, id eſt, *corpus P, impactione obliqua per P A celeritate P A, in corpus Q agit, eodem modo ac ſi directe in illud impingeret per B A celeritate B A.* Et ſic motus corporis Q ex illa actione, ſive corpora ſint elaſtica, ſive non, determinatur ex iis quæ de impactione directa dicta ſunt. 295.

Motus corporis P poſt impactum ex iiſdem principiis deducitur; motus per C A non mutatur; ergo motu illo cum æquali celeritate corpus P fertur directione A E; ſit ideo A E æqualis C A. Mutatio in motu B A determinatur reſpectu corporis P, eodem modo ac motus corporis Q, per ea quæ de colliſione directa explicata ſunt; ſit celeritas illius motus A D; ex iſto motu & motu per A E oritur motus compoſitus per dia-

diagonalem A *p*, quæ ſitu & longitudine directionem & celeritatem corporis P poſt impactum denotat (147).

296. *Quando corpora ſunt æqualia & elaſtica*, totus motus per B A ex percuſſione deſtruitur (184), & ſolus motus per C A ſupereſt, qua directione tunc etiam fertur corpus P. In illo caſu ſemper poſt impulſum corpora ambo, *quocunque modo corpus P ad aliud accedat, ſeparantur directionibus angulum rectum continentibus.* (Exp).

297. Eodem etiam fundamento nititur determinatio motus duorum corporum poſt percuſſionem, quando ambo moventur, quomodocunque in ſe mutuo ferantur. Caſus omnes eodem modo ſolvuntur.

T. 5. fig. 3. 4. Corpus P moveatur directione & celeritate P A; corpus Q directione & celeritate Q *a*; ducatur linea B *b*, tranſiens per amborum corporum centra ubi ſeſe mutuo tangunt; ad hanc ſint B P & Q *b* perpendiculares, & abſolvantur parallelogramma P B A C & Q *b a c*. Motus corporis P reſolvitur in duos alios, quorum celeritates & directiones deſignant C A, B A. Motus, in quos reſolvitur motus corporis Q, deſignantur per *c a*, *b a*; motibus per C A & *c a* corpora non agunt in ſe mutuo; non mutantur ergo hi motus, & poſt occurſum deſignantur per A E & *a e*, ipſis A C & *ac* æquales; percuſſio ex motibus per lineas B A, *b a*, eſt directa, & determinatur in præcedentibus: ſit motus corporis P verſus D, & ejus celeritas A D; corporis Q motus verſus *d*, & ejus celeritas *a d*. Poſt occurſum ergo motus corporis P componitur ex motibus

bus per A E & A D, & movetur per diagonalem A p. Corporis Q motus poſt impactum componitur ex motibus per a e & a d, unde corpus illud fertur per diagonalem a q; & longitudines illarum diagonalium celeritates corporum poſt occurſum denotant. In Fig. 3 corpora non elaſtica ponuntur. in fig. 4. idem caſus, poſitis corporibus elaſticis, repræſentatur.

Percuſſionis compoſitæ unicum caſum 298.
memorabo.

Quieſcat corpus P, in hoc, eodem mo- T. 5.
mento, velocitatibus æqualibus, directe in- fig 5 6.
currant corpora Q, Q corpori P æqualia, directionibus Q q, Q q: continuentur hæ directiones, & ſint in his continuationibus P b, P b, celeritatem corporum Q, Q ante impactionem deſignantes; formetur Rhombus P d p d ita, ut ductis ex p ad P d, P d continuatas ſi neceſſe fuerit perpendicularibus pa, pa, puncta b, b ſint media inter d, a & d, a. Corpus P poſt ictum directione P p & celeritate huic lineæ proportionali feretur, corpora vero Q, Q, directionibus ſervatis movebuntur celeritate b d aut b a; motum continuabunt ſi angulus, quem directiones corporum Q, Q continent, fuerit acutus, redibunt ſi idem angulus fuerit obtuſus. (*Exp.*)

CAPUT XXIV.

De Legibus Elaſticitatis.

QUid ſit *Elaſticitas*, & unde oriatur, jam vidimus (40.); etiam quid ex eo in congreſſu corporum, ſive directe, ſive oblique, in ſe mutuo impingentium eveniat;

ſu-

ſupereſt ut ipſius *Elaſticitatis leges* examinemus, illudque ex Phænomenis.

Omnia corpora, in quibus *Elaſticitatem* obſervamus, conſtant ex filamentis tenuibus, aut ſaltem quaſi ex talibus conſtantia conſiderari poſſunt; in hoc enim caſu corpus in fila diviſum concipi poteſt; illaque fila, ad ſe mutuo appoſita, corpus conſtituere; ut ergo in caſu omnium minime compoſito *Elaſticitas* examinetur, chordæ conſiderandæ ſunt, & quidem metallicæ; chordæ enim ex inteſtinis ovium ſpiram formant, & non ut fibræ, ex quibus corpora formantur, conſiderari queunt.

299. *Fibrarum Elaſticitas in eo ſita eſt, quod extendi poſſint, & ſublata vi, qua producuntur, iterum ad priſtinam longitudinem redeant.*

300. *Fibræ nullam habent Elaſticitatem, niſi certa cum vi tenſæ ſint*; ut patet ex chordis parum tenſis & quarum extremitates fixæ ſunt, quæ ſi a ſitu paululum removeantur, ad illum ſponte non redeunt: quiſnam vero ſit gradus tenſionis, in quo Elaſticitas inchoetur, Experimentis nondum fuit determinatum.

301. *Quando nimia cum vi fibra tenditur, Elaſticitatem amittit*; & neque gradus hicce tenſionis notus eſt; illud conſtat tenſionem fibrarum, quæ Elaſticitatem conſtituit, certis limitibus terminari.

302. Ex hiſce patet differentia corporum elaſticorum & non elaſticorum; quare corpus elaſticum elaſticitatem amittit, & quomodo elaſticitate deſtitutum proprietatem illam acquirit. Lamina metallica, repetitis mallei ictibus, fit elaſtica, calefacta vim illam amittit.

In-

Inter limites tenſionis, quibus elaſticitas terminatur, pro vario tenſionis gradu, vis diverſa requiritur, ad chordam certa quantitate producendam; quænam hic proportio locum habeat Experimentis determinari debet, quæ, ut jam dictum, cum chordis metallicis inſtituenda ſunt. Cum vero hæ chordæ vix ſenſibiliter producantur, directe productionum proportiones menſurari nequeunt; alia methodo hæ determinantur.

Sit chorda horizontalis A B, certa vi T. 5. tenſa; cujus extremitates in A & B fixæ fig. 7. ſunt; pondere in medio chordæ appenſo inflectatur chorda, ut ſitum ACB acquirat.

DEFINITIO.

Linea, ut C *c*, *a puncto medio chordæ poſt* 303. *inflexionem*, *ad punctum medium in ſitu naturali*, *vocatur* chordæ ſagitta.

Sit *c e* circuli portio, centro B, & radio B *c*, deſcripti. Inflexione dimidia pars chordæ producta fuit quantitate C *e*, quæ quantitas cum ſagitta C *c* certam relationem habet. Pondus etiam, quo chorda inflectitur, certam cum vi, qua fibra producitur, id eſt, per BC trahitur, relationem habet; & ita comparando in variis Experimentis ſagittas C *c*, & pondera quibus chordæ inflectuntur, productionum proportiones determinantur.

Pondere ad libitum tendatur chorda, & 304. minori quocunque inflectatur, mutatis hiſce ponderibus utcunque, ſi in eadem ratione illa mutentur, non variatur ſagitta. (*Exp.*).

Ex quo Experimento ſequitur, *pondus*, 305. *quo certa quantitate producitur fibra*, *in variis gradibus tenſionis fibræ*, *eandem cum tenſione*

rationem ſequi; ſi dentur ex. gr. tres fibræ ejuſdem generis, longitudinis, & craſſitiei, quarum tenſiones ſunt ut 1. 2. & 3.; pondera quæcunque in eadem ratione æqualiter producunt illas fibras.

306. *Ejuſdem fibræ productiones minimæ ſunt inter ſe quam proxime ut vires quibus fibræ producuntur.* Detur ex. gr. fibra tenſa pondere centum unciarum, ſi ſeparatim producatur viribus unius unciæ, duarum unciarum, & trium unciarum, productiones erunt quam proxime ut unum, duo, & tria, id eſt, unaquæque uncia ſuperaddita æqualiter producit fibram: nam tenſiones ponderibus 100. 101. & 102. unciarum, quibus in ſingulis caſibus, quando uncia ſuperadditur, tenditur fibra, ſenſibiliter inter ſe non differunt.

T. 5. fig. 8. Hæc fibrarum proprietas ad inflexionem ipſarum applicari poteſt, & magni uſus eſt. Inflectatur chorda A B, ita ut ſitus A *c* B, A *c* B, & A C B acquirat, ita tamen ut in maxima inflexione ſagitta non ſit quartæ partis unius pollicis, poſita chordæ longitudine duorum pedum cum ſemiſſe; in iſtis caſibus productiones chordæ ſunt admodum parvæ, ergo in ratione virium, a quibus oriuntur (306), & iſtas vires deſignant; denotet c D vim qua chorda non inflexa tenditur, & centro B deſcribatur circulus D *d*; lineæ *d c*, *d c*, *d* C, quæ ſuperant lineam c D, quantitate qua in ſingulis caſibus fibra fuit producta, exprimunt vires integras, quibus in ſingulis caſibus fibra tenditur. Sed arcus D *d* vix eſt unius gradus, & D ſemper a puncto c ſatis diſtat, quare D *d* pro linea recta ipſi c C parallela haberi poteſt,

&

& lineæ *c d*, *c d*, C *d* in eadem ſunt ratione cum lineis *c* B, *c* B, C B. Punctum ideo C verſus B & A ſemper trahitur, viribus lineæ C B aut C A proportionalibus; & vis qua chorda inflectitur cujus directio eſt per c C, eſt ut dupla ſagitta (137), aut ut ipſa ſagitta. *In omnibus* ergo *chordæ cujuſcunque* 307. *inflexionibus minimis, ſagitta creſcit & minuitur in eadem ratione cum vi qua chorda inflectitur.* (Exp.).

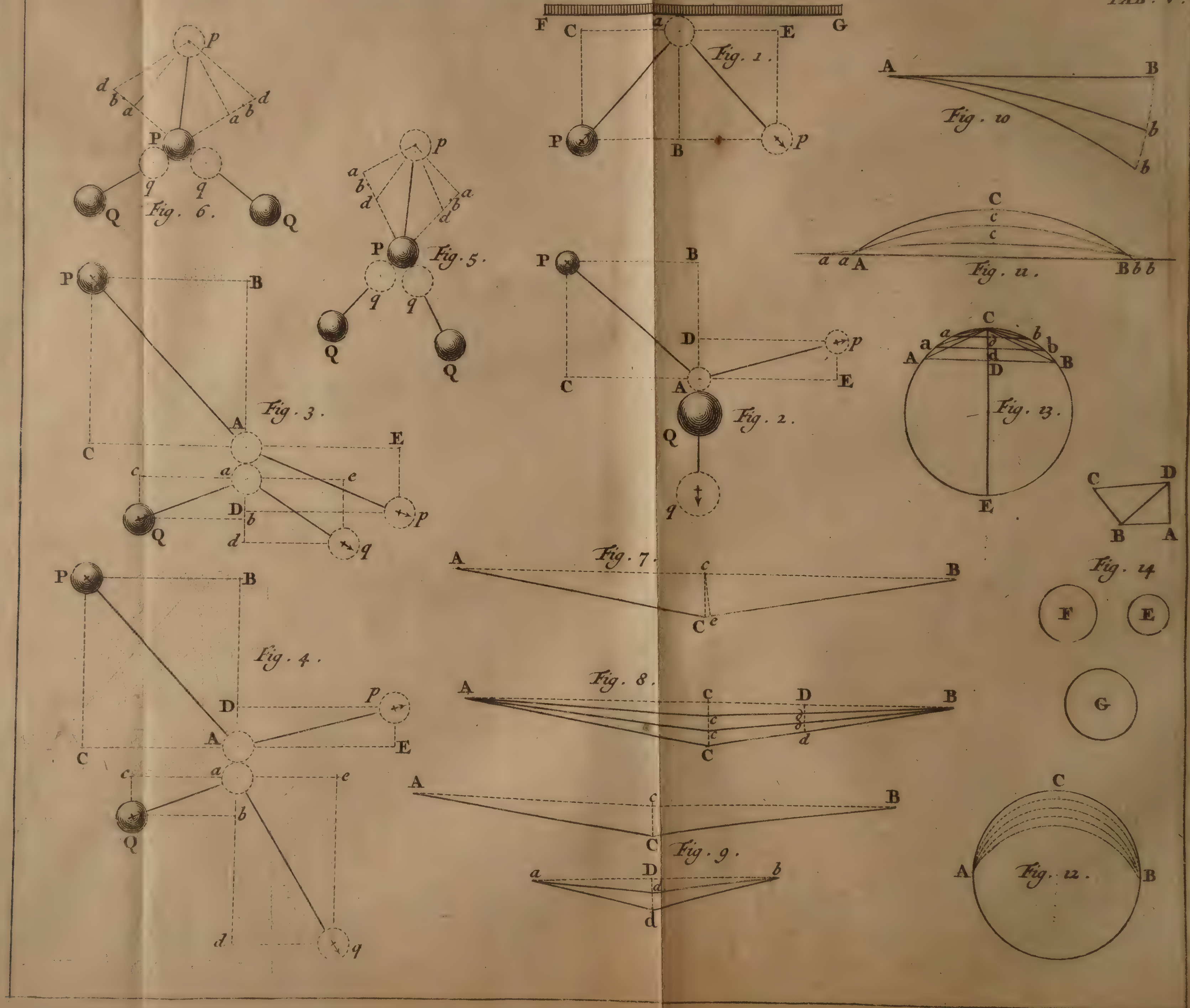
In chordis ejuſdem generis, craſſitiei, & æ- 308. *qualiter tenſis, ſed diverſæ longitudinis, productiones, quæ ex ſuperadditis æqualibus ponderibus oriuntur, ſunt inter ſe ut chordarum longitudines.* Ex eo hoc patet, quod chorda in omnibus punctis ſit æque tenſa; productio ergo integræ chordæ eſt dupla productionis dimidiæ partis, aut chordæ dimidiæ longitudinis.

Quod ad inflexionem illarum chordarum T. 1. attinet, ſint A B, *a b*, chordæ ejuſdem ge- fig. 9. neris, & craſſitiei, ſed diverſæ longitudinis, æque tenſæ, & ita inflexæ, ut A C B ſit ſitus illius, *a d b* hujus inflexio; & ſint triangula B C *c* & *b* D *d* ſimilia: *c* B eſt ad D *b*, id eſt, chordarum longitudines, ut C B ad *db*; chordæ ergo proportionaliter ad longitudines producuntur, & ideo viribus æqualibus, juxta directiones *b d*, *a d*, B C, A C trahuntur (308); propter ſimilitudinem autem triangulorum ſtatim memoratorum vires etiam juxta *c* C & D *d* agentes ſunt æquales inter ſe (137), & *ſagittæ c* C, D *d* 309. *ſunt ut chordarum longitudines*; quod igitur, *cæteris paribus, in chordis inæqualibus & inflexis* ſemper obtinet. (*Exp.*).

Fibræ ejuſdem generis, ſed diverſæ craſſitiei inter ſe comparantur; poſſunt conſiderari quaſi formatæ ex multis fibris tenuiſſimis ejuſdem craſſitiei, quarum numeri in fibris memoratis ſunt ut quadrata diametro-
310. rum; aut ut pondera *quando fibræ ſunt æquales*. Viribus ergo, in eadem ratione quadratorum diametrorum, hæ fibræ æqualiter tenduntur; quæ etiam ratio inter vires, quibus chordæ inflectuntur, requiritur, ut ſagittæ datis fibris æqualibus ſint æquales. Sed minuendo in eadem ratione vim, qua fibra tenditur, cum vi, qua inflectitur, ſagitta non mutatur (304); *poſitis* igitur *viribus*, *quibus* fibræ *tenduntur*, *æqualibus*, *ſi æqualibus viribus inflectantur*, etiam in eo caſu *ſagittæ erunt æquales*, *quæcunque fuerit craſſitiei diverſitas.* (Exp.).

311. *Si chorda utcunque tenſa* A B *inflectatur*, ut
T. 5. figuram A C B acquirat, *& ſibi relinquatur*,
fig. 7. ex elaſticitate ad primam figuram redit, & in eo caſu motus puncti C eſt acceleratus; nam in ſitu A C B chordæ, punctum C movetur, cum vi qua in illo ſitu retineri poteſt; motus hicce non deſtruitur, & ei ſuperadditur, in omnibus punctis ſagittæ, vis qua punctum C in illis retineri poſſet; celeritas omnium maxima eſt in *c*, & ea punctum C ulterius fertur, deinde redit, *variasque vibrationes peragit*, in quibus punctum C niſi parva ſpatia non excurrit; qua de cauſa vis, qua in omnibus diſtantiis a *c* agitatur punctum C, eſt ut hæc diſtantia (307). Et
312. quia cauſa movens *eſt elaſticitas chordæ*, transfertur cauſa hæc cum ipſa fibra, ita ut hanc licet agitatam premat quaſi quieſceret; ita

ut


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14

ut vis hæc ſit *ejuſdem generis cum gravitate* (152). Congruit ergo motus hicce cum motu corporis in cycloïde vibrati (178), & *vibrationes licet inæquales ſunt æque diuturnæ* (173).

Poſitis duabus chordis ſimilibus & æqualibus, 313.
ſed inæqualiter tenſis, vires inæquales requiruntur, ut æqualiter inflectantur; ergo vibrationes temporibus inæqualibus peragunt.

Motus chordarum conferri poſſunt cum motibus pendulorum in cycloïdibus vibratorum (311), & ſimiles cycloïdes, viribus diverſis, deſcribentium; quæ vires ſunt inverſe ut quadrata temporum vibrationum (193): in chordis ergo etiam *quadrata temporum vibrationum ſunt inter ſe inverſe*, ut vires quibus æqualiter inflectuntur; quæ ſunt *ut pondera quibus chordæ tenduntur* (304).

Quando chordæ ſunt ſimiles, æque tenſæ, ſed 314.
diverſæ longitudinis, motus illarum cum motu T. 5.
pendulorum etiam confertur. Non intereſt fig. 9.
quantum ad actionem gravitatis in corpus; & ideo quantum ad motum corporis ex gravitate, utrum manente materiâ, ipſa vis gravitatis minuatur in certa ratione, an vero manente hac vi materia in eadem ratione augeatur (70), quod ergo ad motum chordæ etiam applicari poteſt (312). Ergo chordæ, ACB, *adb*, quæ ponderibus æqualibus inflectuntur, agitantur ut corpora in quibus gravitates agerent, quæ forent inter ſe ut *ab*, ad AB; in hac enim ratione inverſa ſunt quantitates materiæ in chordis. Chordæ etiam hæ moventur ut pendula, quarum longitudines ſunt ut *c*B ad D*b*, aut AB ad *ab*. ergo quadrata durationum vibrationum, quæ ſunt inverſe ut vires, & directe ut longitu-

tudines pendulorum (194), ſunt in ratione compoſita ex inverſa ratione *ab* ad A B, id eſt, A B ad *a b*, & directa ipſius A B ad *ab*; quæ ratio compoſita eſt ratio quadratorum longitudinum; *chordarum* igitur *longitudines ſunt ut vibrationum tempora.*

315. Eodem modo comparantur *tempora vibrationum chordarum diverſæ craſſitiei, poſitis chordis æqualibus, & æqualibus ponderibus tenſis*; hæ æqualibus ponderibus æqualiter inflectuntur, & ideo agitantur ut pendula æqualia, in quæ agunt gravitates, quæ *ſunt* inverſe *ut* quantitates materiæ in chordis, id eſt, ut quadrata diametrorum; quæ ratio iterum invertenda eſt ad habendam proportionem quadratorum durationum vibrationum (193); Ideo *diametri* ipſæ ſunt ut durationes.

316. *Datis chordis ejuſdem generis quibuſcunque, vibrationum durationes* inter ſe poſſunt comparari; *ſunt* enim *in ratione compoſita, ex ratione inverſa radicum quadratarum ponderum, quibus chordæ tenduntur* (313), *ratione longitudinum chordarum* (314), *& ratione diametrorum* (315) Multiplicando diametrum per longitudinem, dividendo productum per radicem quadratam ponderis, quo chorda tenditur, ſi pro variis chordis eadem operatio inſtituatur, quotientes diviſionum erunt inter ſe ut vibrationum tempora.

317. Lamina elaſtica pro congerie chordarum haberi poteſt: quando lamina inflectitur, fibræ quædam producuntur, & productiones inæquales ſunt in diverſis laminæ punctis, & ex iis, quæ de chordis dicta ſunt, curva, quæ a lamina inflexa formatur, detegitur.

Com-

Comparando inter ſe varias *ejuſdem laminæ inflexiones*, hæ *proportionales ſunt viribus, quibus lamina flectitur.* (Exp.). Sit lamina A B, cujus extremitas A fixa eſt, duabus inflectatur viribus, quibus perveniat ad *a b* & *a b*; ſi una fuerit alterius dupla, *b b* & *b* B erunt æquales; & ideo in vibrationibus motus *laminæ* eodem modo acceleratur ac motus chordæ (307), & motus ponderis in cycloïde (178); & hæ *vibrationes ſunt æque diuturnæ*. 318. T. 5. fig. 10. 319.

Quæ de inflexione laminarum dicta ſunt, ad laminam curvam A C B transferri poſſunt; ſi illa duobus ponderibus gravetur ut ſitus *a c b*, *a c b* acquirat, & pondera ſint inter ſe ut unum ad duo, diſtantiæ *c c* & *c* C erunt æquales (318); introceſſiones igitur puncti C ſunt ut pondera, quibus lamina gravatur: quod etiam referri poteſt ad introceſſiones plurimarum laminarum junctarum. 320. T. 5. fig. 11.

Non tamen in Globo A C B, ex materia elaſtica, qui quaſi ex variis laminis conſtans conſiderari poteſt; introceſſiones puncti ut C erunt proportionales viribus, quibus corpus comprimitur. Nam ſi introceſſio duplicetur, dupla vis quidem requiritur propter duplam laminarum inflexionem, ſed augenda ulterius eſt vis propter majorem numerum laminarum inflexarum, & experimentis conſtat, hac de cauſa vim duplicandam eſſe, ita ut vis quadrupla requiratur: etiam in genere experimentis conſtat, quadratum introceſſionis ſequi eandem proportionem cum vi, qua globus comprimitur, id eſt, ſi ipſe globus in obicem firmum incurrat, ſunt intro- 321. T. 5. fig. 12.

troceſſiones ut velocitates, quibus in hunc impingitur (244).

T. 5. Impingat, variis vicibus, punctum C glo-
fig. 13. bi A C B E in planum quodcunque, & punctum C introcedat ad *d*, d, & D, velocitates in ictibus erunt inter ſe ut lineæ C *d*, C d, C D; in primo ictu pars *a c b* plana fit, in ſecundo pars a c b, in tertio pars A C B: cum hic ſemper agatur de arcubus minimis, arcus, id eſt, diametri ſuperficierum planarum ex ictibus, ſunt inter ſe ad ſenſum ut chordæ C *a*, C a & C A; ergo ipſæ ſuperficies ut quadrata illarum chordarum, in qua etiam ratione, ex natura circuli, ſunt lineæ C *d*, C d, & C D, quæ ſunt inter ſe
322. ut velocitates. *In Sphæra* igitur *elaſtica ſuperficies planæ ex ictibus eandem cum velocitatibus, quibus in obicem incurrit, proportionem ſequuntur.* (Exp.).

FINIS LIBRI PRIMI.

PHI-

PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.

LIBER II.

Pars I. de Gravitate, & Preſſione Fluidorum.

CAPUT I.

De Gravitate partium Fluidorum, & illius effectu in ipſis Fluidis.

FLuidum vocatur corpus, cujus partes impreſſioni cuicunque cedunt, & cedendo facillime moventur inter ſe (32). Unde ſequitur *fluiditatem ex eo oriri,* 323.
quod partes non arcte inter ſe cohæreant, & quod motus non impediatur inæqualitatibus in partium ſuperficiebus, ut fit in pulveribus.

Particulæ autem, ex quibus fluida conſtant, ejuſdem ſunt naturæ cum aliorum corporum particulis, eaſdemque proprietates habent; fluida enim ſæpe in ſolida convertuntur, quando magis arcta inter partes co-

hæſio datur, ut glacies: metalla contra liquefacta exemplum ſolidi in fluidum mutati præbent.

324. *Fluida & eo cum corporibus ſolidis congruunt, quod conſtent ex particulis gravibus, gravitatem materiæ quantitati proportionalem, ubicunque poſitæ, habentibus.* Si in ipſo fluido gravitas ſenſibilis non ſit, ex eo hoc oritur, quod partes inferiores ſuperiores ſuſtineant, haſque deſcenſu arceant (*Exp.*); ipſam vero gravitatem eo non deſtrui liquet; quod vaſe contentum fluidum pro ſua quantitate gravet libram, cui vas appenditur.

325. Ex hac gravitate ſequitur, *ſuperficiem fluidi, vaſe incluſi ne effluat, ſi ſuperne illud non prematur, aut æqualiter prematur*, quod nullam mutationem adfert, *planam fieri, & horizonti parallelam.* Cum enim impreſſioni cuicunque particulæ cedant tam diu gravitate moventur, donec deſcenſui locus non amplius detur.

326. *Particulæ inferiores* ſuperiores ſuſtinent & hiſce *premuntur, preſſioque hæc ſequitur proportionem materiæ incumbentis, id eſt, altitudinis fluidi ſupra particulam preſſam*, cum vero ſuperficies ſuprema fluidi ſit ad horizontem parallela (325), ſingula puncta ſuperficiei cujuſcunque, quæ concipitur in fluido ad horizontem parallela, æqualiter premuntur.

327. *Si* ergo *in aliquo loco talis ſuperficiei preſſio detur, minor quam in cæteris punctis, fluidum*, quod impreſſioni cuicunque cedit, *ibi* movebitur, id eſt, *adſcendet donec preſſio fuerit æqualis.* (Exp.).

328. *Preſſio in particulas inferiores, quæ oritur ex gra-*

gravitate fluidi ſuperioris, actionem ſuam exerit verſus omnes partes, & quidem æqualiter. (Exp.). Quod ex natura fluidi ſequitur; nam hujus partes impreſſioni cuicunque cedunt, & facillime moventur; gutta ergo quæcunque locum, quem occupat, non ſervabit, ſi, dum a fluido ſuperiori premitur, ab omni parte non æqualiter prematur; moveri vero non poteſt propter guttas vicinas, quæ eodem modo & eadem cum vi a fluido ſupereminenti premuntur; quieſcit idcirco gutta prima, & æqualiter ab omni parte, id eſt, juxta directionem quamcunque premitur.

Ex hiſce ſequitur *fluidorum particulas ſingulas* ab omni parte æqualiter premi & ideo *quieſcere*; illaſque non continuo inter ſe moveri, ut a multis ſtatuitur. 329.

In tubis communicantibus, ſive æqualibus, ſive inæqualibus, ſive rectis, ſive obliquis, fluidum eandem adipiſcitur altitudinem; id eſt, omnes ſuperficies ſupremæ ſunt in eodem plano horizonti parallelo; quod facile ex dictis deducitur. Sit vas A, tubus verticalis C B, & tubus inclinatus E D; communicationem habeant ope tubi C E; detur in his fluidum, & concipiatur ſuperficies horizonti parallela *f g h*; ſi altitudines, *f i* & *g l* fuerint inæquales, fluidum adſcendet ubi minor eſt (327). Ex eadem ratione, niſi preſſiones in *g* & *h* fuerint æquales, fluidum non quieſcet; ſunt vero æquales, quando *l* & *n* ſunt in eodem plano horizontali; nam cum preſſio oriatur ex gravitate partium, quæ tendit verſus terræ centrum, altitudo fluidi prementis juxta illam directionem menſurari 330. T. 6. fig. 1.

debet, id eſt, erit *h m*; obliquitas vero columnæ *h n* nullam mutationem adfert; quia ad eandem profunditatem ubique preſſio verſus omnes partes æqualis datur (328). (*Exp.*)

Non omnia fluida ſunt æque gravia, id eſt, non eandem materiæ quantitatem in eodem ſpatio continent, in ſingulis tamen prædicta locum habent.

331. *Quando fluida diverſæ gravitatis eodem vaſe continentur, gravius locum infimum occupat, & premitur a leviori, illudque pro altitudine hujus.* (Exp.).

CAPUT II.

De Actione Fluidorum in fundos, & latera vaſorum quibus continentur.

332. *FUndus & latera vaſis, quo fluidum continetur, a partibus fluidi illa immediate tangentibus premuntur*, & propter actioni æqualem reactionem (148), æqualem etiam particulæ iſtæ preſſionem ſuſtinent. Cum verò preſſio in fluidis verſus omnes partes ſit æqualis, fundus & latera æque premuntur ac partes fluidi vicinæ; *actio* ergo *hæc ad inſtar altitudinis fluidi creſcit* (328. 326), & ubique ad eandem profunditatem eſt æqualis, pendetque ab illa altitudine, & nullo modo a fluidi quantitate. Manente igitur fluidi altitudine & fundi magnitudine, æqualis ſemper erit actio in fundum, utcunque mutetur
333. vaſis figura. In omni caſu *preſſio, quam fundus patitur, valet pondus columnæ fluidi, cujus baſis eſt ipſe fundus, & altitudo diſtantia ver-*

verticalis ſupremæ ſuperficiei fluidi ab ipſo fundo. (Exp.).

Talem eſſe in vaſe priſmatico, cujus baſis eſt A B, & in quo altitudo fluidi eſt A C, non facile in dubium quis vocabit; nam totum fluidi pondus & nil præterea ſuſtinet fundus. Sed ſervatâ altitudine fluidi & baſi vaſeos, non mutatur preſſio in fundum, licet, figurâ mutatâ, vas minorem aut majorem fluidi copiam contineat, ut in fig. 3. & 4. Quod quantumvis paradoxum ex natura fluiditatis ſequitur. Gutta quæcunque quæ quieſcit, verſus omnes partes æquali cum vi conatur recedere (328); ſi ergo ab una parte prematur, verſus illam partem, propter æqualem actioni reactionem, eadem cum vi recedere conabitur, & cum hac eadem vi verſus omnes partes ipſa premet: In fig. 3. fluidum, quod fundum tangit, & tubo reſpondet, ſuſtinet pondus columnæ fluidi, in tubo contentæ, & ad fundum uſque continuatæ, & tali cum vi fundum premit, ut & fluidum vicinum, quod cum effluere non poſſit in fundum, & fluidum vicinum cum hac eadem vi agit; idem de fluido huic vicino dicendum, & ſic in omnibus fundi punctis datur preſſio æqualis preſſioni in loco in quem fluidum in tubo gravat; & ideo fundus gravatur eodem modo ac ſi fluidi columna, ejuſdem altitudinis cum fluido in tubo, & cujus baſis eſſet ipſe fundus, huic imponeretur. In fig. 4. concipiatur vas priſmaticum A B *dc*, ſimile vaſi fig. 1., eo fluidum exterius a fluido in priſmate contento ſeparatur, hocque ſolum in fundum premit, funduſque hoc totum ſuſtinet. Fluidum in priſmate

T. 6. fig. 2.

premit in latera hujus, fluidum exterius premit in ſuperficiem exteriorem priſmatis, & ſuperficies exterior plane eodem modo premitur ac interior, preſſioneſque in puncta oppoſita ſunt plane æquales; ita ut, ſi ſuperficies tolleretur, preſſiones hæ ſeſe mutuo deſtruerent; non intereſt igitur an talis ſuperficies detur nec ne, & ea ſublata, id eſt, ſublato priſmate, non mutatur actio in fundum.

Licet omnia prædicta a gravitate fluidorum pendeant, horum actiones ab ipſorum gravitate diſtingui debent, quæ ſemper quantitati materiæ eſt proportionalis (324).

Preſſionem lateralem & ea quæ ſurſum dirigitur, æquales eſſe preſſioni in fundum, poſitâ eâdem profunditate infra ſuperficiem ſupremam fluidi, ex actione fluidi verſus omnes partes æqualiter agentis deducitur; quæ ergo ex mutatâ vaſeos figurâ etiam non variant. (*Exp.*).

CAPUT III.

De Solidis fluidis immerſis.

DIverſam corporum gravitatem, ſive ſolidorum, ſive fluidorum, ex eo oriri, quod in ſpatio æquali majorem aut minorem materiæ quantitatem contineant, ex ante dictis ſequitur (79).

DEFINITIO I.

334. *Materiæ quantitas in corpore conſiderata cum relatione ad volumen corporis*, id eſt, ad ſpatium ab hoc occupatum, *vocatur* corporis denſitas.

Cor-

Corpus dicitur habere denſitatem duplam, aut triplam, &c. denſitatis alterius corporis, quando, poſitis voluminibus æqualibus, continet materiæ quantitatem duplam, aut triplam &c.

DEFINITIO 2.

Corpus homogeneum *dicitur, quod in omnibus partibus ejuſdem eſt denſitatis.* 335.

DEFINITIO 3.

Heterogeneum, *quod in variis partibus inæqualis eſt denſitatis.* 336.

DEFINITIO 4.

Gravitas corporis conſiderata cum relatione ad volumen vocatur corporis gravitas ſpecifica. 337.

Gravitas ſpecifica dicitur dupla, quando manente volumine pondus eſt duplum.

Gravitates ergo *ſpecificæ & denſitates corporum, in corporibus homogeneis, in eadem ſunt ratione; & ſunt inter ſe ut pondera corporum æqualium quantum ad volumen.* 338.

Si corpora homogenea fuerint ejuſdem ponderis, volumina eo *ſunt* minora, quo denſitates ſunt majores, & manente pondere, minuitur volumen in eadem ratione, in qua denſitas augetur; ſunt ideo in eo caſu volumina *inverſè ut denſitates.* 339.

Inde videmus, quomodo, in homogeneis corporibus, ſi duæ ex tribus rationibus dentur, ponderum, voluminum, & denſitatum, tertia detegatur.

Pondera ſunt in ratione compoſita voluminum & denſitatum. 340.

Volumina ſunt directè ut pondera, & inverſè ut denſitates. 341.

Tandem denſitates ſunt directè ut pondera, & inverſè ut volumina. 342.

Quan-

343. *Quando ſolidum fluido immergitur, a fluido ab omni parte premitur, preſſioque hæc in ratione altitudinis fluidi ſupra ſolidum creſcit.* Ut illud ex dictis in capite præcedenti ſequitur, ac etiam directis Experimentis probatur. (*Exp.*).

Quando ſolidum ad magnam profunditatem fluido immergitur, preſſio in ſuperiorem partem a preſſione in inferiorem vix
344. differt; unde *corpora alte immerſa ab omni parte quaſi æqualiter premuntur*; quæ preſſio, à corporibus mollibus ſine figuræ mutatione, & ab admodum fragilibus ſine diſruptio-
345. ne, ſuſtineri poteſt. (*Exp.*). *Ne quidem*
T. 6. *guttæ cujuſcunque fluidi figura, preſſione alte-*
fig. 5. *rius fluidi ab omni parte æquali, mutari poteſt.* ſit gutta figuræ irregularis A, quæ alio fluido ab omni parte æqualiter premitur. Directio preſſionis in omnibus punctis eſt perpendicularis ad ſuperficiem; quod ſi negetur, reſolvenda erit preſſio in duas (134), quarum una perpendiculariter agat ad ſuperficiem, alia juxta directionem ſuperficiei parallelam, quæ ſecunda cum in ſuperficiem non agat, premitur gutta illâ ſolâ, cujus directio perpendicularis eſt ad ſuperficiem. Prematur punctum B; particula preſſa quaquaverſum æquali cum vi premit, particulæ ſingulæ preſſæ eodem modo premunt, ita ut preſſio ſtatim per integram guttam diſpergatur, quare particula ut D, quæ in gutta ab omni parte æqualiter premitur, conatur cedere per D E, cum vi qua premitur, id eſt, cum vi qua externe premitur particula B, ſed æquali vi ponimus per E D premi particulam D; non poterit ergo hæc moveri; eadem de-

demonſtratio poterit applicari puncto F, & alii puncto cuicunque ſuperficiei, ita ut nullus motus in gutta dari poſſit.

Solidum fluido ſpecificè gravius, ad quamcunque altitudinem fluido immerſum, deſcendit. 346.
Superficies inferior corporis premit ſuperficiem fluidi, quæ ab hac parte corpus tangit; preſſioque hæc valet pondus columnæ conſtantis ex ipſo corpore & fluido ſuperincumbenti, & hac vi corpus deorſum fertur. Pondus columnæ ſimilis, ſed quæ tota ex fluido conſtat, eſt vis cum qua corpus a fluido ſurſum premitur (343. 328). Cum vero ſolidum ponatur fluido ſpecifice gravius, vis hæc minor eſt illâ, & ab eadem ſuperatur.

Simili ratiocinio, *ſolidum fluido ſpecifice* 347.
levius, & huic immerſum, ad ſupremam fluidi ſuperficiem adſcendere debere, probatur.

Poſitâ vero *eâdem ſolidi cum fluido gravita-* 348.
te ſpecificâ, neque adſcendet, neque deſcendet, ſed *ad quamcunque altitudinem in fluido ſuſpenſum manebit*, & fluidum integrum corpus ſuſtinebit; in quo caſu, propter æqualitatem gravitatum ſpecificarum, fluidum ſuſtinet pondus æquale ponderi quantitatis fluidi, quæ impleret ſpatium a corpore occupatum. Fluidum autem eodem modo agit in omnia ſolida æqualia ad eandem profunditatem immerſa, & æqualiter illa ſuſtinet; *amittit* ergo *corpus immerſum* quodcun- 349.
que *partem gravitatis ſuæ, æqualem ponderi fluidi quod ſpatium ab illo occupatum poſſet implere.* (Exp.).

DEFINITIO 5.

Pondus, quod corpus fluido immerſum ſervat, 350.
vocatur illius gravitas reſpectiva.

Hæc-

351. Hæcque *gravitas reſpectiva eſt exceſſus gravitatis ſpecificæ ſolidi ſuper gravitatem ſpecificam fluidi* (349).

352. Ex hiſce ſequitur, *omnia ſolida æqualia*, licet *diverſæ gravitatis ſpecificæ*, *quando eidem fluido immerguntur*, *pondus æquale amittere.*

353. Ex dictis ulterius ſequitur, *quomodocunque inter ſe differant denſitates corporum inæqualium*, *ſi eodem fluido immergantur*, *pondera ab iis amiſſa eſſe in ratione voluminum.* In ea enim ratione ſunt ſpatia ab iis in fluido occupata.

Idcirco corpora ejusdem ponderis, ſed diverſæ denſitatis, partes inæquales ponderis amittunt, quando eodem fluido immerguntur, propter voluminum inæqualitatem. (*Exp.*).

Quando ſolidum, fluido ſpecifice gravius, in fluido ſuſpenditur, fluidum, ab omni parte, in illud ſolidum, pro altitudine ſua, agit (343), & ſolidum æqualiter in illud reagit; actiones illæ ſunt igitur eædem, ac ſi ſpatium, a ſolido occupatum, ipſo fluido
354. impleretur; & ita *non intereſt reſpectu gravitatis fluidi*, *utrum in eo ſolidum ſpecifice gravius ſuſpendatur*, *an affundatur ejuſdem fluidi quantitas*, *quæ æquale ſpatium cum ſolido occupat.* (Exp.).

355. Ex collatione n. 349. & 354. patet, *fluidum acquirere pondus*, *quod ſolidum immerſum amittit.* Vis gravitatis ſemper proportionalis eſt quantitati materiæ, & non mutatur immerſione ſolidi in fluidum; ideo ſumma ponderum ſolidi & fluidi, & ante & poſt immerſionem, non differt (*Exp.*)

356. Corpus, fluido ſpecifice gravius, & quod in

in hoc deſcendit, majori cum vi deorſum fertur quam ſurſum premitur, ut antea explicatum (346); quarum virium differentia eſt corporis gravitas reſpectiva. Vis prima pro parte conſtat ex pondere fluidi corpori ſuperincumbentis; & corpus ad talem poteſt immergi profunditatem, ut hocce pondus æquale ſit memoratæ gravitati reſpectivæ; ſi in eo caſu fluidum hoc ſuperincumbens tollatur, ſuſtinebitur corpus a preſſione fluidi inferioris. (*Exp.*). Si ad majorem pro- 357.
funditatem corpus immergatur, & etiam fluidum cohibeatur, ne in ſuperficiem corporis ſupremam premat, (cum preſſio, qua corpus ſurſum pellitur, cum profunditate ad quam immergitur creſcat, (343) majori cum vi in altum feretur corpus quam gravitate deſcendet, quare, ſi libere moveri in tubo poſſit, adſcendet. (*Exp.*).

Idem ſolidum, quod fluidis diverſæ denſitatis 358.
immergitur, diverſam ponderis ſui partem amittit (349); ideo quando duo corpora, ejuſdem denſitatis & ponderis, fluidis diverſæ denſitatis immerguntur, deſtruitur inter illa æquilibrium. (*Exp.*)

Solidum fluido levius, & huic immerſum, 359.
adſcendit, & verſus ſupremam fluidi ſuperficiem hæret (347); ita ut pro parte tantum immergatur; pro majori tamen gravitate ſpecifica in fluido magis deſcendit, & corpus *non quieſcit, niſi pars immerſa tale ſpatium in fluido occupet, ut fluidum, quod idem hocce ſpatium impleret, ejuſdem ponderis cum toto corpore eſſet.* In alio enim caſu ſolidum non eadem cum vi in partes vicinas fluidi agit, cum qua fluidum ageret, ſi corporis locum oc-

occuparet, in quo tamen caſu ſolo quies fluidi (329) & ipſius corporis dari poteſt.

360. Sequitur ex hac propoſitione, *corporum, in ſuperficie ejuſdem fluidi natantium, partes immerſas eſſe inter ſe ut corporum pondera.* Idcirco ſi, ſuperaddito pondere, corporis gravitas mutetur, in eadem ratione augetur

361. pars immerſa; & *partes, quæ variis ponderibus in fluidum deſcendunt, ſunt inter ſe ut hæc pondera.* (Exp.).

362. In n. 356. & 357., vidimus, quomodo corpus fluido gravius natare poſſit; ſimili methodo corpus fluido levius in fundo retineri poteſt; in illo caſu preſſio fluidi ſuperincumbentis tollitur, hic tollenda eſt preſſio fluidi inferioris, qua corpus ſurſum pellitur. (*Exp.*).

CAPUT IV.

De comparandis Corporum denſitatibus.

DE fluidorum denſitatibus primò agam. Comparando corporum æqualium pon-

363. dera detegimus illorum denſitates (338). *Si ergo vas quodcunque exacte fluido repleatur, & fluidum illud ponderetur, idemque fiat cum aliis fluidis, pondera erunt ut denſitates.* Sed methodus hæc in praxi variis obnoxia eſt difficultatibus.

364. *Quando duorum fluidorum preſſiones ſunt æquales,* materiæ quantitates, id eſt, pondera in columnis, æquales baſes habentibus, non differunt (326); quare volumina, id eſt, columnarum *altitudines, ſunt inverſe ut denſitates* (339); quo methodus haſce comparandi de-

deducitur, ſi enim in tubis communicantibus fluida diverſa dentur, & quieſcant, preſſiones erunt æquales, & menſuratis fluidorum diverſorum altitudinibus ratio inter horum denſitates detegitur. Altitudines autem eædem ſunt, licet tubi inæquales diametros habeant. (*Exp.*).

Adhibito ſolido immerſo etiam comparantur fluidorum denſitates, *ſi enim ſolidum,* 365.
fluidis comparandis levius, variis fluidis immergatur, partes immerſæ erunt inverſè ut liquidorum denſitates; nam, quia idem ſolidum adhibetur, portiones variorum fluidorum, quæ ſingulis caſibus ſpatium a parte immerſa occupatum poſſent implere, ſunt ejuſdem ponderis (359); ergo volumina illarum portionum, id eſt, ipſæ partes immerſæ, ſunt inverſe ut denſitates (339). (*Exp.*).

Methodus omnium optima eſt, adhibito ſolido fluidis graviore. *Quando idem corpus* 366.
variis fluidis immergitur, pondera ab illo, in his amiſſa, ſunt inter ſe ut horum denſitates (349. 338). (*Exp.*).

Solidorum denſitates detegimus ponderando hæc in fluido quocunque; in omnibus corporibus homogeneis denſitates ſunt in ratione compoſita, ex directa ponderum, & inverſa voluminum (342); & ideo *dividendo* 367.
pondera per volumina dantur denſitates, id eſt, dantur numeri, qui ſunt inter ſe ut hæ denſitates.

In omnibus corporibus, adhibitâ librâ, pondera comparantur; volumina deteguntur *ponderando corpora in eodem fluido*; *pondera* e- 368.
nim *ab iis amiſſa ſunt ut ipſorum volumina* (353). (Exp.).

An-

369. *Annectendo corpus*, cujus denſitas quæritur, & quod *fluido gravius eſt*, *corpori fluido leviori*, etiam *pondus in fluido amiſſum detegitur*. Nam pars hujus corporis, quæ appenſo illo immergitur, proportionalis eſt ponderi, quo gravatur corpus fluido levius (361); id eſt, proportionem ſequitur ponderis corporis, cujus denſitas quæritur, fluido immerſi, ita ut hac methodo detegi poſſit pondus corporis in fluido; ideoque pondus in fluido ammiſſum. (*Exp.*). Exactius pondus hoc amiſſum adhibita bilance detegitur.

LIBRI II.

Pars II. De Motu, & Reſiſtentia Fluidorum.

CAPUT V.

De celeritate fluidi, ex preſſione fluidi ſuperincumbentis.

FLuidum inferius a ſuperiori premitur, & quidem æqualiter verſus omnes partes (328): ex actioni æquali reactione, æquali cum vi verſus omnes partes conatur recedere;
370. idcirco *ſi preſſio ab una parte tollatur*, *verſus illam partem movetur fluidum*; & non intereſt *verſus quamcunque partem preſſio tollatur*, *eadem cum celeritate movetur*.

Ad eandem profunditatem celeritas eſt etiam ubique eadem, propter preſſionis æqualitatem (326. 325); mutata vero profunditate mutatur celeritas.

Non

Non tamen eandem cum profunditate proportionem ſequitur velocitas, licet preſſio, ex qua velocitas oritur, in eadem ratione cum profunditate creſcat (326). Vis, quæ ſingulis particulis communicatur ad inſtar preſſionis augetur; eſt autem vis hæc ut *quadratum ce-* 371.
leritatis (244); quod ergo *creſcit ut altitudo fluidi ſupra foramen, ex quo profluit fluidum.*

372. *Velocitas fluidi, preſſione fluidi ſuperincumbentis moti ea eſt, quam corpus cadendo ab altitudine profunditati foraminis æquali acquirere poteſt*; nam creſcit in eadem ratione velocitas corporis cadentis, in qua augetur fluidi velocitas, dum foramen deprimitur (155 371). & in initio hæ velocitates ſunt æquales: in fluido enim partes ſupremæ, & corpus in principio caſus, ſolo pondere, id eſt, velocitatibus æqualibus inter ſe (78), deſcendere conantur.

CAPUT VI.

De Reſiſtentia fluidorum.

373. *Corpora, quæ in fluidis moventur, reſiſtentiam patiuntur.* Oritur hæc *ex duabus Cauſis. Prima eſt partium cohæſio*, Corpus in motu ſeparans fluidi partes ſuperare debet vim, cum qua hæ cohærent. *Secunda eſt materiæ inertia*, quæ omnibus corporibus competit, qua corpori reſiſtunt, cujus actione ex loco moventur.

374. *Actio fluidi in corpus eadem eſt, ſive corpus certâ celeritate per fluidum feratur, ſive fluidum eadem celeritate motu contrario moveatur, dum corpus quieſcit*; actio enim hæc a motu reſpectivo

ctivo pendet, qui idem eſt in utroque caſu; & fluidum in primo caſu in corpus motum agit reſpective eodem modo ac in ſecundo in corpus quieſcens, ideo *celeritas in hoc caſu generata, ea eſt quam corpus in illo amittit.*

375. *Reſiſtentia fluidi eſt preſſio*; nam non poſſunt ſingulæ particulæ fluidi in corpus incurrere; quædam, niſi corpus fuerit admodum acutum, ad partem anticam quieſcunt, & aliæ juxta has feruntur, juxta ipſum corpus moventur, ſi ſit acutum; in utroque caſu particulæ motæ non impingunt neque in corpus neque in particulas, ſed tantum premunt ſimili fere modo, quo corpus premit planum, ſuper quo movetur; eodem etiam modo corpus ſphæricum, quod celeritate quacunque ad aliud in curvam excavatum accedit, in hoc non impingit, ſed hoc tantum premit, ſi juxta directionem curvaturæ id eſt, tangentis ad curvam, cavitatem intret motumque juxta curvam continuet.

376. *Reſiſtentia ex* prima cauſa, *cohæſione partium*, ſequitur proportionem particularum ſeparandarum, quarum numerus, manente tempore, *in ratione velocitatis creſcit.*

Reſiſtentia ex materiæ inertiâ, cùm pondere conferri poteſt. Preſſio, quam corpus quieſcens patitur, dum juxta hoc movetur fluidum, eadem eſt, quomodocunque fluidum celeritatem, cum qua juxta corpus fertur, aquiſiverit. Ponamus hanc cadendo ac-
T. 6. fig. 6. quiſitam; & detur cylindrus A B E D, cujus axis verticalis, in vaſe M N S R in inferiori & ſuperiori parte aperto; repleto vaſe, per hoc moveatur fluidum proprio tantum pondere, poſitâ ſuperficie ſupremâ in M N;

MN; fluidum in primo momento in ſingulis punctis eâ celeritate fertur, quam corpus acquirere poteſt cadendo a ſuperficie fluidi MN ad particulæ profunditatem (372). Accedente continuo novò fluido, ita ut ſuprema ſuperficies maneat, quomodocunque hoc fiat, fluidum ubique ſemper eodem modo movetur, & corpus AEDB patitur actionem, quæ valet reſiſtentiam hujus Cylindri per idem fluidum quieſcens translati velocitate quam corpus cadendo ab altitudine *lk*, acquirere poteſt. (374). Quod autem corpus patitur, eſt pondus fluidi, quod non movetur, & a corpore ſuſtinetur, pondus nempe ſphæroidis A*l*B, cui ponderi ergo æqualis eſt reſiſtentia fluidi, ſed tantum reſiſtentia ex ſecunda cauſa; nam cohæſionem partium hic non conſideramus; ſi enim talis cohæſio daretur, fluidum, quod in deſcenſu cum fluido, quod a corpore ſuſtinetur, cohæreret, illam quam memoravimus, dum circa corpus movetur celeritatem non haberet. Pondus fluidi memorati, quod a corpore ſuſtinetur, differt pro vaſeos capacitate; ſed cum reſiſtentiam non in determinato vaſe, ſed in genere, conſideremus, illius amplitudinis vas debemus concipere, ut ſenſibiliter fluidi via a corpore non coarctetur, & hiſce poſitis determinandum eſt pondus ſphæroidis. Quod ut fiat determinanda eſt primo altitudo hujus, & qua curva terminetur. Facile patet altitudinem eſſe *k l*; quia nulla fluidi particula in tota hac linea potius verſus unam quam verſus aliam partem deſcendere poteſt. Sit *l b i* A curva qua ab omni parte terminatur fluidum hoc quieſcens, cujus naturam de-

terminamus, ſi conſideremus particulas, quæ juxta hanc deſcendunt, in ſingulis punctis moveri juxta directionem curvæ, & eodem tempore, illas verticaliter deorſum ferri celeritate, quam cadendo ab altitudine ſuperficiei ſupremæ acquirere poſſunt (168. 372), ita ut moveantur juxta eandem legem, juxta quam movetur Corpus horizontaliter projectum, (168. 195. 197). id eſt quadrata linearum horizontalium *g h*, *f i*, aut harum duplarum *h o*, *i p* ſunt inter ſe ut *l g*, *l f*, & particula parabolam deſcribit (197). Fluidum vero totum, quod a Cylindro A B D E ſuſtinetur, continetur ſolido, quod formatur circumvolutione parabolæ *l i* A
fig. 7. circa axem *l k*. Detur Triangulum iſoceles A B *l* parallelogrammo A B O P inſcriptum; ſit trianguli baſis æqualis diametro Cylindri in fluido, & altitudo *l k* æqualis altitudini
fig. 6. & 7. *l k* (fig. 6). ſintque *g* & *f*, in fig. 7., puncta ab *l* diſtantia, quantum *g* & *f* ab *l* in fig. 6.; ductis *mr*, *ns*, per *g* & *f* ad baſin parallelis, erunt hæ lineæ inter ſe ut *l g*, *l f*, aut ut quadrata linearum *ho* & *ip*; id eſt ut ſectiones circulares ſolidi A *i l o* B, planis per puncta *g* & *f* ad baſin parallelis. Idcirco triangulum A *l* B (fig. 7). repræſentabit ſolidum memoratum, dum parallelogrammum A O P B repræſentat cylindrum, cujus baſis eſt baſis ſolidi & altitudo *k l*; nam in tali cylindro omnes ſectiones ad baſin parallelæ ſunt æquales baſi paraboloidis & in parallelogrammo ſingulæ lineæ parallelæ ad baſin ſunt æquales baſi trianguli. Ideo ut triangulum ad parallelogrammum, id eſt unum ad duo, ita pondus paraboloidis ad pondus cylindri; Unde determi-

minatam habemus corporis reſiſtentiam, quæ in hoc caſu valet pondus cylindri ex fluido, cujus baſeos diameter eſt A B & altitudo dimidium *k l*. Et in genere *riſiſtentia Cylin-* 377.
dri, juxta axis directionem moti, æqualis eſt ponderi cylindri ex fluido, per quod corpus movetur, æqualem cum corpore baſin habentis, & cujus altitudo eſt dimidium altitudinis, a qua corpus in vacuo cadendo poteſt acquirere velocitatem, cum qua Cylindrus per fluidum movetur.

Hoc autem pondus augetur *ut quadratum* 378.
memoratæ *velocitatis* (155). ideo in hac etiam ratione *creſcit reſiſtentia ex ſecundâ cauſâ:* Quæ *etiam*, ut ex eadem demonſtratione ſequitur, 379.
augetur ut fluidi denſitas, & ut ſuperficies cui reſiſtitur.

Corpori ergo, in fluido moto, partim reſiſtitur in ratione velocitatis, partim in hujus ratione duplicata. *Reſiſtentia ex cohæſi-* 380.
one partium in fluidis, ſi glutinoſa excipias, non eſt admodum ſenſibilis reſpectu reſiſtentiæ alîus, & cum hæc creſcat in ratione quadrati velocitatis (378), illa in ipſa ratione velocitatis (376), quo magis celeritas creſcit, eo magis hæ reſiſtentiæ inter ſe differunt; quare *in* 381.
motibus celerioribus hæc *ſola conſideranda venit, quæ eſt ut quadratum velocitatis.*

In ſequentibus non loquor de fluidis glutinoſis, neque de motibus lentioribus, in quibus reſiſtentia ex cohæſione partium conſideranda venit.

Si fluidum vaſi figura priſmatis donato *in-* 382.
cludatur, & per illud moveantur, celeritate æquali & directione ad latera priſmatis parallelâ, *duo corpora, unum ſphæricum, alterum cylindricum, ita ut diameter baſis hujus corpo-*

ris ſit æqualis diametro ſphæræ, cylindruſque feratur juxta directionem ſui axis, corpora hæc eandem patientur reſiſtentiam. Ut illud demonſtretur, concipiendum corpora quieſcere, fluidum vero cum celeritate, quam corpora habuere, per vas moveri; quo actiones corporum in fluidum & fluidi in corpora non variantur (374). Mutatio in motu fluidi transeundo juxta corpus, ex eo ſolo oritur, quod ibi illud in ſpatium magis anguſtum redigatur; ſed pyxidis capacitas æqualiter ab utroque corpore minuitur; mutationem ergo æqualem corpus utrumque producit, & æqualiter in fluidum agit &, propter actioni æqualem reactionem, fluidum æqualiter agit in corpus utrumque; quare etiam utrumque æqualem reſiſtentiam patitur, quando hæc moventur, fluidum vero quieſcit.

383. *Hæc demonſtratio*, licet vas augeatur, æqualiter procedet, & in fluido infinito compreſſo locum habebit, idcirco *ad corpora alte immerſa referri poterit.* Agitur hic de fluido continuo, & cujus partes preſſione in minus ſpatium redigi nequeant; aliter accumulatio dabitur ad partes anticas corporis, relaxatio vero ad partes poſticas; idque eo magis, quo magis corpus eſt obtuſum, unde major in motu fluidi mutatio, ut & reſiſtentia major in corpus, ſi hoc moveatur.

384. *Quando corpus in fluido quocunque movetur juxta ſuperficiem*, ad partes corporis anticas elevatur fluidum, ad poſticas deprimitur; majoresque ſunt hæ elevationes & depreſſiones, *quo magis corpus eſt obtuſum, & eo huic magis reſiſtitur*; major etiam in motu fluidi

in

in hoc caſu datur irregularitas, qua etiam augetur reſiſtentia. *Hæc etiam obtinent, ſi corpus non alte immergatur*, in quo tamen caſu motus fluidi irregularitas præcipua auctæ reſiſtentiæ cauſa eſt. 385.

Ut ergo hæ irregularitates ſeponantur, conſideranda ſunt corpora alte immerſa, & circa ea regulæ tradendæ ſunt, quibus, in variis caſibus, inter ſe poſſint conferri retardationes. Corpora ponimus ſphærica, licet demonſtrationes eodem modo procedant in omnibus corporibus ſimilibus & ſimiliter motis.

Reſiſtentia a retardatione diſtinguenda eſt; *Reſiſtentia eſt preſſio* (375), *Retardatio eſt tranſlatio ex actione immediatâ hujus preſſionis.* 386.

Dentur corpora æqualia, ſed diverſæ denſitatis, æquali cum velocitate per idem fluidum mota; fluidum eodem modo in utrumque agit; eandem ergo patiuntur reſiſtentiam, *retardationes* vero diverſas; & *ſunt* hæ *inter ſe* ut ſpatia, per quæ, iisdem preſſionibus, corpora propoſita transferri poſſunt (386); id eſt, ſunt inverſe ut quantitates materiæ in hiſce corporibus (70), aut *inverſe ut* horum *denſitates* (338). 387.

Poſitis autem *corporibus ejuſdem denſitatis, ſed inæqualibus, æque celeriter, per idem fluidum motis*, creſcunt reſiſtentiæ in ratione ſuperficierum (379), id eſt, ut quadrata diametrorum; quantitates materiæ augentur in ratione cuborum diametrorum; dividendo reſiſtentias per materiæ quantitates, dantur *retardationes*; (68. 386). *ſunt* ergo hæ ut quadrata diametrorum directè, & ut cubi diametrorum inverſè, id eſt, *inverſè ut ipſæ diametri.* 388.

 Si

389. *Si corpora fuerint æqualia, æque velocia, ejuſdem denſitatis, ſed per fluida varia mota, retardationes ſunt ut fluidorum denſitates* (379. 65)

390. *Quando corpora æque denſa, & æqualia, per idem fluidum, variis velocitatibus, feruntur, retardationes ſunt ut quadrata velocitatum* (378. 65).

391. Poſſunt ex dictis inter ſe conferri *motuum quorumcunque retardationes*; *ſunt* enim hæ 1. *ut velocitatum quadrata* (390); 2. *ut fluidorum, per quæ corpora moventur, denſitates* (389); 3. *inverſe ut corporum diametri* (388); 4. *tandem inverſe ut ipſorum corporum denſitates* (387).

Numeri, in harum rationum ratione compoſita, proportionem retardationum exprimunt. Multiplicando quadratum velocitatis per liquidi denſitatem, & productum dividendo per productum diametri corporis per hujus denſitatem, & ſic operando pro variis motibus, diviſionum quotientes prædictam rationem compoſitam inter ſe habebunt.

392. *Poſſunt etiam retardationes inter ſe conferri, determinando pondus, quod reſiſtentiam valet* (377), *& hoc dividendo per pondus corporis moti* (68); Primum detegitur, determinando, ex data corporis moti celeritate, altitudinem cylindri fluidi de quo in n. 377., & deinde pondus ex notis fluidi gravitate ſpecifica & corporis diametro. Globus ex. gr. diametri trium pollicum per aquam moveatur, celeritate qua in tempore minuti ſecundi ſedecim pedes poteſt percurrere; ex iis quæ de corporibus cadentibus & pendulis dicta ſunt (182. 184. 157), ut & per Experimenta pendulorum, fuit detectum, hanc eſſe celeritatem, quam corpus cadendo ab altitudine quatuor pedum acquirit; pondus ergo cylindri aquei, diametri

tri-

trium pollicum, & altitudinis duorum pedum, id eſt, pondus circiter ſex librarum & trium unciarum, æquipollet reſiſtentiæ globi prædicti.

Motuum directorum retardationibus conſideratis, transeundum ad motum pendulorum.

Penduli, in vacuo oſcillati, arcus adſcenſu, celeritate deſcendendo acquiſita, deſcriptus æqualis eſt arcui deſcenſu deſcripto (169); in fluido non itidem, & eo major eſt inter hos arcus differentia, quo major eſt reſiſtentia, id eſt, ſi agatur de iiſdem fluido & pendulo, quo major eſt arcus deſcendendo deſcriptus.

Sit fluidi reſiſtentia in ratione ipſius velocitatis, & pendula duo, omnino ſimilia, in cycloide oſcillata, inæquales peragant vibrationes, eodemque momento cadere incipiant; moveri inchoant cum viribus, quæ ſunt ut arcus deſcenſu deſcribendi (178); ſi hæ impreſſiones primi momenti ſolæ conſiderantur, poſt tempus quodcunque celeritates erunt in eadem ratione ac in principio; nam retardationes, quæ ſunt ut ipſæ velocitates, harum proportionem immutare nequeunt; ratio enim inter quantitates non mutatur, additione aut ſubtractione quantitatum in eadem ratione. Temporibus igitur æqualibus, utcunque inter movendum ex reſiſtentia mutentur corporum celeritates, ſpatia percurruntur, quæ ſunt ut vires in principio (52), id eſt, ut arcus deſcenſu deſcribendi; idcirco poſt tempus quodcunque corpora ſunt in horum arcuum punctis reſpondentibus. In hiſce autem punctis preſſiones agunt in eadem 393.

ratione quam in principio (178); & proportio celeritatum, quæ ex reſiſtentia non variatur, ex gravitate etiam nullam mutationem patitur. In adſcenſu gravitas motum corporum retardat, ſed in punctis reſpondentibus illius actiones ſunt in eadem ratione quam in deſcenſu. Ubique ergo in punctis reſpondentibus celeritates ſunt in eadem ratione. Cum autem iiſdem momentis corpora ſint in hiſce punctis reſpondentibus, ſequitur motum amborum eodem momento deſtrui, id eſt, *iiſdem temporibus vibrationes abſolvi.* Spatia in tempore unius vibrationis percurſa ſunt ut vires quibus percurruntur; id eſt,
394. *arcus integrarum vibrationum ſunt ut arcus deſcenſu deſcripti*, quorum dupli ſunt arcus in
395. vacuo deſcribendi. *Defectus arcuum in fluido deſcriptorum ab arcubus in vacuo deſcribendorum* ſunt differentiæ quantitatum in eadem ratione, & *ſunt ut arcus deſcenſu deſcripti.*

Ex eo quod eadem inter hoſce varios ar-
396. cus proportio detur, ſequitur *celeritates in punctis reſpondentibus arcuum deſcriptorum eſſe ubique ut arcus deſcenſu deſcriptos*; hæc enim puncta reſpondentia ſunt etiam puncta reſpondentia arcuum in vacuo deſcribendorum, in quibus hanc proportionem locum habere demonſtravimus.

397. *Creſcat* nunc *reſiſtentia in ratione duplicata velocitatis*, & *vibrationes inæquales peragat corpus pendulum*, *majores erunt magis diuturnæ*, propter reſiſtentiam magis creſcentem quam in caſu n. 393.

398. *Celeritates* tamen, *poſitis arcubus non admodum inæqualibus*, *in arcuum deſcriptorum punctis*

ctis reſpondentibus, *ſunt ubique quam proxime in* eadem ratione, & quidem *ratione arcuum deſcenſu deſcriptorum*. Si reſiſtentia eſſet in ratione celeritatis, hæc proportio obtineret (396), nunc vero turbatur propter majorem reſiſtentiam in majori vibratione, qua motus in hac magis minuitur. Sed duplici ex cauſa magis acceleratur. 1. Vibratio hæc major diutius durat (397), corpuſque diutius hæret in certo ſpatio quam in ſpatio reſpondenti in vibratione minori, & per longius tempus acceleratur. 2. Defectus arcus deſcripti, ab arcu in vacuo deſcribendo, major eſt, ſervata proportione, in vibratione majori; quia in hac reſiſtentia magis differt a reſiſtentia in minori vibratione, quam in n. 395. puncta ergo reſpondentia, ſervata proportione, magis a puncto infimo in arcu majori quam in minori diſtant, quamdiu in hoc corpus deſcendit; major ideo, ſervata proportione, in illo datur acceleratio, quia vis, quæ continuo in corpus agit, eſt ut hujus diſtantia a puncto infimo (178). Datur ergo compenſatio, & memorata proportio inſtauratur. In adſcenſu corporis, duratio retardationis concurrit cum reſiſtentia ad hanc turbandam proportionem, ſed nunc minus in majori arcu puncta reſpondentia, ſervata proportione, a puncto infimo diſtant, quam in minori, & ex gravitate minor, ſervata proportione, retardatio datur; & ita jam, ſervata proportione, crevit differentia diſtantiæ punctorum reſpondentium a puncto infimo, ut ex hoc ſolo facile compenſatio detur.

Reſiſtentiæ, quæ ſunt ut quadrata celeritatum, ſunt igitur ubique in punctis reſpon-

dentibus, ut quadrata arcuum deſcenſu deſcriptorum; in qua etiam ratione retardationes ſunt (391); cum harum ſingulæ in punctis reſpondentibus eandem ſervent proportionem, in ea etiam erunt proportione ſummæ omnium, id eſt, retardationes integræ, quæ ſunt defectus arcuum in fluido deſcriptorum, ab arcubus in vacuo deſcribendorum;
399. aut quod idem eſt, *differentiæ inter arcus deſcenſu & adſcenſu proximo deſcriptos.*. Hæ ergo differentiæ, *ſi vibrationes non fuerint admodum inæquales, ſunt quam proxime ut quadrata arcuum deſcenſu deſcriptorum.* Quod etiam Experimentis in vibrationibus majoribus confirmatur; in hisce enim proportio reſiſtentiæ, de qua hic agitur, locum habet (381). (*Exp*).
400. *Corpus in fluido libere deſcendens acceleratur*, ex gravitate reſpectiva corporis, quæ continuo in hoc agit; *non* tamen *æquabiliter* ut in vacuo (151). Ex fluidi reſiſtentia datur retardatio, id eſt, accelerationis diminutio, quæ diminutio cum corporis velocitate au-
401. getur. *Datur* etiam *velocitas maxima, quam corpus cadendo acquirere poteſt*; nam ſi hujus velocitas *talis* fuerit, *ut reſiſtentia ex ea oriunda, æquipolleat ponderi reſpectivo corporis*, accelerari hujus motus non ulterius poteſt; motus enim, qui continuo a gravitate reſpectiva generatur, a reſiſtentia deſtruitur, &
402. æquabiliter corpus progreditur: *ad* illam *celeritatem maximam corpus cadendo continuo accedit, illam vero acquirere nunquam poteſt.*

Quando fluidi & corporis denſitates dantur, datur pondus reſpectivum corporis, & ex nota corporis diametro, detegi poteſt, a qua altitudine cadendo in vacuo corpus poteſt

teſt acquirere velocitatem, ut reſiſtentia, in fluido, valeat pondus illud reſpectivum (377), quæ erit velocitas maxima memorata.

Si agatur de ſphæra notum eſt, hanc eſſe æqualem cylindro ejuſdem diametri, & altitudinis duarum partium tertiarum hujus diametri; quæ *altitudo* eſt augenda in ratione, in qua pondus corporis reſpectivum ſuperat 403.
fluidi pondus, ut habeamus altitudinem *cylindri fluidi, cujus pondus æquet pondus reſpectivum corporis*; hæc autem altitudo *ſi duplicetur, datur altitudo, a qua cadendo in vacuo corpus acquirit velocitatem, quæ reſiſtentiam huic ponderi reſpectivo æqualem generat* (382); *& quæ ideo eſt velocitas maxima, quam, cadendo ab altitudine infinita, in fluido corpus acquirere poteſt* (401. 402).

Plumbum undecies gravitate aquam ſuperat, quare pondus illius reſpectivum ad aquæ pondus eſt ut 10. ad 1.; globus ergo plumbeus, ut ex dictis ſequitur, non majorem cadendo per aquam poteſt acquirere velocitatem, quam in vacuo cadendo, ab altitudine tredecim diametrorum ſuarum cum parte tertia.

Corpus fluido levius, & in illo ex actione flui- 404.
di adſcendens, iiſdem legibus cum corpore graviori in fluido cadente movetur. Corpus ubicunque ponatur, a fluido ſuſtinetur & in altum fertur, vi quæ valet differentiam ponderis corporis a pondere quantitatis fluidi, ejuſdem voluminis cum corpore (347. 349); datur ergo vis, quæ continuo æquabiliter in corpus agit, qua non modo actio gravitatis corporis deſtruitur, ita ut hæc, in hoc caſu, non conſideranda ſit, ſed qua etiam corpus motu

æquabiliter accelerato in altum fertur, eodem modo ac corpus fluido gravius deſcendit gravitate ſua reſpectiva; ſed eodem plane modo ex reſiſtentia accelerationis æquabilitas, in adſcenſu corporis fluido levioris, quam in deſcenſu gravioris, deſtruitur.

405. *Quando corpus fluido ſpecifice gravius in hoc in altum projicitur*, duplici ex cauſa retardatur, ex corporis gravitate reſpectiva, & ex fluidi reſiſtentia, *ad minorem* ergo *adſcendit altitudinem quam ſi in fluido ejuſdem denſitatis non reſiſtente poſſet adſcendere, ſi tale daretur.*

406. *Defectus* autem *altitudinum in fluido ex hujus reſiſtentiá, in minoribus altitudinibus, ſunt fere ut quadrata altitudinum in medio memorato non*

407. *reſiſtente. Altitudo* autem *in medio non reſiſtente eſt ad altitudinem in vacuo eadem celeritate, ut gravitas integra ad gravitatem reſpectivam*; quod ex demonſtratis circa deſcenſum gradum ſuper plano inclinato deducitur, nam lineæ, per quas eâdem celeritate corpora ſuper diverſis planis adſcendunt, ſunt inverſæ, ut vires, quibus corpora in illis planis deorſum pelluntur (142. 168. 169).

CAPUT VII.

De Fluidis proſilientibus.

408. F*Luidum verticaliter ex foramine proſiliens*, ea cum celeritate in altum adſcendit, cum qua *ad altitudinem ſuperficiei ſupremæ fluidi* pervenire poteſt (372. 159); *nunquam* tamen ad illam altitudinem *pertingit*; illudque variis ex cauſis. 1. Celeritas, qua fluidum in altum adſcendit, omnibus momentis minuitur, & columna fluidi proſilientis

con-

conſtat ex partibus, ad varias altitudines, celeritate diverſa motis: columnæ ubique ejuſdem craſſitiei partes omnes neceſſario eadem celeritate moventur; prædicta columna fit ergo latior omnibus momentis, dum fluidi celeritas minuitur; quod ex impetu fluidi inſequentis oritur, & ex natura fluidi impreſſioni cuicunque cedentis, & facile verſus omnes partes moti; ex hoc impetu motus ubique retardatur. 2. Minuitur & hicce motus ex fluido, quod, cum totum motum amiſit, hæret in ſuperiori parte columnæ, & a fluido inſequenti ſuſtinetur per momentum temporis, antequam ad latera defluat, quo fluidum hoc inſequens retardatur, quæ retardatio toti columæ communicatur. 3. Attritu juxta latera foraminis minor eſt fluidi proſilientis celeritas; qui attritus augetur, quando per tubos & epiſtomia fluidum deducitur. 4. Tandem aëris reſiſtentia motui fluidorum remoram facit.

Cauſam primam retardationis memoratam corrigi minime poſſe nemo eſt qui non videt.

Secunda corrigitur paululum inclinando fluidi directionem, ut per ſe patet, & hæc eſt ratio, quare *fluidum, per directionem pau-* 409.
lulum inclinatum, altius, quam verticaliter proſiliens, adſcendat. (Exp.).

Circa tertiam cauſam retardationis notandum, majorem, ſervata proportione, dari attritum in minoribus foraminibus quam in majoribus; ex aucta celeritate attritus etiam augetur: quare *foramina cum altitudine aquæ* 410.
proſilientis ſunt augenda.

Extremitates tuborum, ex quibus aqua proſilit, vulgo figuram coni truncati habent;

in qua extremitate magnum aqua attritum patitur, & irregulariter movetur, motuque irre-
411. gulari in altum exit. Corriguntur hæc *obtegendo extremitatem tubi laminâ planâ & politâ, in qua foramen datur*; *altius* enim tunc *aqua proſilit*, & quia motu omnino regulari adſcendit, *perfecte eſt translucida.* (Exp.).

412. *Tubi, per quos aqua ex receptaculo deducitur, latiſſimi, reſpectu foraminis, requiruntur*; ut lente aqua in hiſce tubis moveatur; & ſenſibilis attritus non detur. Ex eadem ra-
413. tione *epiſtomiorum aperturæ latiſſimæ deſiderantur.* (Exp.).

414. *Reſiſtentia aëris ſenſibilem in motu fluidorum exerit effectum*; inter fluida ipſe refertur, ut in Parte ſequenti dicetur, idcirco hìc obtinent quæ de adſcenſu corporis cujuſcunque in fluido dicta ſunt; & *in altitudinibus minoribus, defectus altitudinum ab altitudinibus* in fluido ejuſdem denſitatis non reſiſtente, quæ ab altitudinibus *in vacuo* vix differunt propter exiguam aëris denſitatem, ſunt in ratione quadratorum harum altitudinum (406); id eſt, ſepoſitis cæteris retardationum cauſis; *ſunt in ratione quadrati altitudinis fluidi ſupra foramen.* Præter hanc reſiſtentiam, datur & alia minime contemnenda aëris actio in fluidum proſiliens. Circumdat ille totam columnam fluidi ſalientis, motuique hujus, quo ad latera ſeſe expandit, dum latior fit, reſiſtit, & major vis fluidi inſequentis requiritur, quam ſi hæc reſiſtentia ſublata eſſet; reſiſtit ergo aër etiam preſſione laterali. Reſiſtentia ex fluidi ictu in aërem creſcit cum ſuperficie impingenti, id eſt, ſi maneat celeritas, augetur cum foramine, in qua etiam ratione creſcit quantitas materiæ

riæ motæ, & hujus reſpectu non intereſt cujuſcunque magnitudinis fuerit foramen.

Preſſio lateralis ſequitur proportionem ſuperficiei columnæ; materia mota, quæ manente celeritate eſt in eadem ratione cum vi inſita, ſequitur proportionem totius columnæ, id eſt, quadrati ſuperficiei hujus; magis ergo, ſi foramen augeatur, creſcit vis
inſita quam ipſa cauſa retardans; *in majoribus* 415.
ideo *fluidorum proſilientium altitudinibus*, ut preſſio lateralis, quæ, cum diutius agat, majorem actionem exerit, melius ſuperari poſſit, *majora deſiderantur foramina*; quod & in eodem caſu ex alia cauſa requiri antea diximus (410): in quo loco ut & hic majora foramina pro majoribus tantum altitudinibus neceſſaria ponimus, licet demonſtrationes probent hæc foramina, in majoribus altitudinibus maximè neceſſaria, in genere eſſe anteponenda. Sed magna foramina, etiam motui obſtant; nam major datur ſuperficies, cui incumbit fluidum altiſſimum, quod totum motum amiſit, ibique diutius hæret, antequam ad latera defluat. Ex hiſce duobus effectibus con-
trariis, ſimul junctis, *datur in omnibus alti-* 416.
tudinibus certa foraminis menſura, per quod fluidum ad maximam quam poteſt adſcendit altitudinem. Regulæ tamen de determinandò foramine dari nequeunt, quia latitudo tuborum, per quos fluidum deducitur, horumque inflexiones illud mutant, ita ut variatio in infinitum detur.

Circa maximas altitudines notandum, *ma-* 417.
gnitudinem foraminis, ut & altitudinem, ad quam fluidum adſcendere poteſt, limites ſuos habere, quos excedere vetitum. Fluidum non ſo-

ſolum illud ex foramine exit, quod huic reſpondet, ſed, ut fluxus continuus detur, fluidum vicinum continuo adfluit, quod oblique movetur, & dum proſilit motu compoſito agitatur, & motus verticalis fluidi proſilientis turbatur; quo majus eſt foramen, eo major eſt perturbatio ex hac cauſa oriunda, & in aquis proſilientibus nunquam foramina pollicem unum cum quadrante excedere debent. Quando fluidi celeritas nimia eſt, tanta cum vi in aërem impingit, ut in guttas diſpergatur; in quo caſu minuendo celeritatem altitudo, ad quam adſcendit fluidum, augetur, & altitudo datur, quæ eſt omnium maxima, ad quam fluidum adſcendere quit; hæcque in aqua proſilienti, vix centum pedes ſuperat.

418. *Fluida, quæ oblique proſiliunt, non ex tot cauſis, neque tantum, quàm vercicaliter proſilientia retardantur.* Secunda retardationis cauſa, antea memorata (408), hìc locum non habet, & effectus primæ minor eſt; de cætero hìc locum habent, quæ de ſolidis oblique projectis dicta ſunt in capite XVII.
419. lib. I.; & *fluidum ut innumera ſolida ſeſe mutuo inſequentia & eandem viam percurrentia conſiderari poteſt.* In motu fluidi via percurſa ſenſibilis eſt, & quæ de ſolidis oblique projectis dicta ſunt ope fluidorum ad Experimentum vocantur; ad quod hydrargyro utendum, propter hujus fluidi, præ cæteris, gravitatem ſpecificam. (*Exp.*).

Simili methodo, qua per circulum determinatur diſtantia, ad quam corpora oblique projecta cadunt (199), detegitur diſtantia, ad quam fluidum ex foramine in latere vaſis proſilit, quando vas plano horizontali imponitur: di-

ver-

verſa eſt hæc diſtantia pro varia foraminis alti-
tudine, manente ſuperficie ſuperiori fluidi.

Sit A B vaſis fluido repleti altitudo; ſecetur hæc in duas partes æquales in C; centro C & radio E A ſemi-circulus deſcribatur; *detur foramen in E*: tandem ducatur ad A B perpendicularis E D in ſemi-circuli circumferentiâ terminata in D. *Proſiliat fluidum ex E ad F in plano horizontali, diſtantia B F erit dupla perpendicularis E D.* T. 6. fig. 8. 420.

Quod ut demonſtretur, conſiderandum, fluidum, motu æquabili, celeritate cum qua ex foramine exit, in tempore, in quo corpus cadere poteſt ab E ad B, percurrere ſpatium B F (196). In omni motu ſpatium percurſum eſt in ratione compoſita celeritatis & temporis (53); & hoc per illam multiplicando datur ſpatium percurſum; id eſt, ſi pro variis motibus hæc inſtituatur operatio, dantur quantitates, quæ ſpatiorum percurſorum proportionem exprimunt. Si cum quadratis celeritatum & temporum computatio ineatur, dabitur proportio quadratorum ſpatiorum percurſorum. AE hìc deſignat quadratum celeritatis (371); E B autem quadratum temporis (155); harum linearum productum exprimit ergo quadratum ſpatii percurſi B F. Hoc productum eſt quadratum lineæ ED; quæ idcirco, mutato foramine, creſcit & minuitur in eadem ratione cum diſtantia BF. Poſito foramine in centro C, diſtantiâ BG, ad quam fluidum proſilit, ipſi B A æqualis eſt (372. 157), & eſt dupla perpendicularis quæ in C ad A B in ſemi circulo duci poteſt; quod ergo in omnibus foraminibus obtinet, & E D erit dimidium ipſius B F.

Ex

421. Ex hiſce ſequitur *fluidum ex foramine in centro* C *ad diſtantiam omnium maximam proſilire.* (Exp.).

422. Ex dictis ulterius ſequitur *ex foraminibus* E & *e æque diſtantibus a centro* C *fluidum ad eandem proſilire diſtantiam*, quia in eo caſu perpendiculares E D, *e d* ſunt æquales. (*Exp.*).

CAPUT VIII.

De Fluido ex vaſis profluente, & irregularitatibus in iſto motu.

423. FLuidi quantitas, quæ *in dato tempore ex dato foramine* fluit, ad inſtar fluidi exeuntis velocitatis creſcit: pendet hæc ab altitudine fluidi ſupra foramen, & non intereſt verſus quamcunque partem motus fluidi dirigatur (370); *quadrata* ergo *quantitatum effluentium ſunt in ratione altitudinum fluidi ſupra foramina* (371).

In tempore in quo corpus libere cadendo percurrit altitudinem fluidi ſupra foramen, exit ex foramine fluidi columna longitudine duplum altitudinis hujus æquans (372. 157). Foramen ipſum eſt baſis columnæ, & datur; ſi altitudo fluidi ſupra foramen nota ſit, datur tota columna; tempus etiam facile determinatur per Experimenta pendulorum (182): detecta autem quantitate, quæ in tempore noto exit, quid in tempore quocunque dato effluat non latet.

Hìc notandum, aëris reſiſtentiam, & attritum fluidi juxta latera foraminis, motum fluidi impedire, & regulam memoratam non exacte obtinere, & ſemper minorem, quam quæ per hanc determinatur, effluere fluidi quantitatem; Experimentis tamen, circa a-

quam

quam inſtitutis, conſtat, quadrata quantitatum quæ æqualibus temporibus ex eodem foramine effluunt, ſervare ſenſibiliter proportionem altitudinum aquæ ſupra foramen, in altitudinibus quinquaginta pedes non excedentibus.

In vaſis, in quibus fluidi adfluxus non datur, hujus celeritas dum effluit continuo mutatur, ad quod attendendum in comparatione temporum, in quibus vaſa diverſa evacuantur.

Vaſa cylindrica hìc conſideramus, & dicta, ad vaſa quæcunque eandem juxta integram altitudinem capacitatem ſervantia, referri poterunt; ponimus fluidum per foramen in fundo effluere.

Tempora, in quibus vaſa cylindrica, ejuſdem diametri & altitudinis, evacuantur, fluido ex foraminibus inæqualibus fluente, ſunt inter ſe inverſe ut hæc foramina. 424.

Vaſa hæc, planis ad baſin parallelis, concipiantur diviſa in partes æquales minimas; & diviſiones utriuſque vaſis non differant inter ſe; cum agatur de partibus minimis, concipi poteſt celeritatem in evacuatione unius partis non mutari. Fluidi quantitas, quæ ex foramine fluit, ſi celeritas non mutetur, creſcit cum foramine, & eo breviori tempore evacuatur determinata fluidi quantitas, quo foramen majus eſt; tempuſque minuitur in ratione, in qua foramen augetur. Partes reſpondentes in vaſis celeritatibus æqualibus evacuantur; partes etiam ipſæ, id eſt, quantitates fluidi, quæ effluunt, ſunt æquales; idcirco ſunt tempora in inverſa ratione foraminum; quod cum in ſingulis partibus reſpondentibus locum habeat, ad tempora evacuationum integrorum vaſorum etiam referri debet. *Quan-*

425. *Quando vaſa cylindrica ſunt inæqualia & æque alta, per foramina æqualia, in temporibus, quæ ſunt ut cylindrorum baſes, evacuantur.* Vaſa iterum in partes minimas, & numero æquali in utroque vaſe, diviſa concipiantur: ex partibus reſpondentibus per foramina æqualia, & æquali celeritate, fluidum fluit; quantitates ergo, quæ effluunt, ſunt ut tempora; & ideo in hac temporum ratione ſunt ipſæ partes reſpondentes, quæ ſunt ut cylindrorum baſes: tempora autem integrarum evacuationum ſunt ut tempora, in quibus partes reſpondentes evacuantur.

426. T 6. fig. 9. 10. *Dentur* tandem *duo vaſa cylindrica* E F, A D, *quorum baſes ſunt æquales, altitudines vero diverſæ*, ex. gr. ut 1. ad. 4. *& evacuentur hæc per foramina æqualia*: concipiantur etiam hæc vaſa planis ad baſin parallelis in partes minimas diviſa, quales ſunt H *i*, C *d*; ſitque idem numerus partium in utroque vaſe; & ſint partes inter ſe ut ipſa vaſa, id eſt, ut 1. ad 4. Partes ſingulas motu æquabili evacuari, quia de minimis agitur, conſiderare poſſumus; celeritates in partibus reſpondentibus ſunt ubique ut 1. ad 2. (372), quia altitudines harum partium ſupra baſes ſunt ut vaſorum altitudines, quæ ſunt ut horum numerorum quadrata. Unde ſequitur tempora, in quibus partes reſpondentes evacuantur, etiam eſſe inter ſe ut unum ad duo; quia in tempore duplo, celeritate dupla, quantitas quadrupla evacuatur. Cum autem tempora ſint in eadem ratione pro ſingulis partibus reſpondentibus, tempora, in quibus integra vaſa evacuantur, ſunt etiam ut unum ad duo. Si vaſa ſint ut 1. ad 9., tempora, ex demonſtra-

ſtratione ſimili, erunt ut 1. ad 3.; & in genere tempora ſunt ut celeritates, quibus partes reſpondentes evacuantur, quarum celeritatum quadrata ſunt *ut vaſorum altitudines*, (371) in qua ratione ergo etiam *ſunt quadrata temporum* (Exp.).

Tempora, in quibus vaſa cylindrica quæcunque evacuantur, ſunt in ratione compoſita baſium (425), *inverſa foraminum*(424), *& radicum quadratarum altitudinum* (426). 427.

Dividi ita poteſt vas cylindricum, ut partes inter diviſiones interceptæ æqualibus temporibus evacuentur, quod fiet, ſi diviſionum a baſi diſtantiæ fuerint ut numerorum naturalium quadrata; tempora enim evacuationum vaſorum, quorum altitudines hanc ſequuntur proportionem, ſunt ut numeri naturales (426), & temporum differentiæ æquales. 428. T. 6. fig. 9.

Tempus, in quo vas cylindricum evacuatur, eſt ut celeritas, cum qua fluidum effluere inchoat (371.426); celeritas ergo, dum fluidum in vaſe deſcendit, in eadem ratione minuitur, cum tempore evacuationis fluidi in vaſe ſuperſtitis; & *motus fluidi, ex vaſe cylindrico fluentis, eſt retardatus æqualiter in temporibus æqualibus*. 429.

Si ex cylindro, & ex alio vaſe ejuſdem altitudinis, & fluidum ſemper ad eandem altitudinem continenti, per foramina æqualia fluat fluidum, in tempore, in quo evacuatur cylindrus, ex vaſe memorato fluit dupla aquæ quantitas quam ex cylindro. Nam, propter altitudines vaſorum æquales, celeritates in principio ſunt æquales; fluidi, quod ex vaſe ſemper repleto exit, celeritas eſt æquabilis; celeritas fluidi, ex cylindro fluentis, eſt æquabiliter retardata (429). 430.

Id-

Idcirco ex iſto vaſe, dum cylindrus, evacuatur fluet dupla aquæ quantitas quam ex cylindro. Si enim duo corpora eadem celeritate propellantur, & primum motu æquabili progrediatur, ſecundum autem motu æquabiliter retardato, & moveantur donec hoc totum motum amiſerit, primum in eo tempore percurret ſpatium duplum ſpatii a ſecundo percurſi (157. 159); hic fluidum, quod effluit, pro ſpatio percurſo haberi poteſt, quia foramina ſunt æqualia.

431. *Præter irregularitates ex attritu & aëris reſiſtentia, dantur aliæ variæ ex cohæſione partium, etiam in fluidis non glutinoſis:* de aqua ſola hic loquar. Circa hanc obſervamus, licet eadem cum vi juxta directionem quamcunque, manente aquæ altitudine ſupra foramen, propellatur (372), omnium celerrime verticaliter deſcendere; in motu enim ſuo aqua cadendo continuo acceleratur, cum inſequenti cohæret & hanc accelerat, velocitatemque aquæ ex vaſe profluentis auget.

432. T. 6. fig. 11. Ex eadem cohæſione *motus ex vaſe, cum quo in inferiori parte tubus conjungitur, magis acceleratur.* Sit vas tale H G æquale & ſimile vaſi figuræ 10. & quod cum tubo F altitudinem habeat vaſis C B figuræ 9.; habeat tubus aperturas ambas æquales foraminibus in fundis vaſorum figurarum 9. & 10.; impleantur aquâ vaſa tria. In principio motus, ex vaſis fig. 9. & 11. æquali cum celeritate aqua fluit, quia altitudines aquæ ſupra foramina, ex quibus aqua exit, ſunt æquales. Sed celeritas in vaſe cum tubo ſtatim minuitur, quia ex tubo non major fluere poteſt aquæ quantitas, quam quæ tubum per aperturam ſuperio-

periorem intrat, quem major aquæ quantitas ingredi nequit, quam quæ ex vaſe fig. 10. fluere poteſt. Cum autem partes aquæ cohæreant, aqua effluens illam, quæ tubum intrat, accelerat, & hæc exeuntem retardat; & aquæ quantitas, quæ certo tempore ex vaſe fig. 11. effluit, eſt media inter aquæ quantitates, quæ ex vaſis aliis duobus eodem tempore, fluere poſſunt. (*Exp.*).

Maneat apertura ſuperior tubi, qua cum vaſe tubus communicationem habet; augeatur apertura inferior; major aquæ quantitas effluet, & magis accelerabitur aqua, quæ tubum intrat; ſatisque poteſt augeri hæc apertura, non mutata tubi longitudine, ut ex illa major aquæ quantitas fluat quam ex vaſe fig. 9. In hoc caſu, per aperturam tubi ſuperiorem ad parvam infra aquæ ſuperficiem profunditatem, major fluit æquæ quantitas, quam ex apertura æquali ad profunditatem, quadruplam. Adhibito longiori tubo idem præſtari poterit, licet non augeatur tubi apertura inferior. (*Exp.*). 433.

CAPUT IX.

De Curſu Fluminum.

DEFINITIO I.

FLumen *vocamus aquam, in canali ſuperius aperto, propria gravitate fluentem*, ut A E. 434. T. 7. fig. 1.

DEFINITIO 2.

Flumen in eodem ſtatu manere, *aut* in ſtatu manente, dicitur, *quando aqua uniformiter fluit, ita ut in eodem loco ſemper ſit ad eandem altitudinem.* 435.

DE-

DEFINITIO 3.

436. Sectio Fluminis *vocatur planum Flumen ſecans perpendiculariter ad fundum*, ut *p o n q*.

Quando Flumen a lateribus terminatur, planis inter ſe parallelis, & ad horizontem normalibus, & fundus etiam eſt planum, ſive horizontale, ſive inclinatum, ſectio Fluminis cum tribus hiſce planis angulos rectos efficit, & eſt parallelogrammum.

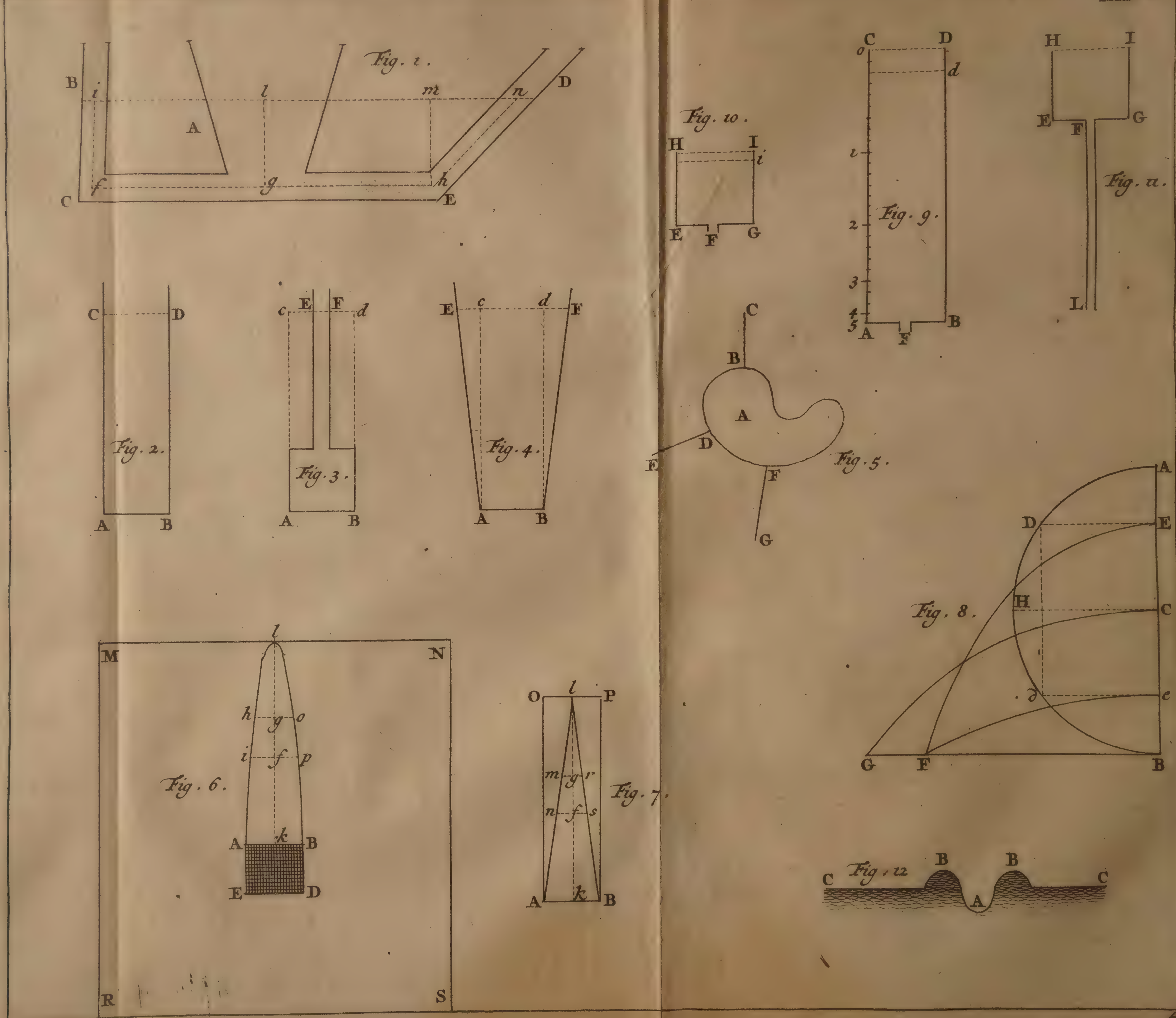
437. *In omni Flumine in ſtatu manente, eadem aquæ quantitas per ſingulas ſectiones eodem tempore fluit.* Niſi enim in loco quocunque eadem aquæ quantitas adfluat, quæ ex eo defluit, in eodem ſtatu Flumen non manebit; & demonſtratio hæc locum habet, quæcunque fuerit alvei irregularitas, ex qua, alio reſpectu, multæ in Fluminis motu mutationes oriuntur; attritus ex. gr. major eſt pro majore alvei inæqualitate.

Irregularitates in Fluminis motu in infinitum variari poſſunt, & regulæ circa illas tradi nequeunt; ſepoſitis ergo irregularitatibus omnibus Fluminum curſus examinandus eſt; niſi enim in hoc caſu motus leges notæ fuerint, de nullo judicium, vero fundamento nixum, ferri poterit.

Ponimus ergo aquam fluere per canalem regularem, ſine ſenſibili attritu; canalem terminari ad latera planis parallelis inter ſe & verticalibus; fundumque etiam planum eſſe & ad horizontem inclinari.

Sit canalis A E; ex receptaculo majori aqua in illum fluat, maneatque in receptaculo ſemper ad eandem altitudinem, ut Flumen ſit in ſtatu manenti. Aqua juxta planum inclinatum deſcendit & acceleratur (161);

TAB. VI.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12

(161); quo, propter æqualem aquæ quanti-
tatem per ſingulas ſectiones fluentem (437),
altitudo aquæ, recedendo a Fluminis initio, con- 438.
tinuo minuitur, & aquæ ſuperficies adipiſci-
tur figuram *i q s*.

Ad determinandam aquæ velocitatem in variis locis, concipiamus canalis aperturam ADCB plano claudi; ſi perforetur planum, eo celerius ex foramine proſiliet aqua, quo magis hoc diſtabit a ſuperficie aquæ *hi*; eandemque habebit aqua celeritatem, quam corpus, cadendo a ſuperficie aquæ ad profunditatem foraminis infra illam, acquirit (372); quod ex preſſione aquæ ſuperincumbentis oritur. Datur eadem preſſio, id eſt, eadem vis motrix, quando impedimentum in A C tollitur; canalem tunc intrat unaquæque particula aquæ, cum celeritate quam corpus acquirit, cadendo ab aquæ ſuperficie ad particulæ profunditatem. Particula hæc, juxta planum inclinatum, in canale movetur, & hujus motus acceleratur; & quidem eodem modo ac ſi verticaliter cadendo motum continuaſſet ad eandem profunditatem infra ſuperficiem aquæ in origine Fluminis (168). Ideo ſi ducatur horizontalis linea *i t*, particula in *r* habebit celeritatem, quam corpus cadendo per *i* C, & devolvendo per C *r* poteſt acquirere; quæ eſt celeritas, caſu per *t r*, a corpore acquiſita. Ubique ergo menſuratur particulæ celeritas, ducendo ab hac perpendicularem ad planum horizontale, quod per ſuperficiem aquæ in origine Fluminis concipitur, & velocitas, quam corpus per hanc perpendicularem cadendo acquirit, erit particulæ celeritas; quæ major

eſt pro majori perpendicularis longitudine.

In puncto quocunque r ad Fluminis fundum ducatur perpendicularis $r\,s$, Fluminis altitudinem menſurans; cum ad horizontem inclinetur $r\,s$, ſi a variis hujus lineæ punctis ad $i\,t$ perpendiculares ducantur, eo hæ breviores erunt, quo magis ab r diſtabunt, omniumque breviſſima erit $s\,v$; ideoque particularum, in linea $r\,s$, celeritates eo minores ſunt, quo magis hæ ad ſuperficiem

439. Fluminis accedunt, & *aqua inferior celerius ſuperiori movetur.*

440. *Harum* tamen *aquarum, in progreſſu fluminis, ad æqualitatem continuo magis accedunt celeritates.* Nam celeritatum harum quadrata ſunt ut $r\,t$ ad $s\,v$. quarum linearum differentia, recedendo a fluminis origine, continuo minuitur, propter imminutam altitudinem $r\,s$(438), dum lineæ ipſæ augentur. Quod cum in quadratis obtineat, multo magis in ipſis celeritatibus locum habet, quarum differentia ergo etiam minuitur, dum ipſæ creſcunt.

441. *Si* fundi inclinatio in principio fluminis mutetur ut ſit $y\,Z$, & *major aquæ quantitas in canalem fluat, altior erit ubique in flumine, ſed non mutatur celeritas aquæ in loco quocunque.* Hæc enim celeritas non ab altitudine aquæ in flumine pendet, ſed, ut demonſtratum, a diſtantia inter particulam motam & planum horizontale per aquæ ſuperficiem in origine fluminis tranſiens; quæ diſtantia perpendiculari ut $r\,t$ aut $s\,v$ menſuratur; hæ autem adfluxu aquæ non variantur, ſi modo maneat aquæ ſuperficies in receptaculo.

Clau-

Claudatur canalis pars ſuperior obſtaculo, ut 442.
X, *quod quantumvis parum infra aquæ ſuperficiem deſcendat*; aqua omnis quæ adfluit perfluere non poterit, adſcendet idcirco; ſed eo celeritas aquæ infra cataractam non augetur (441), continuoque accumulatur aqua adfluens; quæ ergo ita adſcendit; ut ſupra impedimentum aut ripas fluminis defluat. *Si* vero *ripæ eleventur*, *& impedimentum continuetur*, *ſupra lineam t i aquæ altitudo excreſcet*, antea enim hujus celeritas augeri nequit: in quo caſu totius aquæ in receptaculo altitudo augebitur; cum enim ponamus flumen in ſtatu manenti, neceſſe eſt, ut aliunde continuo in receptaculum tantum aquæ adfluat, quantum ex illo in flumen defluit; imminutâ vero aquæ defluentis quantitate, neceſſario altitudo in receptaculo augetur, donec celeritas aquæ infra obſtaculum fluentis ita augeatur, ut eadem aquæ quantitas infra hocce obſtaculum tranſeat, quæ ante poſitam cataractam per hanc fluminis ſectionem fluxit.

Hæc omnia, ut jam monuimus, ſepoſitis irregularitatibus omnibus, vera ſunt, & quo irregularitates ſunt minores, eo magis cum dictis motus veri congruunt; de quibus ut judicium feratur, neceſſe eſt ut Experimentis velocitates aquarum poſſimus comparare, & ipſas velocitates ita determinare, ut ſpatia in certo tempore percurſa detegantur.

Sit circuli quadrans A C B in gradus diviſus; in centro ei annectitur filum, cujus extremitas altera cum globo P, aquâ graviori, cohæret. 443. T. 7. fig. 2.

Aquâ fluenti globus immergitur, ſervato latere C A quadrantis in ſitu verticali; globus ex motu aquæ ita ſuſtinetur, ut filum P C cum latere C A angulum P C A conſtituat, cujus ope aquæ in globum impingentis celeritas detegitur.

Globus in aqua quieſcens tribus potentiis trahitur; gravitate ſua verticaliter deſcendere conatur; ex fluidi actione juxta motus aquæ directionem fertur; & tandem filo per P C trahitur. Formetur triangulum E F G, in quo E F lineam verticalem deſignat, cum hac conſtituat linea F G angulum E F G, æqualem angulo a directione motus fluminis cum linea verticali formato, tandem ſit angulus G E F æqualis angulo P C A. Trianguli E F G latera parallela ſunt directionibus trium memoratarum potentiarum, potentiæ ipſæ idcirco ſunt ut hæc latera (129); ſi ergo E F globi gravitatem reſpectivam deſignat, F G exprimet actionem aquæ in globum. Si pro variis Experimentis, eodem adhibito globo, variis in locis inſtitutis, talia triangula delineantur, latere E F manente, (gravitatem globi reſpectivam, quæ non mutatur, deſignante) latera ut F G inter ſe proportionem actionum aquæ in globum ſervabunt. Hæ autem ſunt ut quadrata velocitatum aquarum in locis, in quibus Experimenta inſtituta ſunt (381); non enim intereſt, quantum ad actionem aquæ in globum, utrum hic moveatur, & illa quieſcat, an contra aqua, quieſcente globo, moveatur (374).

Actio aquæ in globum cum pondere conſer-

ferri poteſt, eſt enim ad globi gravitatem reſpectivam ut F G ad E F

Hæc autem actio æquat reſiſtentiam, quam patitur corpus, quando per aquam quieſcentem movetur, eadem celeritate, cum qua nunc aqua fluens in globum quieſcentem impingit (374). Ex noto pondere, reſiſtentiam valente, quodnam ſpatium, celeritate cum qua corpus movetur, in dato tempore percurri poſſit, detegitur (377); dabitur ergo & hìc ſpatium, quod ab aqua in tempore noto poteſt percurri, & ſic etiam aquæ quantitas, quæ per locum magnitudine datum, in fluminis ſectione, in dato tempore, fluit. 444.

Notandum hanc velocitatis aquæ determinationem non bene procedere verſus aquæ ſuperficiem, quia actio aquæ in globum ibi irregularis eſt (385). Poteſt hæc celeritas detegi immergendo aquâ corpus, aquâ paululum levius, quod verſus ſuperficiem hæreat; & non ſatis hanc excedat ut motu venti affici poſſit; cum gravitates ſpecificæ aquæ & corporis vix differant, & hoc pro toto immerſo haberi poſſit, eadem celeritate cum aqua movebitur, & menſurari tempus, ope penduli, poterit, dum corpus ſpatium ante menſuratum percurrit. Quando vento aquæ ſuperficies agitatur, non bene Experimentum procedet, propter motum undarum, quo in corporis motu irregularitas datur. 445.

CAPUT X.

De Motu Undarum.

446. T. 6. fig. 12. AQuæ quieſcentis ſuperficies plana eſt & ad horizontem parallela (325); ſi aliqua ex cauſa hæc cava fiat in A, circumdatur hæc cavitas elevatione B B: elevata hæc aqua gravitate deſcendit, & celeritate deſcendendo acquiſita cavitatem novam format, quo motu aqua ad latera hujus cavitatis adſcendit, & implet cavitatem A, dum nova elevatio verſus C formatur; hæc dum deprimitur de novo aqua verſus eandem partem adſcendit; unde motus in aquæ ſuperficie oritur, & cavitas, præ ſe elevationem ferens, ab A verſus C movetur.

DEFINITIO I.

447. *Cavitas hæc cum conjuncta elevatione vocatur* Unda.

DEFINITIO 2.

448. Latitudo undæ *eſt ſpatium ab unda in ſuperficie aquæ occupatum & menſuratum juxta motus undæ directionem.*

Cavitas ut A ab omni parte elevatione circumdatur; & motus memoratus verſus

449. omnes partes ſeſe expandit; *undæ* ideo *per circulum moventur.*

T. 7. fig. 3. Detur obſtaculum A B, in quod unda, cujus origo eſt in C, incurrat; examinandum quam in puncto quocunque ut E mutationem patiatur unda, quando in hoc puncto ad obſtaculum pervenit. In omnibus locis, per quæ unda tranſit, dum hæc latitudinem ſuam percurrit, aqua elevatur, cavi-

vitas deinde formatur, quæ iterum impletur; quam mutationem dum ſuperficies aquæ ſubit, hujus particulæ per parvum ſpatium eunt & redeunt. Directio hujus motus eſt per C E, celeritasque hac ipſâ lineâ repræſentari poteſt; concipiatur hicce motus in duos alios reſolutus per G E & D E, quorum celeritates per haſce lineas reſpective repræſentantur (289). Motu per D E particulæ in obſtaculum non agunt, & eadem celeritate poſt impactum, juxta hanc directionem motum continuant; motusque hic repræſentatur per E F, poſitis E F & E D inter ſe æqualibus. Motu per G E particulæ directe in obſtaculum incurrunt, & aqua, quæ ultra obſtaculum progredi nequit, & ab inſequenti propellitur, cedit verſus partem, verſus quam minima reſiſtentia datur, id eſt, adſcendit; hæcque major quàm in cæteris locis elevatio ex motu per G E oritur; quia hoc motu ſolo ad obſtaculum particulæ accedunt. Deſcenſu aqua eam acquirit velocitatem, cum qua fuit elevata, & eadem cum vi particulæ aqueæ ab obſtaculo juxta directionem E G repelluntur, cum qua ad obſtaculum acceſſere. Ex hoc motu, & motu memorato per E F, oritur motus per E H, cujus celeritas per lineam E H, æqualem lineæ C E, deſignatur, & reflexione celeritas undæ non mutatur, reditque hæc per E H, eodem modo ac ſublato obſtaculo per E *h* motum continuaſſet. Si a C perpendicularis C D ducatur ad obſtaculum, & hæc producatur, fiatque D *c* æqualis C D, linea H E continuata tranſibit per *c*; & cum hæc demonſtratio in omnibus punctis obſta-

450. culi procedat, ſequitur *undam reflexam eandem habere figuram ab hac parte obſtaculi, quam ultra* lineam A B *habuiſſet*, *ſi in obſtaculum*
451. *non incurriſſet. Si obſtaculum ad horizontem inclinetur*, aqua ſuper illo adſcendit & deſcendit, & attritum patitur, quo *undæ reflexio turbatur*, *& ſæpiſſime in totum deſtruitur*. Hæc eſt ratio quare plerumque fluminum ripæ undas non reflectant.

452. *Quando in obſtaculo* ut B L *foramen datur* ut I, pars undæ, quæ per hoc tranſit, motum directe continuat, & verſus Q Q ſeſe expandit, *nova*que *unda formatur*, *quæ per ſemicirculum movetur*, *cujus centrum eſt ipſum foramen.* Nam pars undæ elevata, quæ primo transgreditur foramen, ſtatim paululum ad latera defluit, & deinde deſcendendo cavitatem format, quæ ab omni parte ultra foramen elevatione circumdatur, quæ verſus omnes partes, eodem modo, ac de geneſi primæ undæ dictum (449), movetur.

453. Eodem plane modo unda, cui opponitur obſtaculum ut A O, inter O & N motum continuat: ſed verſus R, per portionem circuli, cujus centrum non multum ab O diſtat, ſeſe expandit.

454. Ex hiſce facile deducitur motus undæ pone obſtaculum ut M N.

455. *Undæ ſæpe producuntur ex motu corporis tremulo, quæ etiam per circulum ſeſe expandunt*, licet per lineam rectam corpus eat & redeat; aqua enim agitatione elevata deſcendendo cavitatem format, quæ ab omni parte elevatione circumdatur.

456. *Undæ variæ ſeſe mutuo non perturbant, dum juxta varias directiones moventur.* Cujus effectus

fectus ratio eſt, quod quamcunque ex motu undæ figuram adepta fuerit aquæ ſuperficies, in hac elevatio & depreſſio dari poſſunt, ut & motus qualis in undæ motu requiritur.

Qui unquam undarum motum attente conſideravit, hæc omnia cum Experimentis congruere vidit.

Celeritas undarum ut determinetur, motus alius cum harum motu analogus examinandus eſt. Detur fluidum *in tubo cylindrico* 457. *curvo* E H, ſuperetque altitudo fluidi in crure E F altitudinem in alio crure quantitate *i e*, quæ differentia in duas partes æquales ſecanda eſt in E. Gravitate ſua deſcendit fluidum in crure E F, dum æqualiter in tubo G H adſcendit; & ita quando ſuperficies fluidi pervenit ad E, ad eandem in utroque crure datur altitudinem, & in hoc ſitu ſolo fluidum poteſt quieſcere: ſed celeritate deſcendendo acquiſita motum continuat, adſcenditque in tubo G H, ad *l* dum in E F deprimitur ad *i* uſque, niſi quatenus attritu motus minuitur. Fluidum in tubo GH magis elevatum etiam gravitate deſcendit, & fluidum in tubo it & redit, donec ex attritu totum motum amiſerit.

T. 7. fig. 4.

Quantitas materiæ movendæ eſt totum fluidum in tubo; vis motrix eſt pondus columnæ *e i*; hoc fluidum premens eodem motu cum reliquo fluido in tubo cietur, ita ut hujus reſpectu quieſcat, premit ergo toto ſuo pondere in fluidum inferius (152). Altitudo fluidi prementis ſemper eſt dupla diſtantiæ inter ſuperficiem fluidi & punctum E; quæ ergo diſtantia cum hac vi motrice in eadem ratione

creſcit & minuitur. Diſtantia autem hæc eſt ſpatium a fluido percurrendum, ut perveniat ad ſitum quietis; quod ergo ſpatium ſemper eſt ut vis quæ continuo in fluidum agit: ſed ex hac cauſa demonſtravimus penduli in cycloide oſcillati vibrationes omnes eſſe æque diuturnas (178); ideo & hic, *quæcunque fuerit agitationum inæqualitas, æquali ſemper tempore fluidum it aut redit.*

458. *Tempus in quo fluidum ſic agitatum adſcendit aut deſcendit, eſt tempus in quo vibratur pendulum, cujus longitudo*, id eſt, diſtantia inter centra oſcillationis & ſuſpenſionis, *æqualis eſt ſemi-longitudini fluidi in tubo*, ſive ſemi-ſummæ linearum E F, F G, & G H: longitudo hæc in axe tubi menſuranda eſt.

T. 7. fig. 5. Vibretur hocce pendulum in cycloide methodo ſuperius (175) explicata. Pendulum P C & arcus A D ejuſdem ſunt longitudinis; arcus enim C A æqualis eſt arcui A D, & cum illo penduli filum congruit, quando corpus, cum filo connexum, eſt in A; in hoc puncto directio curvæ ad horizontem perpendicularis eſt, & corpus toto ſuo pondere juxta curvam deſcendere conatur: hoc autem pondus eſt ad vim in corpus agentem, poſito hoc in P, ut A D, aut P C, ad P D (178). Sit nunc fluidum in eo ſitu, ut e E (fig. 4.) æqualis ſit P D; pondus totius materiæ movendæ, id eſt, totius fluidi, eſt ad pondus *e i*, quod eſt vis in hoc ſitu in fluidum agens, ut longitudo fluidi in tubo ad lineam *e i*, in qua ratione etiam ſunt harum quantitatum ſemiſſes, id eſt, P C, ad P D (fig. 5.). In pendulo ergo pondus materiæ moven-

vendæ eſt ad vim in hanc agentem in P, ut in tubo pondus materiæ movendæ ad vim in hanc agentem in ſitu *e h*. Æqualibus viribus ideo corpus pendulum & fluidum in hac occaſione propelluntur, & illud ubique obtinet, ubi ſpatia a fluido in agitatione & a corpore in vibratione percurrenda ſunt æqualia; idcirco in hoc caſu agitatio & vibratio eodem tempore peraguntur, & non modo in hoc caſu, ſed ſemper (457). Cum vero vibrationes exiguæ in circulo a vibrationibus in cycloide non differant, etiam ad illas demonſtratio referri debet.

Ut ex dictis determinemus undarum celeritatem, variæ undæ æquales & ſeſe mutuo immediate inſequentes conſiderandæ ſunt ut A B, C D, E F, quæ ab A verſus F moventur. Unda A B percurrit latitudinem ſuam, quando cavitas A pervenit ad C; quod fieri non poteſt, niſi aqua in C ad altitudinem undarum culminum adſcendat, iterumque ad profunditatem C deſcendat; in quo motu aqua infra lineam *b i* ſenſibiliter non agitatur: congruit ergo hicce motus cum motu memorato in tubo, & aqua adſcendit & deſcendit, id eſt, unda latitudinem ſuam percurrit, dum pendulum longitudinis dimidii B C duas peragit oſcillationes (458); aut dum pendulum longitudinis B C D, prioris quadruplæ, ſemel vibratur (184). T. 7. fig. 6.

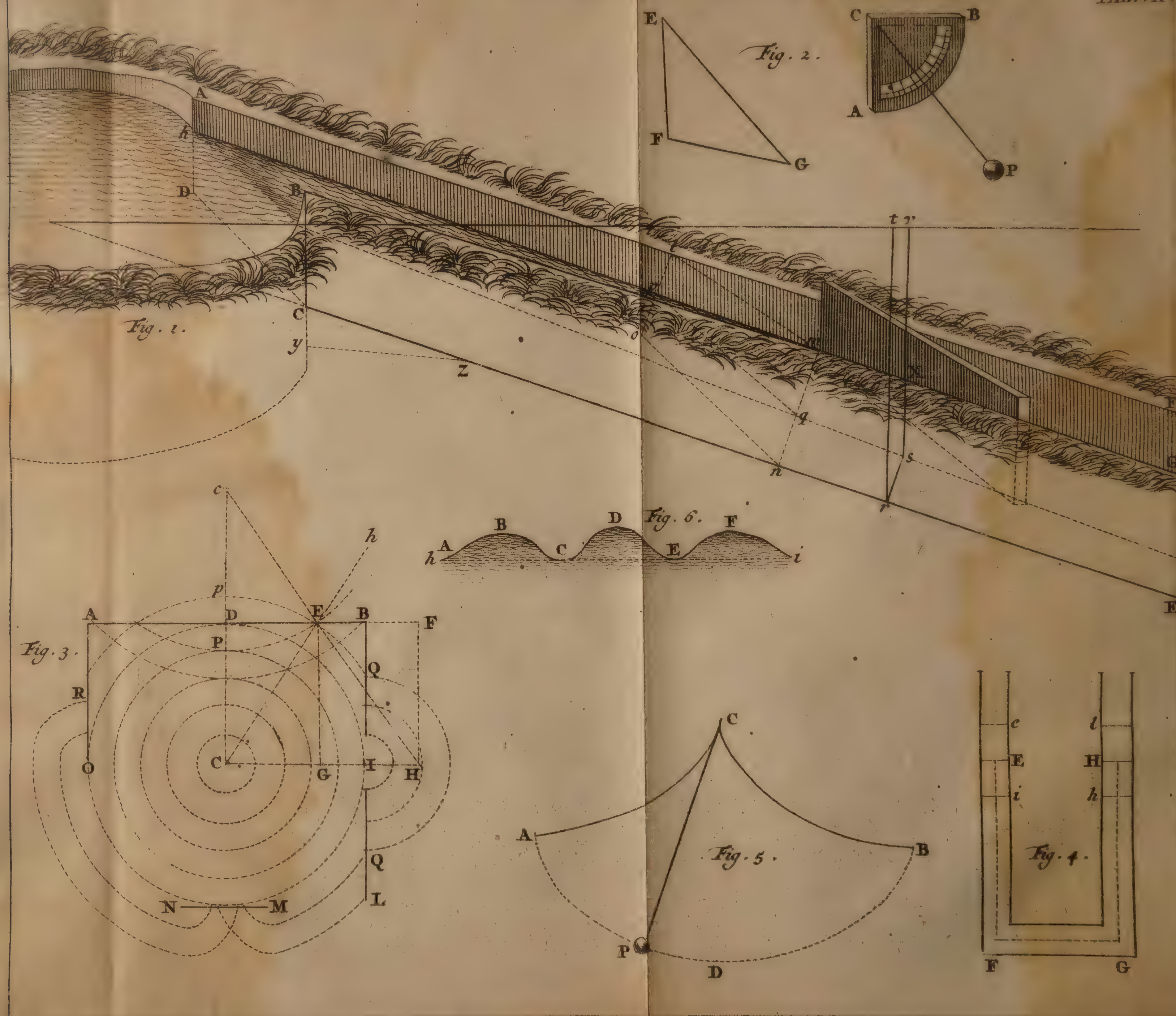
Pendet igitur celeritas undæ a longitudine lineæ B C D, quæ pro majori undarum latitudine, & pro majori profunditate, ad quam in motu undarum aqua deſcendit, major eſt.

In undis latioribus, quæ non alte elevantur,

linea ut B C D a latitudine undæ vix differt, &
459. in eo caſu *unda latitudinem ſuam percurrit, dum pendulum huic latitudini æquale ſemel oſcillatur.* In omni motu æquabili multiplicando tempus per celeritatem datur ſpatium percurſum
460. (53); unde ſequitur *celeritates undarum eſſe ut radices quadratas latitudinum*: nam cùm in hac ratione ſint tempora, quibus latitudines ſuas percurrunt (184. 459), eadem in harum celeritatibus ratio requiritur, ut producta temporum per celeritates ſint ut undarum latitudines, quæ ſunt ſpatia percurſa.

Hæc omnia tantum pro quam proxime veris habenda ſunt, quia undarum motus a motu in tubo paululum differt; qui error pro parte tamen compenſatur ex eo quod penduli longitudo menſuretur juxta lineas inclinatas B C & C D.

TAB. VII.



LIBRI II.

Pars III. De Aëre Fluido Elaſtico.

CAPUT XI.

Aërem Fluidorum proprietates habere.

DE Aëre ſæpius locuti ſumus, cum in hoc vivamus & hoc ſemper circumdemur, in multis Experimentis ad illius effectum attendendum; nunc autem ipſius proprietates ſingulatim examinandæ veniunt.

Aër eſt corporeus, gravis, illius partes impreſſioni cuicunque cedunt, & facillime moventur inter ſe, premit pro altitudine ſua, & preſſio verſus omnes partes eſt æqualis, & *inter fluida referri debere* patet. 461.

DEFINITIO I.

Omnis aër, quo terra circumdatur, ſimul conſideratus vocatur telluris Atmoſphæra, *aut ſimpliciter* Atmoſphæra. 462.

DEFINITIO 2.

Aëris altitudo ſupra terræ ſuperficiem vocatur Atmoſphæræ altitudo. 463.

Aërem eſſe corporeum ex eo ſequitur, quod ex loco a ſe occupato cetera corpora excludat (16). 464.

Illum impreſſioni cuicunque cedere, & partes facile moveri, a nemine in dubium vocari poteſt. 465.

Gravem eſſe probatur, quia in ceterorum fluidorum ſuperficies premit, illaque in tubis ſuſtinet. 466.

T. 8. fig. 1. Detur tubus vitreus A B, longitudinis circiter trium pedum, & cujus cavitatis diameter ſit quartæ partis unius pollicis; ſi extremitas A obturetur, & tubus mercurio repleatur; alteraque extremitas vaſe V mercurium continenti immergatur, mercurius ſuſtinebirur ad altitudinem circiter viginti novem pollicum. (*Exp*). Oritur hoc ex aëris preſſione in ſuperficiem mercurii in vaſe, quæ ubique æqualiter premi non poteſt, niſi in tubo, cui aër nullus ineſt, mercurii columna detur, quæ æqualiter cum aëre exteriori premat (327.

Ne mutetur hæc preſſio quando tubus inclinatur, eandem mercurius ſervat altitudinem verticalem (300);

Hæc eadem aëris preſſio ſuſtinet aquam in vitro, quod aquâ immergitur, hacque repletur, & deinde extrahitur, orificio manente immerſo (*Exp*).

467. Eodem modo aqua ſuſtineretur, licet vitri altitudo triginta & duos pedes æquaret. Hydrargyrum enim gravitate ſua ſpecifica fere decies & quater ſuperat aquæ gravitatem ſpecificam, & columna aquea triginta & duos pedes excedens, æqualiter cum mercurii columna viginti novem pollicum premit, quæ preſſio Atmoſphæræ preſſioni æquipollet.

468. *Preſſionem aëris ab hujus altitudine pendere*, ex dictis facillime deduci poteſt; ſed immediate probatur, transferendo tubum cum mercurio, ſtatim memoratum, in locum elevatum nam octavâ parte unius pollicis deſcendit mercurius pro altitudine centum pedum ad quam Machina elevatur.

469. *Aërem verſus omnes partes æqualiter premere* ex eo patet, quod à corporibus mollibus hujus preſſio ſine figuræ mutatione, & à fragilibus ſine diſruptione ſuſtineatur, licet æquet preſſionem mercurii ad altitudinem viginti novem pollicum, aut aquæ ad altitudinem triginta duo-

duorum pedum. (467); nil, præter preſſionem æqualem ab omni parte, memorata corpora intacta ſervare poſſe quis non videt; hanc autem preſſionem illud præſtare conſtat (345). Sublato aëre ab una parte, preſſio in partem oppoſitam ſenſibilis eſt. (*Exp.*).

CAPUT XII.

De Aëris Elaſticitate.

CEterorum fluidorum proprietates aërem habere vidimus; præter has peculiarem ha- 470.
bet, qua *locum majorem aut minorem occupat; prout vi diverſa comprimitur; &* ſtatim ac vis hæc minuitur, ſeſe expandit. Propter analogiam hujus effectus cum corporum elaſticitate, *hæc aëris proprietas hujus elaſticitas dicitur.* 471.

Aërem poſſe comprimi Experimento jam memorato conſtat (16). 472.

Illum poſſe dilatari ſequenti probatur. T. 8.

Detur tubus A B clauſus in A, infundatur fig. 2.
mercurius, ita ut in tubo aër relinquatur, qui in ſtatu aëris exterioris occupet ſpatium A *l*; ſi tubi extremitas B mercurio immergatur, deſcendet mercurius ad *g*, ibique hærebit. Altitudo *i g* multum differt ab altitudine mercurii in tubo aëre omnino vacuo; qüæ differentia ponderi aëris, in tubo incluſi, non eſt adſcribenda; nimium exiguum eſt hocce pondus, ut ſenſibilem differentiam in altitudine mercurii producat: aëris expanſio hujus effectus cauſa eſt. (*Exp.*).

Ex hoc Experimento hanc deducimus regu- 473.
lam, *aërem ſeſe ita dilatare, ut ſpatium ab hoc occupatum ſit ſemper inverſe ut vis qua comprimitur.* Vis, qua aër comprimitur in ſtatu aëris exte-

terioris, eſt pondus totius Atmoſpæræ, quod æquale eſt ponderi columnæ mercurii altitudinis *hf* (Fig. 1.); vis ergo hæc comprimens hac altitudine poteſt exprimi; ſpatium occupatum ab aëre in tubo, quando tali vi comprimitur, eſt A*l*. At in Fig. 2. preſſio Atmoſphæræ duos exerit effectus, ſuſtinet columnam mercurii *ig*, & aërem in tubo reducit in ſpatio *g*A: ſi vis, qua mercurius ad altitudinem *gi* ſuſtinetur, ſubtrahatur ex preſſione totius Atmoſphæræ, id eſt, ſi altitudo *gi* ab altitudine *hf* auferatur, supereſt vis, qua aër in ſuperiori parte tubi comprimitur. Hæc autem differentia altitudinum mercurii *hf* & *gi* eſt ſemper ad *hf*, ut A*l* ad A*g*; id eſt, vires ſunt inverſe ut ſpatia.

Hæc eadem regula in aëre compreſſo obtinet.

T. 8. fig. 3. Detur tubus curvus ABCD, apertus in A, clauſus in D, pars BC mercurio impleatur ita ut pars CD aërem contineat in eodem ſtatu cum aëre exteriori: vis ergo comprimens eſt columna mercurii, cujus altitudo eſt *hf*, (Fig. 1.) & per hanc altitudinem hæc vis ut in præcedenti Experimento deſignatur; ſpatium autem ab aëre occupatum eſt CD. Tubo AB mercurius infundatur ut ad *g* pertingat, aër reducetur in ſpatio *e*D: vis comprimens nunc valet columnam mercurii altitudinis *fg*, ut & preſſionem aëris exterioris in ſuperficiem *g* mercurii; vis hæc deſignatur per ſummam altitudinnm *fg* in hac figura & *hf* in fig. 1. Hæc ſumma eſt ſemper ad *hf* (fig. 1.) ut CD ad *e*D; iterumque vires ſunt inverſe ut ſpatia. (*Exp.*).

474. *Aëris elaſticitas eſt ut hujus denſitas*; hæc enim eſt inverſe ut ſpatium ab aëre occupatum (342); & ideo ut vis aërem comprimens (473); quæ æqualis eſt illi qua aër conatur ſeſe expandere (148).

(148); hæc autem eſt hujus elaſticitas.

Ex hiſce ſequitur, aërem in quo vivimus, ad illam, quam in terræ viciniis habet, denſitatem reduci ex preſſione aëris ſuperincumbentis, illumque magis aut minus comprimi pro majore aut minore Atmoſphæræ pondere; ex qua etiam cauſa in apice montis minus denſus eſt aër quam in valle, a minori enim pondere comprimitur.

Quo uſque hæc expandendi proprietas ſeſe extendat non conſtat, & nullis poſſe determinari Experimentis admodum probabile eſt. Facili Experimento conſtat aërem ſpatium vicibus viginti millibus majus in uno caſu occupare quam in alio (*Exp.*).

Ex hiſce deducimus, particulas aëreas non eſſe ejuſdem naturæ cum ceteris corporibus elaſticis; nam non poſſunt particulæ ſingulæ vicies & ſepties verſus omnes partes ſeſe expandere, & ita vicies millies augeri, ſervatâ ſuperficie omni inæqualitate aut angulo experte; in omni enim expanſione aut compreſſione particulæ facile moventur inter ſe: cum etiam multo magis quam in hoc Experimento aër dilatari poſſit, ſequitur *aërem conſtare ex parti-* 475.
culis ſeſe mutuo non tangentibus & ſeſe mutuo repellentibus. Talem particularum proprietatem in multis occaſionibus detegi jam vidimus (39): illamque & hic obtinere ſatis patet; cauſa vero hujus vis nos omnino latet, & pro lege naturæ ipſa habenda eſt. (5).

Vis, qua particulæ aëreæ ſeſe mutuo fugiunt, cre- 476.
ſcit in ratione in qua diſtantia inter centra particularum minuitur, id eſt, vis illa eſt inverſe ut T. 8.
hæc diſtantia. Quod ut demonſtretur, conſide- fig. 4.
rentur duo cubi æquales A & B, inæquales aëris quantitates continentes; ſint diſtantiæ inter centra particularum ut unum ad duo; in eadem ra-

ratione ſed inverſa erunt numeri particularum in lineis *de* & *hi*. numeri particularum agentium in ſuperficies *dg* & *hm* ſunt ut unum ad quatuor, nempe ut quadrata numerorum particularum in lineis æqualibus; & ut horum numerorum cubi, ſcilicet ut unum ad octo, ſunt aëris quantitates in cubis contentæ; in qua etiam ratione ſunt vires comprimentes aërem in cubis (473). Vires agentes in ſuperficies æquales *dg* & *hm* ſunt ut vires quibus aër comprimitur (148): ſunt etiam in ratione compoſita numerorum particularum agentium, & actionum ſingularum particularum: hæc ergo ratio compoſita eſt ratio unius ad octo: rationum componentium prima, ut dictum, eſt unius ad quatuor, quare neceſſario ſecunda eſt unius ad duo, quæ eſt ratio inverſa diſtantiæ inter particulas. Hæcque demonſtratio generalis eſt, nam unum & octo cubos quoſcunqne, unum & quatuor quadrata radicum cuborum, & tandem unum & duo ipſas radices in genere deſignant.

Hæc demonſtratio probat actionem, quam particulæ continuo ab omni parte patiuntur, augeri in ratione in qua diſtantia inter centra particularum minuitur, ſive hæc actio ad particulas tantum vicinas, ſive etiam ad magis diſtantes, referri debeat. In primo caſu vis ipſa repellens, qua ſingulæ particulæ gaudent, eſt ut actio memorata, id eſt, inverſe ut diſtantia inter particularum centra.

In ſecundo caſu vis repellens ad omnes diſtantias eſt æqualis; tunc enim pendet actio in ſingulas particulas ab harum numero in eadem linea, qui numerus eſt inverſe ut diſtantia inter particularum centra. Tunc etiam, poſita eadem aëris denſitate, ibi major erit elaſticitas, ubi major aëris quantitas, quod experimentis non congruit, primum idcirco caſum locum habere videmus. *Ef-*

Effectus elaſticitatis aëris ſimiles ſunt effectibus gravitatis, aërque incluſus elaſticitate eodem modo quam non incluſus pondere ſuo agit. 477.

Aër, totius Atmoſphæræ pondere gravatus, verſus omnes partes premit ex ipſa natura fluiditatis (328), & vim quam exerit ab elaſticitate nullo modo pendere liquet; quia, hac poſita aut ſublata, vis quæ a pondere Atmoſphæræ oritur, & huic æqualis eſt, minime mutatur. Cum vero aër ſit elaſticus, pondere Atmoſphæræ in tale ſpatium redigitur, ut elaſticitas, qua renititur in pondus comprimens, hocce pondus æquet (148). Elaſticitas autem creſcit & minuitur cum diminuta aut aucta diſtantia particularum (476), & non intereſt utrum pondere Atmoſphæræ an quocunque alio modo aër in certo ſpatio retineatur, in utroque caſu eadem cum vi ſeſe expandere conatur, & verſus omnes partes premit. Idcirco ſi in terræ viciniis aër, ſervata hujus denſitate, includatur, incluſi preſſio valebit totius Atmoſpæræ pondus. (*Exp.*).

Manente eadem aëris conſtitutione, prædicta ſemper locum habent; ſed non immutabilis eſt hæc conſtitutio; *augetur ſæpe aut minuitur vis* 478. *repellens particularum, licet diſtantia inter harum centra non mutetur*; de hac mutatione in libro ſequenti agam; *calore creſcit elaſticitas, frigore minuitur*: & pro auctâ elaſticitate ſeſe expandit aër: *eſt* ergo *denſitas inverſe ut elaſticitas, ſi pondus* 479. *comprimens maneat.*

CAPUT XIII.

De Antlia Pneumatica, & quibusdam Machinis quarum effectus ab aëre pendent.

480. AEris elaſticitas fundamentum eſt conſtructionis Machinæ, quâ aër ex vaſe exhauritur. *Antlia Pneumatica* vocatur, quæ variis modis conſtruitur In omnibus pars præcipua eſt cylindrus metallicus cavus, ab interiori parte politus; in hoc movetur embolus, exactiſſime cum cylindri ſuperficie interiori congruens, ne aëri tranſitus ad latera detur. Fundo cylindri embolus applicatur, deinde elevatur, quo ex cylindri cavitate aër omnis excludatur. Si cum vaſe quocunque, per tubum in fundo cylindri, cavitas hæc communicationem habeat, aër in vaſe ſeſe expandet, & pro parte cylindrum intrabit, ita ut in cylindro & vaſe eandem habeat denſitatem. Claudatur communicatio inter vas & cylindrum, aërque ex cylindro ejiciatur, & embolus fundo applicetur. Si ſecunda vice embolus elevetur, reſeratâ communicatione inter cylindrum & vas memoratum, iterum aëris denſitas in vaſe minuetur; & repetito emboli motu tandem aër in vaſe ad denſitatem minimam reducetur. Aër tamen omnis hac methodo nunquam exhauriri poteſt; ſingulis enim vicibus aër ſeſe ita expandit, ut eandem in cylindro denſitatem habeat ac in vaſe, in quo ideo ſemper aër quidam ſupereſt.

Antliæ omnes prædicta communia habent, in multis tamen differunt. Sed ſatis eſt hìc explicaſſe quomodo ope antliæ ex vaſe aër exhauriatur.

Varia

Varia ope hujus machinæ experimenta inſtituuntur, quibus quæ de aëris proprietatibus dicta ſunt confirmantur & dilucidantur; ipſum pondus aëris vaſe incluſi determinatur; multaque alia circa aërem, notatu digniſſima, deteguntur, & ſub oculos ponuntur. (*Exp.*).

Multarum machinarum effectus ab aëre pendent, quorum explicatio ex dictis facile deducitur, quod uno aut altero exemplo illuſtraſſe ſufficiat.

Tubus curvus, cujus extremitas una aquâ im- 481.
mergitur, dum extremitas altera extra vas aquam continens, infra aquæ ſuperficiem deſcendit. Si ſugendo aut quocunque alio modo aëre evacuetur tubus, fluet aqua. Hæc machina *ſipho* vocatur.

Hujus effectus ex preſſione aëris oritur; qui aquam in ſiphone pellit, premens in ſuperficiem aquæ vaſe contentæ; premit etiam aër in aquam exeuntem, illamque ſuſtinet; preſſiones hæ ſunt æquales, & in ſuperiori parte ſiphonis contrarie agunt, ibique valent Atmoſphæræ pondus, dempto pondere columnarum aquearum, quæ a preſſionibus ſuſtinentur. Columna aquea in crure externo altitudine oppoſitam columnam ſuperat; ergo ab hac parte magis aëris preſſio minuitur, & preſſio oppoſita hanc vincit, fluitque aqua. (*Exp.*).

Antliæ vulgares conſtant ex duobus tubis, 482.
valvulâ ſeparatis ita, ut aqua ex inferiori in ſuperiorem poſſit adſcendere, non vero deſcendere; ſuperior tubus brevis eſt & in hoc movetur embolus corio circumdatus, in quo valvula ſimilis datur.

Fundo cylindri admoveatur embolus, huic ſuperinfundatur aqua, ut aëris tranſitus cohibeatur; ſi aquâ immergatur extremitas tubi inferioris, & elevetur embolus, adſcendet aqua in cy-

c lindrum aut tubum ſuperiorem, ex quo deſcendere nequit; quare per embolum tranſit, quando hic deſcendit. Elevato iterum embolo novâ aquâ cylindrus repletur; & prima in vas cum cylindro ſuperiori cohærens elevatur, ex quo per tubum fluit. (*Exp.*).

CAPUT XIV.

De Aëris motu undulatorio, ubi de Sono.

483. SI *aër quocunque modo agitetur*, particulæ motæ e loco recedunt, vicinaſque in minus ſpatium reducunt; & aër dum in uno loco dilatatur in vicino comprimitur. Aër compreſſus ex inſtauratione elateris ad priſtinum non modo ſtatum redit, ſed ipſe dilatatur ex motu a particulis acquiſito.

Hoc motu aër primo dilatatus in primum ſtatum redit, aërque verſus alias partes comprimitur. Hoc iterum obtinet dum aër ultimo compreſſus ſeſe expandit, quo nova datur compreſſio. *Oritur* ergo *ex agitatione* quacunque *motus analogus cum motu undæ in aquæ ſuperficie* (446); eodem nomine datur, & *vocatur aëris unda* aër compreſſus cum inſequenti dilatato (447).

Aër compreſſus verſus omnes partes ſemper dilatatur, & *motus undarum eſt motus ſphæræ ſeſe*
484. *expandentis*, eodem modo ac in ſuperficie aquæ undæ per circulum moventur (448).

485. *Dum unda in aëre movetur ubicunque tranſit; particulæ e loco moventur & ad hunc redeunt, ſpatiumque breviſſimum itu & reditu percurrunt.*

T. 8. fig. 5. Ut hujus motus leges pateant, concipiamus particulas aëreas ad diſtantias æquales in linea recta eſſe diſpoſitas *a*, *b*, *c*, *d*, &c. ſi moveatur un-

undæ per hanc lineam; ponamus autem illam perveniſſe inter *b* & *p*; aërem dilatari inter *b* & *h*, comprimi vero inter *h* & *p*; ut hæc omnia in linea 1 repræſentantur.

Denſitas maxima datur in m, loco medio inter b & p, & maxima dilatatio inter b & h in medio e. 486.

Ubicunque particulæ vicinæ non æque diſtant, motus ex elaſticitate datur particularum minus diſtantium verſus magis diſtantes (476); hicque motus ſolus, ſepoſito omni motu acquiſito, examinandus eſt. 487.

Inter b & e datur motus a *b* verſus *e*, id eſt, *cum motu undæ conſpirans; qui etiam datur inter m & p.* 488.

Motus autem contrarius eſt *inter e & m, & ab m verſus e dirigitur.* 489.

In m & *e*, ubi motus directiones mutantur, *nulla ex elaſticitate datur actio*, quia particulæ vicinæ ad diſtantias æquales inter ſe poſitæ ſunt. 490.

In locis b, h, & p omnium maxima eſt diſtantiarum particularum vicinarum differentia; idcoque omnium maxima *elaſticitatis actio.* 491.

Deducimus ex his particulam, pro vario in unda ſitu, variam ab elaſticitate actionem pati, qua illius motus generatur, acceleratur, minuitur, aut deſtruitur; idcirco directio motus particulæ, ex ſola directione memoratæ actionis, determinari nequit, & cum hac directione non ſemper congruit illa, ſingularumque particularum motus omnibus momentis mutatur.

Particulæ omnes inter *b* & *p* translatæ ſunt, juxta ordinem litterarum. Particulæ inter *h* & *p* juxta hanc directionem motum continuant, ceteræ inter *h* & *b* verſus *b* redeunt, ut in ſequentibus dicetur.

Perſe-

Perſeverant hæ in motu quo regrediuntur, donec ex actione elateris, cujus directio in puncto *e* mutatur, motus acquiſitus de novo deſtruatur; in quo caſu particula ut *b* ad quietem & priſtinum ſitum redit. In momento ſequenti particula *c* in ſitu priſtino quieſcit, *p* vero ad *q* accedit, ut in linea 2; & ſucceſſive, in momentis æqualibus, adipiſcitur unda omnes ſitus, qui hic in lineis 1. 2. 3. &c. 13. videntur; &
492. *dum unda* a ſitu in linea 1. ad ſitum in linea 13. pervenit, totam *percurrit latitudinem ſuam. Particula p* in hoc motu *it & redit*, hujuſque motus in hac figura ſenſibilis eſt, *&*, ut clare patet, particula hæc *ſucceſſive per omnes ſitus particularum in unda tranſit.* Singulæ particulæ ſucceſſi-
493. ve ſimili motu agitantur; & *diviſo tempore in tot partes, quot particulæ dantur in latitudine undæ, particula unaquæque datur in illo ſitu, in quo momento præcedenti fuit particula ſequens*, quæ per unum momentum tale diutius fuit agitata.

494. *Motus cujuſcunque particulæ*, ut *p*, *in itu & reditu ſuo analogus eſt cum motu penduli vibratorio, dum* duas peragit oſcillationes, id eſt, ſemel *it & redit.* Pendulum in oſcillatione deſcendit, motuſque acquiſitus cum gravitatis actione conſpirat & hac acceleratur, donec ad punctum arcus deſcribendi infimum, id eſt, medium viæ percurrendæ, pervenerit; pergit motu acquiſito qui actione gravitatis, cujus directio in hoc puncto mutatur, deſtruitur, dum corpus per alteram arcus deſcribendi partem adſcendit: corpus hoc iiſdem legibus redit. Particula *p* ex elaſticitate movetur, motuſque acceleratur ex elaſticitatis actione, donec ipſa ad ſitum particulæ *m* in linea 1. pervenerit (488), qui ſitus in linea 4. videtur, in qua particula *p* occupat punctum medium ſpatii itu & reditu percurrendi, ut ex ſta-

ſtatim demonſtrandis patebit. Motu acquiſito, licet elaſticitas contrarie agat (489), in motu perſeverat, donec illius actione totus motus ſit deſtructus, quod fit percurrendo ſpatium æquale illi in quo fuit generatus; datur tunc particula in ſitu, in quo videtur in linea 7., qui reſpondet cum ſitu particulæ *h* in linea 1. Ex elaſticitate tunc particula redit & acceleratur, donec ſitum particulæ *e* in linea 1. adepta ſit (489), ut in linea 10.; id eſt, donec iterum, ut in linea 4, verſetur in puncto medio viæ percurrendæ. In reditu ſuo continuat particula donec ex actione elateris, cujus directio iterum mutatur (490), totus motus deſtruatur; tuncque particula ad priſtinum ſitum ut in linea 13. redit, & ibi, cùm novâ actione non agitetur, quieſcit.
Idcirco *ceſſante motu corporis tremulo, quo aër agitatur, novæ undæ non generantur*, numeruſque undarum a numero agitationum illius corporis non differt. 495.

Si in pendulo poſt duas vibrationes gravitatis actio ceſſaret, ut in aëre, poſt itum & reditum particulæ, elaſticitatis actio in hanc particulam ceſſat, in omnibus motus particulæ aëreæ cum motu corporis penduli congrueret. In puncto medio arcus oſcillatione percurrendi nulla datur gravitatis actio, hujuſque directio mutatur; in puncto medio ſpatii a particula *p* itu & reditu percurrendi, in quo datur in linea 4. & 10.; congruit hujus particulæ ſitus cum ſitu particularum *m* & *e* in linea 1., in quibus punctis nulla elaſticitatis actio datur, & hujus directio mutatur (490). In pendulo quo magis corpus oſcillatum a puncto infimo aut medio arcus deſcribendi diſtat, eo magis vis gravitatis in illud agit; quo magis etiam particula *p* a puncto medio ſpatii percurrendi diſtat, eo major in illam eſt elaſticitatis actio, & in lineis 1. 7. & 13 maxime.

xime a puncto memorato diſtat particula, ſitusque hujus congruit cum punctis *b*, *b*, &. *p* in linea 1., in quibus elaſticitatis actio eſt omnium maxima (491).

Qua lege hæc elaſticitatis actio, cum auctâ a ſæpius memorato puncto medio diſtantiá, creſcat, determinatur ex lege ipſa elaſticitatis aëris, cujus particulæ ſeſe mutuo fugiunt cum vi quæ eſt inverſe ut diſtantia inter particularum centra (476): & demonſtrabo elaſticitatis actionem in particulam ut *p* ad inſtar diſtantiæ a puncto ſpatii percurrendi, mediò augeri aut minui;
496. & ideo *particulas ſingulas ire & redire juxta legem quam ſequitur corpus in cycloïde oſcyllatum* (178).

Quod ut pateat, conſiderandum, legem elaſticitatis determinare aëris motum, & vice verſa ex motu dato poſſe determinari legem elaſticitatis. Hac utar ſecundâ methódo, & ponendo, ſingulas particulas in itu & reditu agitari, vi quæ cum diſtantiâ a puncto medio ſpatii, itu & reditu percurſi, augetur & minuitur, demonſtrabo ad hoc requiri illam ipſam legem elaſticitatis, quam in aëre locum habere ante vidimus (476); unde conſtabit particulas aëreas revera moveri juxta legem corporis penduli in cycloide oſcillati.

T. 8. fig. 6. Detur circulus AFB, cujus circumferentia æqualis ſit latitudini undæ; ſit circulus minor, priori concentricus, GIOL, cujus diameter æqualis ſit ſpatio itu & reditu percurſo a particulis, quod cum exiguum ſit, circulus hic reſpectu alterius ſenſibilem non habet magnitudinem.

Ponamus circumferentiam circuli minoris repræſentare tempus, in quo unda latitudinem ſuam percurrit, id eſt tempus, in quo particula it & redit (492), ideoque bis lineam GO percur-

currit juxta legem corporis gravitate in cycloide moti: ſemicirculus ergo repræſentat tempus, in quo ſemel linea hæc percurritur.

Sit in majori circulo E F diſtantia inter centra duarum particularum vicinarum quieſcentium; ductis ex E & F lineis ad centrum, arcus I *i*, in minori circulo, repræſentabit momentum ex his, de quibus n. 493.; majorem enim circumferentiam latitudini undæ æqualem poſuimus.

Idcirco, ſi particula translata ſit per G H, ſequens particula quæ per momentum unum diutius fuit agitata, translata erit in itu per G *h* (179), ductis I H, *ih*, perpendicularibus ad G O; & differentia translationum erit H *h*: differentia autem translationum particularum vicinarum, eſt augmentum, aut diminutio, diſtantiæ inter has: in hoc caſu, in quo antecedens particula per minus ſpatium fuit translata, H *h*, aut I *m*, quam illi parallelam ponimus, eſt diminutio diſtantiæ, quæ ergo eſt E F minus I *m*.

Ratio quæ datur inter I *m* & E F eſt compoſita ex ratione I *m* ad I *i*, & I i ad E F. Prima ratio eſt quæ datur inter I H & I C; propter ſimilia rectangula triangula I *mi*, I H C. Secunda ratio eſt eadem quæ datur inter I C & C E, ut patet. Ratio ex his compoſita eſt I H ad E C aut A C.

Idcirco ſi ſemidiametro majoris circuli diſtantiam inter particulas ante agitationem deſignemus, H I repræſentabit diminutionem diſtantiæ, dum arcus G I tempus agitationis repræſentat (179): ſimili demonſtratione conſtat, in reditu particularum, H L repræſentare augmentum diſtantiæ, ſi arcus O L tempus reditus repræſentat, id eſt arcus G I O L tempus agitationis.

Si nunc concipiamus lineam P Q parallelam G O, & quæ in P circulum majorem tangat; & continuetur H I in R; erit H R æqualis A C, ſubtractâ H I reſtat I R, quæ diſtantiam particulæ cum vicina deſignat, poſito tempore agitationis G I; ſi foret hoc G I O L diſtantia inter particulas eſſet R L, & diſtantiæ in momentis quibuſcunque deſignantur lineis parallelis lineæ P C, ab una parte lineâ Q P & ad aliam ſemicirculo G I O in itu, & O L G in reditu, terminatis.

Differentia inter duas diſtantias vicinas eſt *im* aut *nl*, ſi I i, aut L *l*, ut ante deſignat momentum, de quo in n. 498, in quo caſu hæ lineolæ conſtantes ſunt: ſed cum ponamus particulas agitari, in itu & reditu, juxta legem corporis penduli gravitate in cycloide oſcillati, lineolæ ut *im* aut *nl*, ſi I *i* aut L *l* fuerint conſtantes, deſignant vim accelerantem motum, dum tempus agitationis deſignatur per G I, aut
497. G I O L (180); Ergo *vis accelerans, quæ in particulas ſingulas in motu, quem finximus, omnibus momentis agit, proportionalis eſt differentiæ inter diſtantias vicinas particularum*; ſi nempe vis hæc accelerans in eo cum gravitate conveniat, ut agat in particulam motam ut in quieſcentem ageret (152); quod obtinebit, ſi vis accelerans ab aëris elaſticitate pendeat, tunc enim cauſa movens cum ipſis particulis transfertur.

Ipſam autem hanc vim accelerantem revera in aëre locum habere demonſtramus. Vis, qua particulæ, quarum diſtantia deſignatur per I R, ſeſe mutuo repellunt, eſt ad vim qua a ſe invicem repelluntur particulæ, quarum diſtantia exprimitur per *ir*, ut $\frac{1}{RI}$ ad $\frac{1}{ri}$ (476); & harum virium differentia eſt vis, qua particu-

cula media agitatur, qua vis exprimitur per $\frac{1}{ri} - \frac{1}{RI} \infty \frac{RI - ri}{RI \times ri} \infty \frac{mi}{RI \times ri}$; dum vis, qua particulæ quieſcentes ſeſe mutuo fugiunt, quarum diſtantiam deſignat G Q, eſt $\frac{1}{GQ}$; id eſt ſunt vires hæ ut $\frac{mi}{RI \times ri}$ ad $\frac{1}{GQ}$, ſive ut $mi \times GQ$ ad $RI \times ri$, aut ad G Q q; quia circulus minor reſpectu majoris ſenſibilem magnitudinem non habet, quare Q G, R I, *ri*, pro æqualibus ſine errore ſenſili haberi poſſunt. Ultima ergo memorata ratio eſt quæ datur inter *mi* & G Q; dividendo nempe utramque quantitatem per G Q, quo ratio inter has non mutatur. Si ergo per G Q deſignemus vim, qua particulæ quieſcentes ſeſe mutuo fugiunt, *im*, id eſt differentia diſtantiarum vicinarum vim accelerantem exprimet, quæ eſt ipſa quæ requiritur, ut ſingulæ particulæ juxta legem corporis in cycloide oſcillati agitentur (497). Quod demonſtrandum erat.

Vis accelerans, quæ in aëris particulas agit, cum gravitate poteſt conferri, & celeritas undæ cum celeritate corporis cadentis.

Quando corpus in cycloide oſcillatum, hanc integram percurrit curvam, in punctis, a puncto medio viæ percurrendæ maximè remotis, toto ſuo premitur pondere (176); Idcirco ut cum gravitate conferamus vim accelerantem motum particulæ dum per G O it & redit, debemus cum pondere particulæ conferre vim quæ in hanc agit in G aut O, & hanc verſus C premit.

Lineæ ut I*i* & *im* in puncto G confunduntur; ideo poſitis A D & E F æqualibus, id eſt, poſitâ A D æquali diſtantiæ inter centra particularum quieſcentium, & ductâ D C ad centrum,

Gg, quæ æqualis eſt I*i*, exprimet vim quæ in G particulam verſus C premit, dum GQ vim exprimit; qua particulæ quieſcentes ſeſe mutuo repellunt.

T. 8. fig. 6.7. Ponamus Atæmoſphram, non mutatâ aëris quantitate, ubique ſupra locum, in quo unda movetur, eſſe ejuſdem denſitatis cum aëre in hoc loco, & ſit in hoc caſu altitudo Atmoſphæræ SV; ſit S*s*, æqualis AD, diſtantiæ inter centra duarum particularum vicinarum; S*s* eſt ad SV, ut unitas ad numerum particularum in *s*V; id eſt S*s* ad SV, ut pondus unius particulæ ad pondus quo particulæ S, *s*, ad ſe mutuo pelluntur, quod pondus valet vim qua elaſticitate particulæ hæ a ſe mutuo recedere conantur (148.).

Pondus autem unius particulæ eſt ad vim in G, de qua ſtatim locuti ſumus, in ratione compoſita, ponderis unius particulæ ad vim elaſticam aëris quieſcentis; & hujus vis elaſticæ ad vim in G, id eſt in ratione compoſita S*s* ad *s*V aut SV, & QG ad G*g*. Ultima hæc ratio componitur ex ratione QG, aut AC, ad GC, & GC ad G*g* quæ eadem eſt cum ratione AC ad AD aut S*s*. Idcirco ratio compoſita ex rationibus S*s* ad SV, & QG ad G*g*, etiam componitur ex rationibus, S*s* ad SV, AC ad GC, & AC ad S*s*; quæ eſt ratio S*s* × AC × AC ad SV × GC × S*s*, aut AC*q* ad SV × GC; ſunt ergo in hac ratione, vis gravitatis cum vi qua particulæ in motu undulatorio agitantur, & qua vi ſi pendulum longitudinis CG loco gravitatis agitaretur, duas perageret vibrationes in tempore, in quo unda latitudinem ſuam percurrit, in hoc enim tempore particula it & redit (492).

Ergo ſi aliud detur pendulum vi gravitatis agitatum & longitudinis SV, quadratum tem-

po-

poris in quo hoc duas peragit vibrationes, eſt ad quadratum temporis in quo unda latitudinem ſuam percurrit, in ratione compoſita directæ SV ad GC, & inverſæ AC *q* ad SV × GC (194). ex quibus componitur ratio SV *q* ad AC *q*. Id circo ipſa tempora ſunt ut SV ad AC. Tempus autem, in quo pendulum, cujus longitudo eſt SV, duas peragit vibrationes, eſt æquale tempori, in quo corpus celeritate cadendo a ſemialtitudine SV acquiſitâ poteſt percurrere circumferentiam circuli, cujus ſemidiameter eſt SV (181. 177.) quod tempus cum ſit ad tempus, in quo unda latitudinem ſuam, id eſt circumferentiam circuli, cujus ſemidiameter AC percurrit, ut SV eſt ad AC, in qua ratione ſunt ipſæ circumferentiæ, ſpatia percurſa ſunt ut tempora; ideo velocitates æquales (53).

Idcirco *undæ velocitas æqualis eſt illi, quam cor* 498.
pus acquirit cadendo a ſemialtitudine, quam Atmoſphæra haberet, ſi manente aëris quantitate, ubique illam haberet denſitatem, quam habet in loco, in quo unda movetur.

Hæc demonſtratio locum habet quæcunque fuerit undæ latitudo, & ſive per majus aut minus ſpatium particulæ in itu & reditu excurrant; unde conſtat *Undas omnes æquali celeritate* 499.
moveri.

Locum hoc habebit quamdiu altitudo Atmoſphæræ, poſitâ hac ubique ejuſdem denſitate, non mutatur mutâta autem hac, celeritas undarum mutatur; & *ſequuntur quadrata celeritatum ratio-* 500.
nem altitudinum (498. 155.). Mutatur autem ſæpe altitudo hæc; nam *manente elaſticitate aëris denſi-* 501.
tas ſæpe variat; & mutari poteſt elaſticitas denſitate manente; tandem ambæ ſimul mutationi ſæpiſſime obnoxiæ ſunt.

In primo caſu, poſitâ ſemper Atmoſphærâ ubique ejuſdem denſitatis, altitudo mutatur, quanti-

titas verò aëris comprimentis non variat; quia hujus pondus æquale eſt elaſticitati, & eſt altitudo ut ſpatium ab aëre occupatum, ideo inverſè ut denſitas; quare *in undis harum celeritatum quadrata ſunt inverſe ut denſitates.* (500).

502. *Quando denſitas manet, ſed mutatur elaſticitas*, altitudo Atmoſphæræ mutatur ut pondus comprimens, id eſt ut elaſticitas (148). Ergo *quadrata celeritatum undarum ſunt ut elaſticitatis gradus* (500).

503. *Si & elaſticitas & denſitas differant, quadrata velocitatum undarum erunt in ratione compoſita directa elaſticitatis* (502), *& inverſa denſitatis* (501).

504. *Si denſitas & elaſticitas creſcant aut minuantur in eadem ratione*, inverſa ratio denſitatis directam elaſticitatis deſtruet, & *non mutabitur undarum celeritas.*

Ultimus hic caſus exſtat in aëris compreſſione (424) ex aëre adfluente, quo etiam, ſi de cetero maneat aëris conſtitutio, altitudo Atmoſphæræ poſita hac ubique ejuſdem denſitatis non mutatur, nam pro ratione ponderis ſuperadditi in minus
505. ſpatium redigitur. Idcirco *ex mutata altitudine columnæ mercurii quæ ex Atmoſphæræ preſſione in tubo aëre vacuo ſuſtinetur* (466), quod pondus, quo aër in terræ viciniis comprimitur, mutatum indicat, *non debemus undarum celeritatem mutatam*
506. *dijudicare.* Ex eadem ratione *undæ æquali celeritate in apice montis & in valle moventur*; niſi etiam ex alia cauſa mutatio in elaſticitate, ex frigore (478) nempe, in apice montis fere ſemper magis intenſo, detur; ex quo undæ lentius moventur (502.)

507. *Undas æſtate celerius quam hieme moveri* etiam patet.

Altitudo Atmoſphæræ poſita hac ubique ejuſdem denſitatis detegitur, ſi menſuretur altitudo co-

TAB. VIII.

Fig. 5.

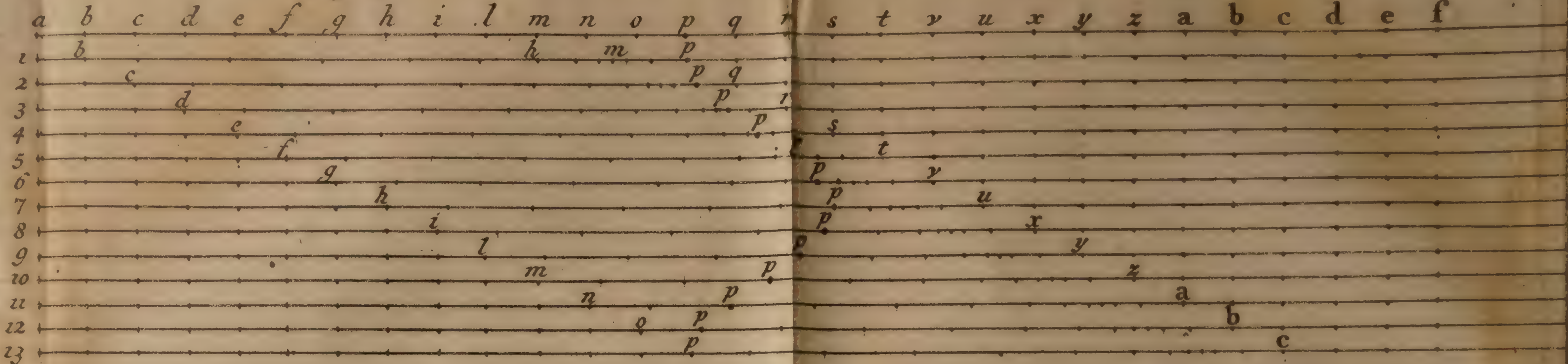




Fig. 7

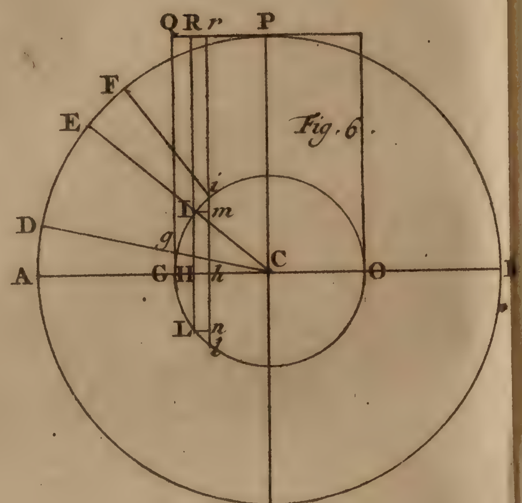


Fig. 6.

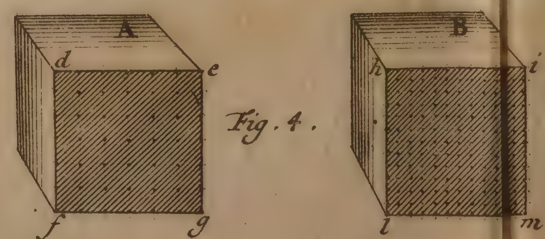


Fig. 4.

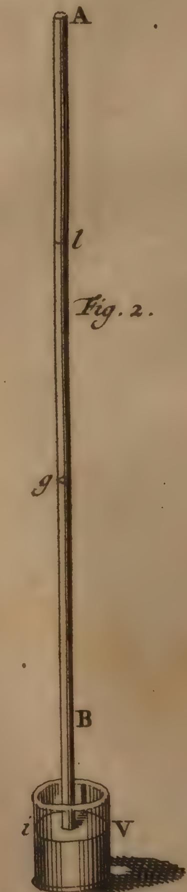


Fig. 2.

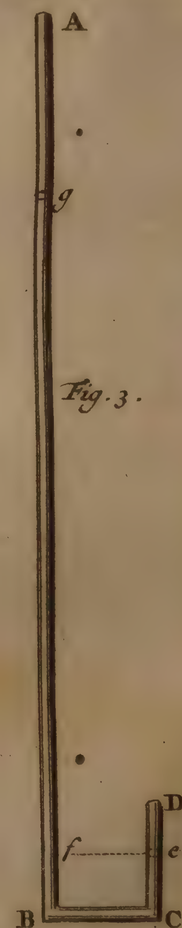


Fig. 3.

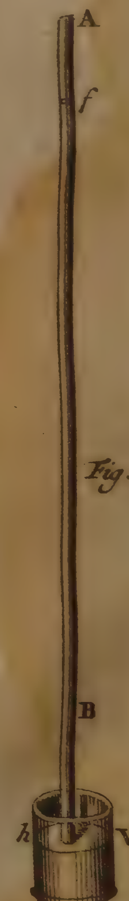


Fig. 1.

columnæ Mercurii, quæ in tubo aëre vacuo cum preſſione Atmoſphæræ æquiponderat (166), & comparando aëris denſitatem cum denſitate mercurii, quod ponderando aëre fieri poteſt. Detectâ verò Atmoſphæræ altitudine, celeritas, quam corpus a dimidia hac altitudine cadendo acquirit, per experimenta pendulorum determinatur (182. 184).

Aëris motus, de quo in hac computatione agitur, ex ſola elaſticitate oritur, & exacta eſſet computatio, ſi particulæ ipſæ ad interſtitia inter has ſenſibilem rationem non haberent, ſi vero ponamus dari hìc rationem ſenſibilem, velocior erit undarum motus; propagatur enim per corpora ſolida in inſtanti, quod etiam referri debet ad corpuſcula heterogenea in aëre natantia. Inde tamen nullo modo labefactantur demonſtrationes præcedentes, in quibus proportio celeritatum detegitur.

Conſideravimus particulas aëreas quaſi eſſent 508.
puncta, *celeritates, quæ in hac hypotheſi deteguntur, augendæ ſunt pro ratione quam habet materia ad* interſtitia, *ad detegendas veras velocitates.*

Undarum in aëre motus ſonum producit; de quo 509.
antequam agamus, pauca de ſenſationibus in genere præmittenda ſunt.

Adeo arctum eſt mentis & corporis vincu- 510.
lum, ut quidam motus in hoc cum certis in illâ ideis quaſi cohæreant, & ſeparari nequeant. Ex corporis motu omnibus momentis ideæ novæ in mente excitantur, taleſque ſunt rerum omnium ſenſibilium ideæ; nihil tamen commune inter motum in corpore & ideam in mente percipimus. Nexus qui hic datur perſpicientiam noſtram fugit, neque ullum poſſibilem eſſe videmus. Innumera in rerum univerſitate latent, quæ ne quidem ideis attingimus.

Aëris motus undulatorius agitat tympanum

auris, quo aëri, hoc organo contento, motus communicatur, qui in nervum auditorium translatus ſoni ideam in mente excitat.

Auris ſtructura mirabilis eſt, & interna, &
512. externa; ſed de motu aëris agimus: *hunc eſſe vehiculum ſoni* Experimento probatur. (*Exp.*).

Ex eo ſolo quod aër ſit vehiculum ſoni, & quod ſine aëris translatione ſonus per illum mo-
513. veatur, clare ſequitur *in ſono motum aëris undulatorium dari & ſonum ex motu corporum tremulo oriri.* Hoc etiam extra omne dubium eſt, in chordis aut nervis tenſis, ex quibus agitatione tremula ſonus elicitur. In campanis majoribus & in multis aliis corporibus motus hicce tremulus admodum ſenſibilis eſt; in campana vitrea ſonum edente, viſibilis fieri poteſt. (*Exp.*).
514. Non tamen *ſonus pendet a motu tremulo* viſibili, ſed a motu alio tremulo, *quo* in motu memorato *particulæ minores afficiuntur.* (Exp.),
515. Ex his deducimus *corpus percuſſum per aliquod tempus poſt ictum ſonum edere*; fibra agitata per aliquod tempus ex elaſticitate vibrationes con-
516. tinuat (311) *ſonum* etiam *ceſſare ceſſante motu tremulo* (495).

Sæpiſſime videmus, corpus ſonum edere, licet aër ab eo agitatus nullam cum aëre exte-
517. riori communicationem habeat; ex quo ſequitur *aëris agitatione fibras, ex quibus corpora conſtant, moveri; qui motus in aërem exteriorem transfertur.*

Hæc ſoni translatio ex fibrarum motu tremulo maxime notabilis eſt (*Exp.*).
518. *Celeritas ſoni eadem eſt cum celeritate undarum, quæ aurem percutiunt*, & quæ de harum celeritate dicta ſunt (498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508) huc referri debent. Circa n. 498. notandum ſoni celeritatem computatione minime poſſe determinari (508); ignota enim eſt

eſt proportio inter diametros particularum & interſtitia inter has; ut & quantum ſpatium particulæ heterogeneæ in aëre occupant non conſtat. Immediate Experimento detegitur ſoni celeritas.

519. Nocte accendatur ignis cum ſtrepitu conjunctus, ad quamcunque, ab hoc igne, antea menſuratam diſtantiam detur ſpectator, qui breviori pendulo menſuret tempus inter lumen viſum & ſonum auditum, quo datur ſoni celeritas; luminis enim motus, ſaltem in ſpatio in quo hoc Experimentum inſtitui poteſt, eſt momentaneus.

520. Tali Experimento in Gallia enotuit, ſonum percurrere pedes Gallicos mille & octoginta in ſpatio temporis unius minuti ſecundi; ſed non conſtans eſt hæc celeritas (507).

521. Si eodem tempore, in quo hac methodo determinatur ſoni velocitas, detegatur ſpatium percurſum ex elaſticitate, dabitur ſoni acceleratio ex craſſitie particularum & materia heterogenea.

522. *Soni celeritas eſt æquabilis* (496); *in majori nihilominus ſpatio aliquando acceleratur aut retardatur* (502), ex diverſo elaſticitatis gradu in variis locis, in quibus gradus caloris aut frigoris diverſus datur (478).

523. *Soni celeritas non ſenſibiliter variat ex vento cum illius motu conſpirante, aut in contrarium flante.* Vento certa aëris quantitas de loco in locum transfertur, acceleratur ſonus, quamdiu per illam aëris partem movetur, ſi ſoni directio cum venti directione eadem fuerit; cum autem ſonus celerrime moveatur, in tempore breviſſimo percurrit aërem a vento agitatum, & non diu acceleratio durat, quæ de cetero non admodum eſt magna; venti enim violentiſſimi, quo arbores eradicantur & ædificia ſubvertuntur, celeritas ſe habet ad ſoni velocitatem, circiter ut unum ad triginta tria. Eodem argumento non

ſenſibilem ex vento dari in ſoni motu retardationem probatur.

524. Spatium a particulis itu & reditu percurſum a vento augeri aut minui poteſt; idcirco *ad majorem diſtantiam ſonus auditur pro venti directione.*

Intenſitas ſoni pendet ab ictibus aëris in nervum auditorium, & ſunt hi ut vires particulis percutientibus inſitæ. Vires hæ ſunt ut numeri particularum eodem tempore in tympanum incurrentium, & ut quadrata celeritatum, quibus incurrunt (248).

Particularum eodem tempore incurrentium numerus ſequitur proportionem denſitatis aëris, velocitatis undæ, & numeri ictuum eodem tempore aurem aficientium. Quadratum celeritatis, qua ſingulæ particulæ moventur, ſequitur rationem quadrati velocitatis undæ (nam quo citius hæc movetur eo celerius particula it & redit, & rationem quadrati ſpatii itu & reditu percurſi, & tandem rationem quadrati numeri ictuum eodem tempore in aurem agentium. Ratio ex hiſce omnibus compoſita eſt ratio denſitatis, cubi velocitatis undæ, quadrati ſpatii itu & reditu percurſi, ut & cubi numeri undarum certo tempore; duæ primæ rationes reducuntur ad rationem directam radicis quadratæ cubi elaſticitatis, & rationem inverſam radicis quadratæ denſitatis (503); elaſticitas autem eſt ut pondus quo gravatur aër (148), quod æquale eſt ponderi columnæ mercurii, de qua in n. 466.

525. egimus. Generaliter ergo *eſt ſoni intenſitas directè ut radix quadrata cubi ponderis aërem comprimentis, ut quadratum ſpatii itu & reditu a particulis percurſi, ut cubus agitationum certo tempore; & inverſe ut radix quadrata denſitatis.*

Ceteris manentibus, ſi pondus quo comprimitur aër mutetur, denſitas in eadem ratione cum pondere mutatur, & augetur ſoni intenſi-

ſitas in ratione radicis quadratæ cubi ponderis, & minuitur ut ipſa radix quadrata ponderis. Ergo *ceteris paribus eſt ſoni intenſitas ut pondus quo aër gravatur*; id eſt, creſcit & minuitur hæc intenſitas, ut columna mercurii, quæ cum Atmoſphæræ pondere eſt in æquilibrio. *Exp.* 526.

Si cetera maneant, elaſticitas autem augeatur, 527. in eadem ratione cum aucta elaſticitate minuitur denſitas (474), & *ſoni intenſitas augetur ut radix quadra elaſticitatis* (525). Ideo *æſtate* ceteris- 528. paribus *major eſt ſoni intenſitas quam hieme.* (*Exp.*).

Datur etiam differentia in ſono ex numero vibrationum fibrarum corporis ſonum edentis, id eſt, ex numero undarum certo tempore in aëre productarum; pro diverſo enim numero percuſſionum in aure ſenſatio diverſa in mente datur.

Ab hoc vibrationum numero pendet tonus muſi- 529. *cus, qui eo magis acutus dicitur, quo magis crebri ſunt recurſus in aëre; eo vero gravior, quo minor eſt undarum numerus;*

Gradus acuminis diverſorum tonorum ſunt inter 530. *ſe ut undarum numeri, quæ eodem tempore in aëre dantur.*

Tonus ab intenſitate ſoni non pendet, & chorda a- 531. *gitata eundem edit tonum, ſive per majus, ſive per minus, ſpatium eat & redeat* (312).

Conſonantiæ oriuntur ex convenientia inter varios 532. *motus in aëre, qui eodem tempore nervum auditorium afficiunt.*

Si duo corpora tremula temporibus æqualibus vi- 533. *brationes peragant*, nulla inter tonos datur differentia, & *conſonantia* hæc, omnium perfectiſſima, *Uniſonus dicitur.*

Si vibrationes fuerint ut unum ad duo, conſonan- 534. *tia vocatur Octava aut Diapaſon.*

Poſitis vibrationibus ut duo ad tria, id eſt, ſi 535. unius corporis vibratio ſecunda cum tertia alte-

rius ſemper concurrat, *conſonantia dicitur Quinta aut Diapente.*

536. *Vibrationes, quæ ſunt ut tria ad quatuor, dant conſonantiam, quæ vocatur Quarta aut Diateſſaron.*

537. *Ditonus nominatur, ſi aëris recurſus fuerint ut quatuor ad quinque.*

538. *Et Seſquiditonus dicitur conſonantia ex concurſu quintæ vibrationis unius corporis cum ſexta alterius.*

Conſonantiæ ex agitatione chordarum, ſi hæ fuerint ejuſdem generis, ex notis harum dimenſionibus ut & tenſione facile determinantur, minimarum enim partium agitationes ab integrarum chordarum agitationibus pendent.

539. *Ceteris paribus, ſi duarum chordarum longitudines fuerint ut numeri recurſuum in conſonantia, datur hæc inter tonos quos chordæ edunt* (314).

540. *Idem obtinet, ſi ceteris paribus diametri prædictam proportionem habent* (315).

541. *Etiam ſi ceteris paribus proportio vibrationum in conſonantia detur inter radices quadratas tenſionum* (313)

542. Et *generaliter, poſitis chordis ejuſdem generis quibuscunque, ſi ratio compoſita ex directa longitudinum, & diametrorum, & inverſa radicum quadratarum tenſionum, ſit ratio inter numeros vibrationum eodem tempore peractarum in conſonantia quacunque, datur hæc ex agitatione chordarum* (316.).

Hæc omnia a Muſicis fuere Experimentis confirmata. Notarunt hi circa haſce chordas Phænomenon admodum notabile, cujus caſus varii digni ſunt qui explicentur.

543. *Dentur chordæ quæcunque tenſæ, vibrationes ſuas æqualibus temporibus peragentes; agitetur una, movebitur & altera.* Singulæ aëris undæ ex illius chordæ motu tremulo impingunt in hanc, motum

tumque minimum huic communicant ex motu quantumvis exiguo variis vicibus it & redit chorda (311), moveturque ex prioris undæ ictu, dum ſecunda accedit, cujus motus cum chordæ motu conſpirat (312), & hunc accelerat. Quæ de ſecunda unda dicuntur etiam ad ſequentes referri debent, & acceleratio dabitur, donec ambarum chordarum motus fuerint fere æquales.

Ex eadem demonſtratione ſequitur *chordam agitatam motum communicare alteri, quæ duas aut tres peragit vibrationes, dum prior ſemel vibratur.* 544.

Si autem chorda agitata varias peragit vibrationes, dum chorda ex aëre movenda unicam peragere poteſt, ex præcedenti demonſtratione ſequetur motum peculiarem huic communicatum iri. Qui ut detegatur, notandum durationem vibrationis & chordæ longitudinem reciprocari, ita ut ceteris manentibus determinata longitudo ab immutata duratione vibrationis ſeparari neutiquam poſſit. Si ergo chorda quæcumque variis ictibus percutiatur, quibus huic motus communicatur, & ictus magis crebri ſint, quam qui longitudini chordæ conveniunt, hujus pars, cujus longitudo tempori communicatæ vibrationis competit, tantum agitabitur, & motus quaſi undulatorius chordæ communicabitur; & longitudo undarum in chorda pendebit a duratione vibrationis communicatæ, id eſt, a tempore inter ictus.

Dentur duæ chordæ, quarum una bis vibratur, dum altera ſemel, & illa agitetur, duratio vibrationum, quæ ex aëris motu alii chordæ communicantur, completit chordæ ſemilongitudinis hujus (314), & talis eſt longitudo undarum in hac ipſa. Idcirco *ex motu communicato dividitur chorda in duas partes æquales, punctumque medium* 545.

quie-

quieſcit. Experimento hoc confirmatur jungendo chartæ fruſtum chordæ, cui motus communicatur, quod ſi in puncto medio ponatur, quieſcit, in omni alio loco motu tremulo afficitur.

546 *Si chorda agitata, ut ex hujus motu altera moveatur, tres peragat vibrationes, dum chorda movenda ſemel vibratur, ex motu communicato dividetur hæc in tres partes, & duo dabuntur puncta quietis*, quod eodem modo Experimento confirmatur. Alii caſus motus communicati, qui a Muſicis obſervantur, facile ex prædictis deducuntur.

547. Quæ de reflexione & inflexione undarum in aqua dicta ſunt (450. 452. 453. 454.), ad harum reflexionem in aëre referri poſſunt, elaſticitate in hoc caſu eundem fere effectum cum preſſione aquæ elevatæ in illo exerente.

548. *Ex ſoni reflexione ſæpiſſime oritur ſoni repetitio, quæ Echo vocatur.* Si ejuſdem undæ, per ſphæram ſeſe expandentis (484), partes variæ in varias ſuperficies impingant, ita ut reflexæ concurrant, fortior ibi eſt aëris motus, & ſonus

549. auditur. *Variis vicibus ſæpe idem ſonus repetitur*, ex variis ejuſdem undæ partibus ad varias diſtantias reflexis, & quarum quædam ſucceſſive in eodem loco concurrunt. Talis repetitio etiam aliquando datur ex repetita reflexione.

550. *In tubo per reflexionem augetur ſonus :* figura omnium perfectiſſima, quæ tali tubo dari poteſt, eſt parabolæ, circa lineam axi ad diſtantiam quartæ partis pollicis parallelam, rotantis. Si enim quis in tali tubo loquatur, ponendo os in axe machinæ & in foco parabolæ, undæ ita reflectuntur ut ſingulæ harum partes motum axi machinæ parallelum acquirant, quo undæ vis & etiam ſonus multum augetur. Tubi extremitas, per quam ſonus exit, ad formam labiorum inflectitur. (*Exp.*).

LIBRI SECUNDI FINIS.

PHY-

PHYLOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.

LIBER III.

Pars I. De Igne.

CAPUT I.

De Ignis proprietatibus in genere.

VArias Ignis proprietates novimus, mûlta tamen circa hunc nos latent.

Hypotheſes non fingam, ex Experimentis ratiocinaturus ſum & quod nondum pleniſſime notum eſt intactum relinquam.

Ignis omnia corpora quantumvis denſa, & dura, 551.
facillime penetrat. Nullum enim novimus corpus
quod, admoto igne, non in omnibus punctis
calefiat.

Ignis celerrime movetur, conſtat hoc ex corpo- 552.
ribus igne violentiſſimè agitatis.

Ignis ſeſe corporibus jungit; nam quando igni 553.
admoventur, ut jam dictum, incaleſcunt; *in* 554.
hoc etiam *caſu expanduntur:* Quæ expanſio etiam
obſervatur in corporibus, cujus partes non co-
hærent, in quo caſu *elaſticitatem*, *ſæpe perquam*
magnam, *acquirunt*, ut illud obſervatur in aëre 555.
& vaporibus.

Ex

556. Ex hac expanſione etiam deducimus *corpora omnia ignem continere*: quia nullum fere novimus, quod non poſſit coarctari remoto pro parte igne contento.

557. *Attrahitur* enim *ignis a corporibus ad certam diſtantiam*; ut in parte ſequenti patebit (607)

Quibus in genere expoſitis pleraque peculiarius ſunt examinanda.

CAPUT II.

Ignem corporibus adhærere & in hiſce contineri, ubi de electricitate.

IGnem omnibus corporibus contineri diximus, quod etiam ex eo ſequi videtur, quod nulla dentur corpora, quæ ex attritu non calefiant (556); ignemque arcte cum corporum partibus cohærere in fumo & vaporibus patet; conſtant enim fumus & vapor ex partibus a corporibus ſeparatis, & ab igne cum illis conjuncto agitatis, ſæpe violentiſſime.

Varia de cætero dantur notabilia phænomena ex igne corporibus contento oriunda, quorum quædam hic ſunt memoranda: inter hæc dantur, quæ cum electricitate connexionem notabilem habent, qua de cauſa de his ipſis electricitatis phænomenis agendum etiam erit.

DEFINITIO.

558. Electricitas *eſt hæc corporum proprietas qua, ſi attritu calefiant, trahunt, & repellunt, corpora leviora ad diſtantiam ſenſibilem.*

559. Dentur duo fruſta cryſtalli montanæ, agitentur hæc juxta ſe mutuo, ſtatim, lucida in totum fiunt, licet ex attritu calorem ſenſibilem non acquirant. Lumen æque ac calor ignem dari indicat; lumen autem majus datur in pun-

punctis, in quibus ambo fruſta ſeſe mutuo tangunt. (*Exp.*).

Tubus vitreus longitudinis circiter quindecim aut octodecim pollicum & diametri unius pollicis, ſi linteo aut panno quocunque in loco obſcuro atteratur, lumen emittit. (*Exp.*). 560.

Idem hicce tubus attritu calefactus electricitatem ſenſibilem admodum habet; ſi enim corpora levia, ut fruſta folii aurei tenuiſſimi, & fuligo, plano imponantur, & admoveatur tubus, agitantur hæc corpora; a tubo attrahuntur & repelluntur variiſque motibus afficiuntur. Et exerit tubus hunc ſuum effectum ad varias diſtantias pro varia aëris conſtitutione, aliquando ad diſtantiam unius pedis; vapores in aëre effectum minuunt. (*Exp.*) 561.

Circa hoc experimentum notatu dignum, & explicatu difficillimum, eſt quod ſpectat directionem attritus; manu extremitas tubi tenetur, dum manu altera atteritur, quod ſi fiat recedendo a manu tenente, effectus ſenſibilis non eſt; contrarium obſervatur, ſi attritus ab extremitate tubi libera dirigatur verſus illam quæ manu tenetur. Hæcque indiſcriminatím obtinent, quando cum tubo ab una parte clauſo ab altera aperto experimentum inſtituitur, ſive tubi extremitas clauſa, ſive altera extremitas manu teneatur. Circa quod tamen obſervandum non omne vitrum æqualem habere electricitatem, ſi hæc validior ſit, quod notavimus de directione attritus locum non habet, ideo in vitro anglicano non obſervatur, niſi aliquando illis diebus, in quibus, propter aëris conſtitutionem, languida eſt electricitas. 562.

Globus vitreus aëre vacuus, diametri circiter octo aut novem pollicum, ſi celerrime in loco obſcuro circumrotetur, dum manu globo applicata attritus datur, totus quaſi lucidus 563.
fit

fit ab interiori parte, lumenque majus eſt in locis, in quibus manus vitrum tangit. (*Exp.*).

564. Si autem globus aërem contineat, & eodem modo agitetur, & manus applicetur, nullum in interiori aut exteriori globi ſuperficie lumen apparet; corpora vero ad exiguam a globo diſtantiam, ex. gr. quartæ partis unius pollicis, aut minorem, lucida fiunt, ſicque ſolæ partes manus applicatæ, quæ terminant aut potius circumdant partes immediate tangentes globum, lucidæ ſunt. (*Exp.*),

565. Globus hic idem agitatus & attritu calefactus ſenſibilem & externe & interne electricitatem exerit. Ut patet filis, quæ ſolâ electricitate verſus partem ſuperficiei calefactam diriguntur. (*Exp.*)

566. Extracto aëre, Elaſticitas nulla, neque interna, neque externa, obſervatur. (*Exp.*)

Si ad omnia præcedentia attendamus experimenta, ſequentes concluſiones ex illis deduci poſſe videntur, quas non ut certas tradimus, ſed ut valde probabiles; certum a probabili rite ſemper diſtinguendum.

567. *Vitrum in ſe continere, hujuſque ſuperficiem circumdari atmoſphærâ quadam, quæ attritu excitatur* (561. 565.), *& motu vibratorio agitatur*; trahit enim & repellit corpora levia (561.): partes minimæ vitri ex attritu agitantur, &, propter harum elaſticitatem, motus hicce eſt vibratorius, qui atmoſphæræ memoratæ communicatur; ideoque atmoſphæra eo ad majorem diſtantiam actionem exerit, quo ex majori attritu partes vitri magis agitantur.

568. *Ignis vitro contentus ex actione hujus atmoſphæræ expellitur*, ſaltem cum hac atmoſphærâ movetur; dum enim corpora levia ad diſtantiam a vitro agitantur, corpora etiam ad diſtantiam lucida fiunt (565. 564.)

569. *Atmoſphæram, & ignem, facilius moveri in vacuo* eti-

etiam patet: ſi enim globo aër extrahatur, nullum lumen, neque electricitatis actio ab exteriori parte obſervari poſſunt (563. 566.), pars vero globi interior maxime lucida apparet, ignisque majori copia in hoc experimento quam in ſtatim memorato (564) ſenſibilis eſt.

Electricitatis autem actio extracto aëre etiam ab interiori parte ceſſat (566.), quo everti videtur quod de faciliori motu atmoſphæræ in vacuo dictum. Minime tamen probabile eſt atmoſphæram ſæpius memoratam in hoc caſu nullibi moveri. Videtur e contra illam eandem cum igne viam ſequi & verſus illam partem moveri, ad quam minor datur reſiſtentia; & ceſſationem actionis electricitatis tribuendam eſſe ipſi privationi aëris, quo mediante *ab atmoſphæra fila moventur*; eodem modo, ut in ſequenti- 570.
bus videbimus (602. 603.), ac ignis, qui liberrime omnia corpora penetrat, *mediante aëre* aut vapore violenter in illa agit.

Miſſis conjecturis, nixis licet multis experimentis, ad cætera, quæ ignem ſpectant, redeamus.

Si in loco aëre vacuo globus vitreus agite- 571.
tur ita, ut ex attritu incaleſcat, globus lucet (*Exp.*), unde ſequitur *Ignem vitro contentum ut appareat aëre non indigere*, incaleſcit enim & lucet ſublato aëre & interno & externo.

Innumeris aliis experimentis, attritu in vacuo lumen dari, conſtat.

Mercurium ignem continere experimentis in 572.
vacuo inſtitutis patet. Si enim mercurius probe depurgatus in vitro aëre vacuo agitetur lucidus apparet. (*Exp*).

Notiſſima datur chemica præparatio ex urina, 573.
Phoſphorus Urinæ dicta, in aqua ſervatur; ſi ex illo ſtilus formetur & litteræ ſuper charta ſcribantur, in loco obſcuro, igneæ apparebunt. Phoſphorus ipſe aquâ extractus ſtatim incaleſcit

ſcit & fumum emittit; quæ omnia ignem magnâ copiâ Phoſphoro contineri probant. (*Exp.*)

574. In hoc Experimento *ſenſibilem obſervamus aquæ actionem in ignem Phoſphoro contentum*; *illa* enim *hunc retinet* ita, ut minimè ex Phoſphoro, quamdiu aquâ circumdatur, exire poſſit; ſublatâ autem aquâ calor & fumus ſtatim indicant ignem a Phoſphoro recedentem.

575. *Aër* etiam *ignem aquâ calidâ contentum quodammodo in hac retinet*, id eſt cohibet ne eadem celeritate ac in vacuo exeat. (*Exp.*).

576. Quid ſimile obſervamus reſpectu ligni lucidi; lignum enim datur, quod in terra putrefactum, ſi terrâ extrahatur, lucet; terra quæ lignum circumdat retinet ignem, ſublatâ hac, ignis exit & per aliquot dies lucidum manet. In vacuo cito perit lumen & admiſſo aëre non inſtauratur.

Quomodo autem ignis in corpore retineatur a corporibus circumdantibus & cuinam actioni effectus hic tribuendus ſit, non facile determinari poterit; minimè probabile eſt preſſionem hìc eſſe conſiderandam, cum ignis omnia corpora ſubtilitate ſua facile penetret.

CAPUT III.

De Motu Ignis, ubi de Calore & Lumine.

IGnem celerrime moveri diximus (552), motus hicce pro variis circumſtantiis diverſos edit effectus pro diverſitate particularum igne agitatarum. Calor etiam eſt hujus motus effectus.

577. *Calor in corpore calido eſt agitatio partium corporis & ignis in hoc contenti*, qua agitatione motus in corpore noſtro datur, qui ideam caloris in mente noſtra excitat;

Ca-

Calor noſtri reſpectu nihil eſt præter illam ideam, & in corpore calido nil datur præter motum ex ignis actione. 578.

Hic in memoriam revocare debemus, quæ n. 510. de ſenſationibus in genere dicta ſunt, quæ etiam ad lumen referri debent.

Quando ignis per lineas rectas oculos noſtros intrat, ex motu quem fibris in fundo oculi communicat, ideam luminis excitat; de quo fibrarum motu in ſequentibus peculiarius erit agendum (710.) 579.

Motum per lineas rectas in lumine dari ex obſtaculo, quo lumen intercipitur, facile probatur. Contra autem talem motum *in calore non requiri, motumque irregularem magis aptum eſſe* ex eo probatur, quod radii ſolares directe a Sole ad apicem montis pervenientes, ſenſibilem quantum ad calorem non edant effectum: dum in valle in quo motu irregulari variis reflexionibus agitantur radii, calor ſæpe detur maxime intenſus. 580.

DEFINITIO.

Corpus *vocatur* lucidum, *quod lumen emittit*, id eſt, ignem per lineas rectas agitat. 581.

Lumen non ubique dari ubi datur ignis, extra omne dubium eſt; corpora calida non ſemper lucere, quotidie videmus; in lumine motus per lineas rectas requiritur, ubi talis motus abeſt, lumen etiam deeſt. 582.

An autem *corpus detur lucidum ſine calore* quæritur. Calor in corporibus eſt motus qui in infinitum minui poteſt; & motus ille dari poteſt, licet nobis non ſit ſenſibilis, de quo calore ſæpe nihil inveſtigare poſſumus; Verum enim vero certiſſime conſtat multa dari corpora lucida ſine calore nobis ſenſibili (572). Circa quod notandum, nullum dari calorem nobis ſenſibilem, niſi corpus quod in organa noſtra agit habeat calorem ſuperantem calorem ipſorum 583.

ium organorum. Unde videmus judicium circa colorem, quod ſenſibus fertur, omnino eſſe incertum, queſtionemque ſenſibus terminandam non eſſe. Datur tamen vulgaris obſervatio, quæ indicare videtur, lumen a calore ſeparari non poſſe; Corpora enim radiis ſolaribus illuſtrata, eo citius calorem acquirunt, quo pro colore lumen minori copia repercutiunt, ita ut cum lumine repercutiatur illud quod calorem excitare in corpore poteſt.

Quando partes minimæ, ex quibus corpus quodcunque conſtat, attritu, aut actione ignis extranei, aut alio quocunque modo agitantur, ignis ab his ſeparatur & in corpore agitatur, tuncque ignis & particulæ corporis attractione in ſe mutuo agunt, ut illud, experimentis in ſequentibus memorandis (607.), probatur. Qua actione particulæ quædam a corpore ſeparantur & motu ignis a corpore auferuntur. Hæc
584. autem eſt cauſa quare *corpora duriora violento attritu ſæpe comburantur.*

585. Deducimus ex hiſce, *combuſtionem corporum eſſe partium ſeparationem ex actione mutua in ſe in-*
586. *vicem partium corporis & ignis*; harum *partium quædam motu ignis ablatæ flammam, & fumum, formant.*

Videmus ulterius, corpus, quod admoto igne comburitur, non modo diſſolvi ex actione ignis extranei, ſed etiam ex actione ignis in ipſo corpore contenti; caloremque augeri & ex novo igne accedente, & ex aucta agitatione ignis,
587. quem corpus ipſum continet, & ita *calorem non ſequi proportionem quantitatis ignis.*

Circa motum luminis conſtat, ut diximus (581.), hoc moveri per lineas rectas; ſed utrum ſit ſucceſſivus, an momentaneus luminis motus, diſputatur; id eſt, utrum eodem quo corpus lucere inchoat momento, lumen ad diſtan-

tiam

tiam quamcunque ſenſibile ſit, an vero ſucceſſive lumen ad loca magis ac magis diſtantia perveniat.

Ex obſervationibus variis aſtronomicis clare ſequi videtur, motum hunc eſſe ſucceſſivum, & diu de eo non dubitarunt Philoſophi; quibuſdam tamen recentioribus obſervationibus concluſiones ex primis deductæ labefactantur, & quid ignotum circa motum luminis dari fateri cogimur. 588.

Motus de loco in locum non ſucceſſivus contradictionem involvit, & *lumini motum de loco in locum eſſe tribuendum vix in dubium vocari poteſt.* 589. Obſervamus enim translationem ignis in vaporibus & in fumo; in quibus caſibus ignis ſecum fert corpora, quibus adhæret & ſæpe tamen celeriter movetur. ſi ignis ſubtilitas conſideretur, facile patebit illum in immenſum retardari a corporibus, quibus adhæret, & liberatum velocitate maxima debere transferri.

Circa calorem & lumen varia præterea obſervanda ſunt, maxime digna quæ notentur, ſed quorum multa explicatu ſunt difficillima. In Phyſicis ubi cauſæ latent, effectus ſaltem ſunt memorandi.

Corpora calefacta videmus multa, quorum ſi calor augeatur, lucida fiunt; talia ſunt metalla: Partium agitatione ignem emittunt, ſed non per lineas rectas; aucto verò partium motu, per lineas rectas pro parte movetur ignis & corpus lucet. 590.

Eodem modo fumus, ſi admotâ flammâ magis incaleſcat, ipſe in flammam convertitur; id eſt in corpus lucidum mutatur. (*Exp.*). 591.

Aërem in ignem agere diximus (575), illius actio in hunc in multis occaſionibus minime contemnenda datur reſpectu luminis. *Sæpe ut lumen detur, aut ut ignis ſervetur, aëris præſentia* 592.

 ne-

neceſſaria eſt, quod in combuſtione omnium corporum obſervatur, quæ, abſente aëre extinguuntur.

Si candela lucens, laminæ Machinæ Pneumaticæ impoſita, vitro obtegatur, & aër extrahatur, ſtatim extinguitur. (*Exp.*)

Simile quid obſervatur, ſi Pyrita cum fruſto chalibis atteratur. Quamdiu aëre circumdantur lumen ex attritu dari obſervatur; ſublato vero aëre, licet attritus continuetur, lumen non apparet; admiſſo aëre iterum ſenſibile eſt. (*Exp.*)

593. Contra etiam obſervamus *aëris abſentiam ſæpiſſime requiri in lumine*, ut illud in experimentis ante memoratis obſervari potuit (563. 572.) Tan-
594. dem *ſublato aëre augetur aliquando lumen, quod & in aëre videri poteſt.* Si enim Phoſphoro urinæ, de quo antea (573.), litteræ inſcribantur, aut figuræ delineentur, in charta; in loco obſcuro, ut dictum, lucidæ erunt; detur hæc charta in loco vacuo, magis litteræ elucеſcent. (*Exp.*)

CAPUT IV.

De dilatatione ex calore.

595. OMnia corpora ex ignis actione dilatantur (554); hanc autem *dilatationem*, mutato calore, immutari obſervamus; ita ut *a motu ignis non verò ab hujus quantitate pendere* videatur; corpora enim, ſive attritu ſive admoto igne extraneo calefiant, ſeſe expandunt; quod in lamina ferrea facile obſervatur, quæ, ſive attritu, ſive admoto igne, calefacta, ſeſe expandit. (*Exp.*).

596. *Fluida eodem modo ac ſolida ex calore dilatari*, in
T. 9. Thermometris, inſtrumentis notiſſimis, quo-
fig. 1. tidie obſervari poteſt. (*Exp*).

Circa quæ inſtrumenta notandum, hæc quidem

dem indicare calorem mutatum, ſed an coloris gradum demonſtrent incertum eſt, id eſt, ignotum eſt, quænam relatio detur inter mutationem in expanſione & mutationem in calore: ut, ex comparatis dilatationibus, gradus caloris poſſint conferri inter ſe.

Si ſubito incaleſcat Thermometri globus G, aut 597. cylindrus C, ſtatim fluidum in tubo deſcendit, ſed immediate poſt aſcendit. Ex calore ſubito citius vitrum ipſum incaleſcit quam fluidum in vitro contentum, ideo dilatato ex calore vitro, & eo auctâ hujus capacitate, deſcendit fluidum, ſed immediate poſt calor liquido communicatur, quod ideo aſcendit.

Ex corporum expanſione patet, *particulas, ex* 598. *quibus corpora conſtant, ex actione ignis acquirere vim repellentem, qua a ſe mutuo recedere conantur,* & quæ cum vi, qua particulæ ſeſe mutuo petunt (33), contrarie agit. Quamdiu hæc vis illam ſuperat, particulæ cohærent minus aut magis pro diverſo caloris gradu. Quando vis repellens fere adæquat vim attrahentem, particulæ antea intimè junctæ vix cohærent, & impreſſioni cuicunque cedunt, & facile moventur inter ſe; unde videmus *corpus ſolidum calore in flui-* 599. *dum mutari*; quod in omnibus corporibus, quæ calore liquefiunt, obſervatur, imminuto vero calore ad priſtinum ſtatum redeunt. Quæritur *an non fluiditas omnis a colore pendeat?* quod *de-* 600. *terminari non poteſt*, quia corpus omnino igne deſtitutum nullum novimus; illud certum eſt calorem non modo cauſam eſſe fluiditatis in metallis, cerâ, & ſimilibus corporibus, liquefactis, ſed multa corpora, quæ vulgo inter fluida referuntur, a calore ſolo fluere; ſic *aqua* 601. *eſt glacies liquefacta*, ſublato enim pro parte aquæ calore coaleſcit.

Calor ita poteſt adaugeri, ut in quibuſdam 602.

corporibus tota vis attrahens ſuperetur a vi repellente, in quo caſu particulæ ſeſe mutuo fugiunt; id eſt vim elaſticam acquirunt, quæ ſimilis eſt illi, qua particulæ aëris gaudent (475), quæ etiam in aëre calore augetur; effectum hunc obſervamus in fumo & vaporibus, ut patet in Æoli Pila, vocatur hoc nomine globus, cui jungitur tubus, cujus apertura vigeſimam pollicis partem vix æquat. Globo pro parte aquâ impleto ſuper igne ponatur, eo momento, quo aqua in vapores mutabitur, exibunt vapores per foramen, ſi autem calor augeatur ita ut violenter ebulliat aqua, vapores compreſſi in ſuperiore parte globi ab omni parte elaſticitate ſua recedere conantur & violento motu per tubum exeunt.

603. Magis ſenſibilem effectum vis elaſticæ vaporum habemus. Si aucto foramine, hoc claudatur, & globus igni inponatur, donec aqua violenter ebulliat; ſi tunc globus cum rheda minori jungatur, & foramen aperiatur, exibit vapor violenter verſus unam partem, dum rheda verſus partem oppoſitam feretur. (*Exp.*).

604. Vapor violenter compreſſus conatur verſus omnes partes recedere & quidem æqualiter, ideoque preſſiones oppoſitæ ſeſe mutuo deſtruunt, aperto vero foramine vapor qui exit non premit; tollitur ergo preſſio quædam ab una parte & contraria prævalet, rheda movetur.

605. Tubuli, pulvere nitrato farti, accenſi, in altum feruntur; quia pulvis accenſus elaſticitatem acquirit, & hujus partes quaquaverſum conantur recedere: cùm ab una parte tubus ſit apertus, preſſio in tubum minor datur verſus illam partem & contraria ideo prævalet.

LIBRI III.

Pars II. De Inflexione, Refractione, & Reflexione luminis.

CAPUT V.

De Inflexione radiorum luminis.

PRæmiſſis, in parte præcedenti, quæ ignem in genere ſpectant, luminis proprietates, & phænomena ex iis oriunda ad examen revocanda ſunt.

Mira admodum ſunt quæ circa lumen obſervantur, paucis tamen naturæ legibus pleraque explicantur.

Lumen movetur per lineas rectas (579), obſtaculo poteſt intercipi, quod totum illud & quidem ſolum intercipit quod ad obſtaculum accedit.

DEFINITIO.

Lumen quodcunque conſideratum juxta directionem motus ſui, ſi totum juxta eandem directionem feratur, vocatur Radius luminis. 606.

Tale eſt lumen quod a Sole procedens per foramen tranſit.

Ignis, ut antea dictum, a corporibus attrahitur (557), cujus attractionis effectus notabiles in combuſtione corporum obſervamus; in lumine etiam ſenſibiles ſunt; deflectitur enim a via recta *lumen quando juxta corpora tranſit.* 607.

Sit I C H acies corporis, radii luminis A B, E F, inflectuntur per F G, & B D, eo magis quo T. 5. fig. 2.

ad minorem a corpore diſtantiam transeunt. Quod ſequentibus experimentis detegitur.

Si inter acies duas cultrorum detur diſtantia circiter decimæ partis unius pollicis, & in cubiculo obſcuro, lumen, quod per foramen intrat, inter has transeat ad diſtantiam trium pedum a feneſtra, ſi lumen cadat ſuper charta, ad diſtantiam quinque pedum ab aciebus, ad latera luminis apparebit, ab utraque parte, lumen ſimile caudæ Cometæ, quod probat lumen *inflecti* dum juxta acies tranſit; (*Exp.*).

Si magis ad ſe mutuo accedant acies, ut ex. gr. diſtantia inter has ſit centeſimæ partis unius pollicis, loco luminis memorati ab utraque parte apparent fimbriæ coloratæ tres, in ſitu parallelo ad acies, quæ & magis diſtinctæ apparent, ſi foramen in feneſtra minuitur. Unde autem colores hi oriantur, in ſequentibus patebit (*Exp.*). Nunc ſatis erit ex hoc experimento deducere, lumen *attrahi a corporibus*, a quibus radii inflectuntur; niſi enim daretur motus verſus corpus, per rectam radius motum continuaret.

608. *Actio* vero *corporum*, *quâ in lumen agunt ad hoc attrahendum*, *ſeſe exerit ad diſtantiam ſenſibilem*; nam ſi inter acies memoratas diſtantia detur circiter quadringenteſimæ partis pollicis, nullum lumen inter fimbrias memoratas ſuper charta apparebit, ita ut, in hoc caſu, totum lumen quod inter acies tranſit verſus utramque partem inflectatur & formet fimbrias memoratas. Quod clarè indicat chalibem ad minimum ad diſtantiam octingenteſimæ partis pollicis in lumen agere. (*Exp.*).

609. *Actionem illam cum imminutâ diſtantiâ augeri*, etiam probatur; nam ſi minuatur diſtantia inter acies, fimbriæ ſucceſſivè evaneſcunt, donec, junctis aciebus, lumen nullum inter has transeat. Primæ autem fimbriæ quæ evaneſcunt, ſunt

ſunt quæ radiis minimè inflexis formantur, ultimæ quæ a radiis maximè inflexis; id eſt, dum accedunt ad ſe mutuo acies, umbra inter fimbrias ab utraque acie formatas continuò augetur, donec tandem totum lumen ab utraque parte evaneſcat. Unde clarè ſequitur, eo magis inflecti radios, quo ad minorem diſtantiam ab aciebus tranſeunt, id eſt attractionem cum imminutâ diſtantiâ augeri. (*Exp.*).

Hæc autem attractio quid peculiare habet, 610. nam *attractio unius aciei admotâ aliâ augetur.* Quod experimento clare patet, nam in acceſſu acierum ad ſe mutuo inflexio radiorum continuò major eſt. (*Exp.*).

CAPUT VI.

De Luminis Refractione & hujus legibus

DEFINITIO I.

Omne quod lumini tranſitum dat, vocatur Medium. 611.

Vitrum, Aqua, ipſum Vacuum, ſunt media.

Dum radius ex uno medio in aliud penetrat, ſæpe a linea recta deflectitur.

DEFINITIO 2.

Inflexio hæc *Refractio* dicitur. 612.

Ut detur refractio requiritur, ut media denſitate 613. *differant, & ut radius cum ſuperficie, media dirimente, angulum obliquum efficiat.*

Oritur refractio ex eo, quòd radii a denſiori medio 614. *magis quam a rariori attrahantur*, a qua attractione, quæ in capite præcedenti probatur, omnia, quæ refractionem ſpectant, deducuntur.

Sit EF mediorum ſeparatio, ſit verſus X me- 615. dium denſius, verſus Z medium rarius. Sin- T. 9. gulæ materiæ particulæ vi attractivâ gaudent fig. 3. (33.), hæcque vis reſpectu luminis locum ha-

bet (607). Sit diſtantia, ad quam actionem ſuam particulæ exerunt, illa, quæ datur inter lineas E F & G H. Lumen ergo, quod inter has lineas datur, a medio X attrahitur.

Ad diſtantiam, ad quam datur linea G H, ſolæ particulæ extremæ medii X in lumen agunt; in diſtantia minore cum his & aliæ agunt ita, ut vis attrahens creſcat quando diſtantia minuitur, ut ante jam obſervatum (609). Detur in medio denſiori X, linea I L ad eandem ab E F diſtantiam, ad quam in medio Z datur G H. Intret lumen medium X, ab omni parte attrahetur a particulis medii, quarum diſtantiæ a lumine minores ſunt diſtantiâ inter E F & G H; ad hanc enim diſtantiam lumen a particulis medii X attrahi ponitur.

Quamdiu lumen verſatur inter lineas E F & I L, vis attrahens verſus I L prævalet, quia majori numero particulæ verſus hanc partem trahunt; creſcente autem numero particularum in contrariam partem agentium, id eſt, creſcente diſtantia ab E F minuitur vis verſus I L, donec in ipſa linea I L verſus omnes partes æqualiter attrahatur lumen, quod ubique in medio X ultra I L etiam obtinet.

Accedat radius luminis A *a* & oblique incidat in ſuperficiem dirimentem media, aut potius in ſuperficiem G H, ubi datur initium actionis, qua lumen verſus Medium X pellitur; Quando radius pervenit ad *a*, detorquetur a linea recta per vim, qua a medio X attrahitur; id eſt, qua juxta directionem, ad hujus medii ſuperficiem perpendicularem, verſus hoc pellitur. Et quidem in omnibus punctis deflectitur radius a linea recta, quamdiu datur inter lineas G H & I L, inter quas memorata attractio agit; ideoque inter has lineas Radius curvam *a b* deſcribit, eodem mo-

do

do ac de gravibus projectis dictum (195). Ultra lineam I L ceſſat actio Radium deflectens rectâ ergo pergit per *b* B, juxta directionem curvæ in puncto *b*.

Diſtantia inter lineas G H & I L admodum eſt exigua, quare *in refractione* ad partem incurvatam radii non attendimus, *radius*que *conſideratur quaſi conſtans ex duabus lineis rectis* A C, C B *concurrentibus* in C, nempe *in ſuperficie media dirimenee.* 616.

Per C ad ſuperficiem E F detur perpendicularis N C M.

DEFINITIO 3.

Pars A C Radii memorati vocatur Radius incidens. 617.
Angulus eſt A C N Angulus incidentiæ (292).

DEFINITIO 4.

Pars C B radii dicitur Radius refractus. 618.

DEFINITIO 5.

Angulus B C M vocatur Angulus refractionis. 619.

In hoc caſu, *ubi lumen e medio rariori in denſius penetrat*, *Angulus refractionis minor eſt Angulo incidentiæ*, ex inflexione radii; æquales enim forent hi anguli, ſi radius A C per C D rectâ viâ motum continuaret. Accedit autem Radius C B magis ad perpendicularem C M; *quare refractio dicitur fieri verſus perpendicularem.* (Exp). 620.

Contra, *ſi radius e medio denſiori in rarius transeat*, *recedet a perpendiculari*, quia attractio medii denſioris in radium eadem eſt, ſive radius ex rariori in denſius, ſive e denſiori in rarius penetret. Idcirco ſi B C ſit radius incidentiæ, C A erit radius refractus, id eſt, *per easdem lineas movetur radius*, *a quacunque parte procedat.* 621. 622.

Ideoque, *ſi duo radii*, *unus e medio denſiori in rarius*, *alter e rariori in denſius*, *penetrent*, *anguluſque refractionis hujus æqualis ſit angulo incidentiæ illius*, *reliqui duo anguli incidentiæ & refractionis erunt æquales inter ſe*. (Exp). 623.

624. Ex quibus ſequitur, *directionem radii non mutari, ſi moveatur trans medium terminatum duabus ſuperficiebus parallelis inter ſe*, quantum enim in ingreſſu aliquam partem verſus deflectitur, in tantum exactiſſime dum exit partem oppoſitam verſus inflectitur. (*Exp*).

625. *Si radius perpendiculariter cadat in ſuperficiem, qua duo media ſeparantur, a recta via non deflectetur* attractione medii denſioris; actione hac cum radii motu in eadem directione in hoc caſu agente. (*Exp*).

In dictis huc uſque, tantum conſideravimus attractionem medii denſioris, quia hæc prævalet, non tamen contemnenda eſt actio medii rarioris, quia hæc minuit actionem medii denſioris, quæ eo minor erit in lumen, quo media inter ſe minus denſitate differunt. Idcirco

626. *nulla datur refractio, ubi denſitates mediorum ſunt æquales, & eo major eſt, quo hæ denſitates magis inter ſe differunt.*

Refractionis leges ex acceleratione, quam generat attractio, deducuntur: examinanda ideo eſt hæc acceleratio.

DEFINITIO 7.

627. *Spatium planis G H & I L terminatum, vocatur* ſpatium attractionis.

Inter plana, quæ his lineis repræſentantur, attractio obtinet, non ultra (615).

628. *Directio hujus actionis eſt perpendicularis ad ſuperficiem media dirimentem, ideoque ad ſuperficiem I L; & inæqualis eſt ad varias diſtantias ab hac ſuperficie* (615). *Ad æquales verò diſtantias æqualis eſt*, quia medi ambo homogenea & ubique ſibi ſimilia ponuntur.

Motus radii A C poteſt reſolvi in duos alios motus juxta directiones A O & O C (289), quarum prima ſuperficiei S F parallela eſt, ſecunda huic eidem ſuperficiei perpendicularis: quorum motuum celeritates reſpectivè propor-

tio-

tionales erunt hiſce lineis A O & O C, dum A C ipſius radii celeritatem denotat (289).

629. *Motus juxta directionem A O ex attractione perpendiculari ad ſuperficiem I L non mutatur, ſolus motus juxta O C acceleratur* (628).

630. Poteſt ſervatâ lineâ A C, celeritate nempe ipſius radii, hujus inclinatio mutari, quo etiam mutatur celeritas juxta directionem O C, quæ celeritas in totum evaneſcit, ſi minimus ſit angulus A *a* G. In quo caſu ſi poſt ingreſſum luminis in medium denſius, illius motus in duos reſolvatur, ita ut unius directio ſit ſuperficiei I L perpendicularis, hujus celeritas in totum tribuenda erit attractioni ſæpius memoratæ. In ingreſſu enim in ſpatium attractionis generatur motus juxta hanc directionem, & in tranſitu per hoc ſpatium, in quo ubique nova actio juxta eandem directionem in lumen agit, continuo acceleratur. Quæ acceleratio in omni luminis tranſitu per ſpatium attractionis obtinet, ſed diverſa eſt, pro varia celeritate, qua lumen perpendiculariter ad ſuperficiem media dirimentem accedit.

Si æquabilis foret attractio per totam latitudinem ſpatii attractionis, poſſent, quæ accelerationem memoratam ſpectant, ut de acceleratione gravium dictum (154), determinari ope trianguli rectanguli P Q R, in quo lineæ parallelæ ad baſin celeritates repræſentant, dum portiones areæ trianguli ſpatia percurſa deſignant. Hìc autem de eodem ſpatio percurſo ſemper agitur, latitudine nempe ſpatii attractionis, quia ſolum motum ad ſuperficiem Media dirimentem perpendicularem conſideramus; idcirco per portiones æquales areæ trianguli P Q R ſpatium hoc percurſum ſemper repræſentatur. Sit portio hæc P *d c* quando cum celeritate o, lumen ſpatium attractionis juxta T. 9. fig. 4.

memoratam directionem perpendicularem intrat, id eſt, quando radius incidens cum ſuperficie media ſeparante angulum minimum format; *dc* in hoc caſu deſignabit celeritatem attractione acquiſitam, & quâ lumen ſpatium attractionis exit.

Si autem lumen cum celeritate, quæ per *fg* deſignatur, perpendiculariter ſpatium attractionis intret, exibit ſpatium cum celeritate *hi* poſitis areis P *dc* & *fgih* æqualibus inter ſe, ut ex dictis patet. Triangula P *dc*, P *fg*, P *hi* ſunt ſimilia, ideoque horum areæ ſunt inter ſe ut quadrata laterum homologorum *dc*, *fg*, *hi* ſumma autem arearum P *dc*, P *fg* æqualis eſt areæ P *hi*, (propter areas æquales P *dc* & *fgih*); ergo & ſumma quadratorum linearum *dc* & *fg* æqualis eſt quadrato lineæ *hi*; unde ſequitur tribus memoratis lineis formari poſſe triangulum rectangulum, cujus hypotenuſa erit *hi*. Ergo

631. *In triangulo rectangulo, cujus latus unum eſt celeritas, quâ lumen perpendiculariter ſpatium attractionis intrat, latus alterum celeritas percurrendo hoc ſpatium acquiſita, quando lumen celeritate o. hoc intrat, hypotenuſa trianguli deſignat celeritatem, qua lumen ad partem oppoſitam ſpatium attractionis perpendiculariter exit.* Quod univerſaliter obtinet, quomodocunque mutetur attractio in ſpatio attractionis pro varia diſtantia a planis, quibus hoc ſpatium terminatur. Quod ut probetur,

Ponamus ſpatium attractionis in duas partes, ſive æquales ſive utcunque inæquales ſecari plano parallelo ad ſuperficies quibus terminatur. Ponamus ulterius attractionem dari diverſam in his partibus, in eadem tamen illam non variari. Conſiderandæ ſunt hæ partes ut duo diverſa ſpatia attractionis. Sit A celeritas, quam
T. 9. lumen primam partem ſpatii percurrendo ac-
F. 5.

qui-

quirit, quando ſpatium intrat celeritate o.; ſit B celeritas ſecundam partem ſpatii percurrendo acquiſita, quando itidem lumen hanc partem celeritate o. intrat. Notandum in hac demonſtratione ubique agi de motu perpendiculari ad ſuperficiem, qua media ſeparantur.

Intret lumen primam partem ſpatii memorati celeritate o. Ad ſecundam partem accedet celeritate A; ſi ergo lateribus A & B triangulum formetur rectangulum E C D, hypotenuſa E D deſignabit celeritatem, qua lumen ex ſpatio attractionis exibit (631).

Si lumen celeritate F G ſpatium attractionis intret, formetur triangulum rectangulum H F G lateribus F G & A; hypotenuſa H G erit celeritas, qua lumen prima parte ſpatii attractionis exit (631), & in ſecundam penetrat; formando autem triangulum rectangulum H G I cujus perpendicularis æqualis ſit lineæ B, datur hypotenuſa I G deſignans celeritatem, qua lumen exit, & poſt totum ſpatium attractionis percurſum motum continuat (631).

Demonſtrandum autem eſt celeritatem I G etiam eſſe hypotenuſam trianguli rectanguli N M L, cujus latus M L æquale eſt F G celeritati, qua lumen ſpatium attractionis intrat, & cujus latus alterum L N æquale eſt lineæ E D, celeritati, quam lumen acquirit totam latitudinem ſpatii refractionis percurrendo, quando hoc intravit celeritate o.; quo demonſtrato & in hoc caſu, in quo duæ diverſæ vires attractionis agunt, propoſitionem n. 631. obtineri patebit.

Lineas vero I G & N M æquales eſſe, ex conſideratione triangulorum rectangulorum facile liquet. Quadratum lineæ N M valet quadrata linearum N L & L M, aut F G: N L æqualis eſt lineæ E D, cujus quadratum valet quadrata linearum E C

& C D, aut linearum A & B, æqualium lineis F H & H I: Æquale ergo eſt quadratum hypotenuſæ N M tribus quadratis linearum F G, F H, & H I. Quibus iiſdem tribus quadratis æquale eſt quadratum lineæ G I; hoc enim valet quadrata linearum H I & H G, quod ultimum æquale eſt quadratis linearum H F & F G.

Si ſpatium refractionis in ſpatia quotcunque dividatur planis parallelis ſuperficiebus, quibus ſpatium hoc terminatur, & in partibus diverſis vires attractionis diverſæ obtineant, eadem de-
632. monſtratio *locum habebit*; & poteſt utcunque etiam in infinitum augeri diviſionum numerus; qui caſus extat *in refractione*, quam lumen transeundo ex medio quocunque in aliud diverſæ denſitatis patitur (628); cui ergo applicari poteſt *regula n.* 631:

Sit Z medium rarius, X medium denſius, ſe-
T. 9. parentur plano E F; detur radius luminis A C
fig. 6. oblique in ſuperficiem E F incidens; deſignet A C celeritatem luminis in medio Z, ſitque hæc linea A C conſtans; id eſt, maneat quæcunque fuerit radii inclinatio. Centro C ſemidiametro C A deſcribatur circulus; detur N C M ad E F perpendicularis; ex A ducantur perpendiculares A O ad N C, & A Q ad E F.

Motus per A C concipiatur reſolutus in duos alios, unum juxta A O, alterum juxta A Q aut O C (289); deſignabit linea O C radii celeritatem perpendicularem ſuperficiei E F, quæ celeritas ſola ex attractione medii augetur (629).

Sit C P celeritas, quam lumen acquirit perpendiculariter percurrendo ſpatium attractionis mediii X; poſitâ luminis celeritate in ingreſſu o.; hypotenuſa O P trianguli rectanguli P C O erit celeritas radii A C in medio X, juxta directionem perpendicularem ſuperficiei E F (632.); celeritas luminis juxta directionem

A

AO aut QC, parallelam ſuperficiei EF, non mutatur (629). Sit ideo CV æqualis AO aut QC, & VB perpendicularis ad EF, æqualis hypotenuſæ PO, ducaturque CB; erit motus per CB motus ex ambobus compoſitus, & determinat linea hæc ſitu ſuo directionem, & longitudine ſua celeritatem *luminis in medio X* (147.). *Celeritas hac variâ inclinatione radii AC non mutatur*; qua- 633.
dratum enim lineæ CB valet quadratum lineæ BV. aut PO, & quadratum lineæ CV aut AO: quadratum vero lineæ PO valet quadrata linearum PC & CO: æquale ergo eſt quadratum lineæ CB tribus quadratis linearum PC, CO, & AO, quæ duo ultima ſi jungantur, habebimus quadratum ſemidiametri AC aut CN; id eſt, CB æqualis eſt PN, cujus quadratum valet etiam quadrata linearum PC & CN; PN autem ex mutata inclinatione radii AC nullam mutationem ſubit.

Linea CB ſecat in T circulum ſemidiametro CA deſcriptum; a punctis B & T perpendiculares BS & TR ducantur ad CM: propter triangula ſimilia CBS, CTR, BC erit ad TC, aut CA, ut BS ad TR: quæ ergo lineæ, propter conſtantes BC & CA, eandem ſemper rationem habebunt, quicunque fuerit angulus incidentiæ. TR eſt ſinus anguli refractionis TCR; & BM æqualis CV, æqualis AO, eſt ſinus anguli incidentiæ ACO.

In omni ergo *radii incidentis inclinatione conſtans* 634.
& immutabilis datur ratio inter ſinus angulorum incidentiæ & refractionis.

Cum autem BC & CA, quæ ſunt ut memorati ſinus, etiam deſignent celeritates luminis in mediis X & Z, ſequitur *ſinus hos eſſe inverſè* 635.
ut ſunt celeritates in iſtis mediis.

Si medium Z ſit aër & X aqua, ſinus prædicti ſunt ut 4. ad 3., & celeritas luminis in aëre ad hujus celeritatem in aqua, ut 3. ad 4. Si

vero,

vero, manente Z aëre, X ſit vitrum, ſinus ſunt ut 17. ad 11.; circa omnia media illud unico experimento determinaſſe ſufficit.

Ratio quæ datur inter ſinus angulorum quorumcunque eſt inverſa ſecantium comp. ut in hac figura patet, concipiendo circulum ſemidiametro CQ, aut CV, ductum: tunc enim
636. AC, æqualis CT, & CB ſunt *ſecantes* angulorum ACQ & BCV, *complementorum angulorum incidentiæ & refractionis*, & *ſunt inverſè ut* BS, æqualis AO, & TR, quæ in majori circulo ſunt *ſinus angulorum incidentiæ & refractionis*.

637. Hucuſque radium è medio rariori in denſius intrantem conſideravimus, ſed eadem conſtans ſinuum proportio, in n. 634. memorata, in motu radiorum contrario obtinet; anguli ACN, MCB non mutantur, quicunque ſit radius incidens, ſive AC ſive BC (622.). In hoc caſu ſi BC ſit celeritas radii incidentis, CA erit celeritas radii refracti; eodem enim modo, ex attractione verſus medium X, motus radii ex X in Z tranſeuntis retardatur, ac in motu contrario acceleratur.

CAPUT VII.

De luminis refractione, quando media ſuperficie planâ ſeparantur.

DEFINITIO I.

638. RAdii *ab eodem puncto, quaſi centro, procedentes & ſic continuo magis a ſe mutuo recedentes, dicuntur* divergentes.

DEFINITIO 2.

639. Magis divergentes *ſunt, qui majorem Angulum inter ſe formant.*

De-

DEFINITIO 3.

Punctum, a quo radii divergentes procedunt, 640.
dicitur Punctum radians.

Quo magis radii ſunt divergentes, poſitâ eâdem 641.
inter hos diſtantiâ, quo minus diſtat punctum radians & contra.

Sæpe refractione, aut reflectione, radii ita 642.
moventur, quaſi a puncto radiante procederent, licet revera a tali puncto non procedant; id eſt, ſi radii continuarentur, verſus partem a qua procedunt, in unum punctum concurrerent. In hoc caſu etiam divergentes radii dicuntur.

DEFINITIONES. 4. & 5.

Radii *qui in unum punctum concurrunt, aut* 643.
continuati concurrerent, vocantur convergentes; & magis convergentes, *qui majorem angulum* 644.
formant.

DEFINITIO 6.

Punctum concurſus radiorum convergentium vo- 645.
catur Focus.

DEFINITIO 7.

Punctum, in quo radii convergentes, & ante 646.
concurſum intercepti aut deflexi, continuati concurrerent, vocatur Focus imaginarius; quo nomine etiam datur punctum, ex quo fluere concipiuntur radii divergentes, qui ex puncto radiante non procedunt (642)

Quo magis radii convergunt, poſitâ eâdem inter 647.
hos diſtantiâ, eo minus diſtat focus ſive verus ſive imaginarius.

Si radii paralleli tranſeant è medio quocunque in 648.
aliud alterius denſitatis, poſt refractionem etiam ſunt paralleli: quia omnes æqualiter inflectuntur, in toto enim hoc capite agitur de mediis ſuperficie planâ ſeparatis,

Dentur media X & Z, hoc rarius, illud verò 649.
denſius, plano E S ſeparata, procedant à puncto R T. 9.
radii fig. 7.

radii divergentes R C, R *o*, R *n*, *mediumque denſius intrent*: inter hos ſit R C, perpendicularis ad ſuperficiem E S; hic a via non deflectitur (625.), & per C G motum continuat. Radii R *o*, R *n* refractionem patiuntur verſus perpendiculares, quæ in punctis *o* & *n* ad ſuperficiem E S concipiuntur (620.) *Hi radii*, ſi non nimium diſpergantur, *in medio denſiori ita moventur, quaſi procederent omnes a foco imaginario r, magis a ſuperficie diſtanti, quam ipſum R*; quod tamen non mathematicè eſt intelligendum, per punctum enim ſpatium exiguum, quod aliter punctum phyſicum vocatur, intelligimus. (*Exp.*)

Ut hanc demonſtremus propoſitionem, conſiderandum eſt, angulum R *o* C eſſe complementum anguli incidentiæ ad angulum rectum, & angulum *r o* C eſſe etiam complementum anguli refractionis ad angulum rectum, ideoque lineas R *o*, *r o* eſſe ſecantes comp. angulorum incidentiæ & refractionis, poſito ſemidiametro *o* C; inter quas ſecantes conſtans datur ratio (636.634.). In diſperſione exigua R *o* & R C, ut & *r o*, & *r* C, ſenſibiliter non differunt; ideo inter R C & *r* C conſtans datur ratio; id eſt *r* æquè fixum eſt ac R, licet inclinatio radii mutetur: idcirco R *n* ita etiam refringitur per *n* A quaſi ab *r* procederet, *& eſt rC ad CR, ut ſinus anguli incidentiæ ad ſinum anguli refractionis* (636.)

650. *Si nimium diſpergantur radii*, hæc demonſtratio locum non habet, & locus concurſus *r* pro puncto haberi non poteſt; in hoc caſu *circellus* ibi *concipiendus eſt, in quem omnes radii concurrunt, qui eo major erit, quo majorem angulum radii divergentes formant.*

651. *Si radii quidam ex R procedentes non admodum diſpergantur, ſed valdè oblique incidant in ſuperficiem E S, refringuntur quaſi procederent ex puncto non*

non admodum a puncto r remoto: ut ex dictis ſatis liquet.

Radii qui ut A *n*, B *o*, G C *convergentes ex medio denſiori* X *in rarius* Z *tranſeunt*, citius concurrunt, quam concurrerent, ſi in medio denſiori motum continuarent (621.), id eſt, *magis convergentes fiunt*, & focus verus minus quam imaginarius diſtat (647.). In hac figura focus imaginarius eſt *r*, focus autem verus R (622.). Propoſitio hæc propriè eſt inverſa propoſitionis n. 649. quare & hic, ex nota ratione ſinuum angulorum incidentiæ & refractionis, dato *r* detegitur R. 652.

Quando radii convergentes, ut HD, I*p*, L*q*, habentes focum imaginarium *f*, *è medio rariori* Z *in denſius* X *penetrant*, *minus convergentes fiunt* (620.), & in focum F, magis diſtantem a ſuperficie E S (647.), concurrunt, ut patet hic applicando demonſtrationem datam in n. 649. ex qua etiam deducitur methodus determinandi F. (*Exp.*). 653.

Radii ex puncto F *procedentes*, & *ex medio denſiori in rarius penetrantes*, *magis divergentes fiunt*, & moventur quaſi ex *f* procederent, quæ propoſitio eſt inverſa præcedentis. 654.

CAPUT VIII.

De refractione luminis, poſitis mediis ſuperficie ſphæricâ ſeparatis.

Sint Media denſitate differentia X & Z, hoc rarius, illud denſius; ſeparentur ſuperficie ſphæricâ E S, cujus centrum eſt C, & cujus convexitas eſt ad partem medii rarioris. T. 9. fig. 8.

Ut caſum ſimpliciſſimum ante alios examinemus, *ponamus radios parallelos* ut B O & A *n*, 655.

ex

ex medio rariori in denſius penetrantes, *in* memoratam *convexam ſuperficiem incidere*; deturque inter hos B O, qui continuatus per centrum C tranſit, & perpendiculariter cadit in ſuperficiem E S: ideoque a recta non deflectitur (625). *Radii* omnes *non nimium* ab hoc *diſtantes* ad hunc refractione medii denſioris accedunt, & *in unum punctum* F *colliguntur*. Sit ex. gr. radius A *n*, qui refringitur per *n* F; per punctum *n* ducatur ad centrum C ſemidiameter C *n* continuata ad *p*; cum hæc perpendicularis ſit ad ſuperficiem media dirimentem, angulus incidentiæ eſt A *n p*, æqualis angulo *n* C O: angulus refractionis eſt C *n* F. Si arcus *n* O fuerit exiguus, anguli hi ſunt ut horum ſinus, quorum ratio eſt conſtans (634). In eadem ergo ratione creſcunt & minuuntur hi anguli *n* C O & C *n* F, ut & horum differentia angulus *n* F O; qui igitur ſequitur proportionem arcus *n* O, menſuræ anguli *n* CO: Quamdiu arcus *n* O, 15. gr. non ſuperat, manente F angulus *n* F O in eadem ratione cum hoc arcu ſenſibiliter augetur & minuitur; ideoque omnes radii inter A *n* & B O, refractione, ſenſibiliter in punctum F concurrunt. Si detur ratio inter ſinus angulorum incidentiæ & refractionis, nota eſt ratio *inter Sinuum differentiam*, *&* *ſinum anguli incidentiæ*, quæ *ratio datur* inter angulos *n* F O, *n* C O, qui cum exigui ſint, ſunt inverſe ut O F ad O C; ergo *ut ſemidiameter ſuperficiei ad foci a ſuperficie diſtantiam*. (Exp.).

T. 9. fig. 9. Detur iterum X medium denſius, Z rarius, ſeparentur ſuperficie ſphæricâ E S, cujus centrum eſt C, & cujus convexitas eſt ad partem
656. medii rarioris: *Ex puncto radiante* R *procedant radii*, *&* *in medium denſius per memoratam ſuperficiem penetrent*, ita ut inter hos radius R O continuatus per centrum C transeat; hic non refrin-

fringitur dum aquam intrat, & ad hunc refractione reliqui omnes accedunt, & *quando parum diſperguntur in unum punctum*, ut F, *colliguntur*, eodem modo ac de radiis parallelis dictum; cum hac differentiâ, quod focus F in hoc caſu magis diſtet. Eadem etiam demonſtratio hìc locum habet ac circa radios parallelos, quæ hoc fundamento nititur, quod angulus incidentiæ, cum arcu *n* O in eadem ratione creſcat, quod & hìc obtinet, ſi arcus *n* O gradus 15. non ſuperet. Detur radius R *n*, per *n* ex centro C ducatur C *n p*: angulus R *n p* erit angulus incidentiæ: dividatur hic in duas partes lineâ *n q*, parallelâ lineæ R O C; pars *p n q* æqualis eſt angulo *n* C O, qui arcu *n* O menſuratur, & qui ideo cum hoc arcu eandem ſequitur proportionem; quam etiam, poſito hoc exiguo, ſequitur angulus *n* R O, æqualis ſecundæ parti anguli incidentiæ, qui igitur in totum etiam cum arcu *n* O in eadem ratione creſcit & minuitur, quæ enim ratio in ſingulis partibus locum habet, reſpectu totius etiam obtinet.

Similis demonſtratio poteſt applicari radiis 657.
quibuſcunque divergentibus, aut convergentibus, qui in quocunque caſu in ſuperficie ſphæricâ refringuntur, & qui ut hac demonſtratione conſtat, in exigua diſperſione, focum habent aut verum, aut imaginarium, aut paralleli ſunt inter ſe. Quod in genere hic notaſſe ſufficiat.

Focus F radiorum ab R procedentium, accedente 658.
R recedit & vice verſa. Accedente puncto radiante, ſi maneat punctum *n*, augetur angulus incidentiæ, quo creſcente, augetur etiam angulus refractionis F *n* C, & *n* F ad majorem diſtantiam interſecat R C. (*Exp.*).

Dato puncto R, detegi facile poſſe F videbimus, ſi ad ſequentia attendamus. Angulus

n F O

n F O ſe habet ad angulum *n* C O, quia exigui ſunt, ut C O ad F O; ideo ut F C, linearum differentia, ad F O, ita angulorum differentia, id eſt angulus refractionis C *n* F, ad *n* C O; ſed inter has datur ratio compoſita ex ratione anguli C *n* F, ad *p n* R, quæ eſt ratio ſinus anguli refractionis ad ſinum anguli incidentiæ, & ratione anguli *p n* R ad *n* C O, aut *p n q*, quæ eſt ratio lineæ C R ad O R, nam *q n* R æqualis eſt *n r* O, qui ſe habet ad *n* C O, ut C O ad R O, unde componendo ratio C R ad O R deducitur.

659. *Ita poteſt admoveri punctum radians* ad ſuperficiem media dirimentem, ut focus ad diſtantiam infinitam recedat, id eſt, *ut radii refracti paralleli fiant.* (Exp.).

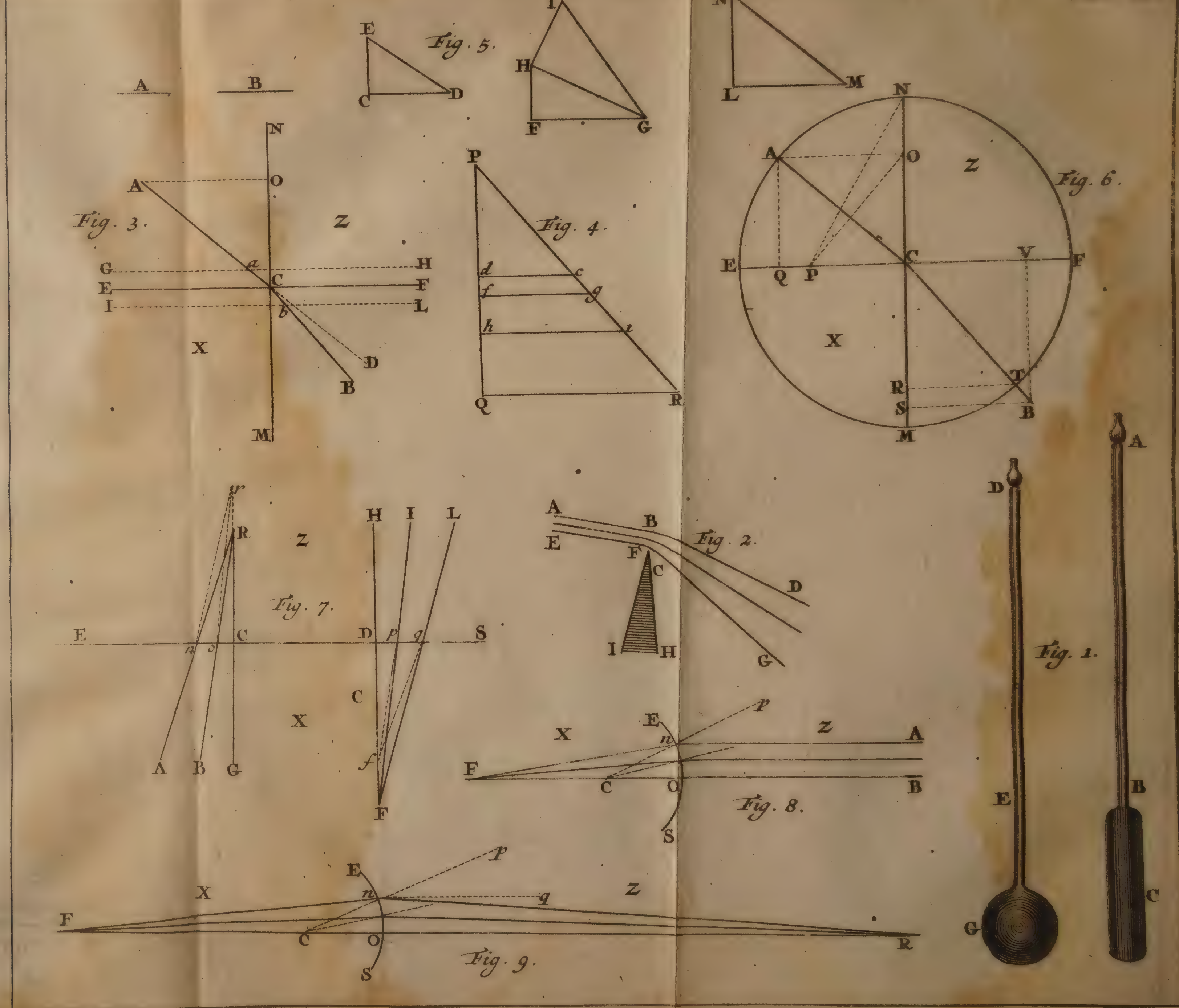
660. *Si magis accedat punctum radians* R, *divergentes fient radii refracti, minus tamen divergentes quam incidentes*; (Exp).

661. *Si radii, qui ex medio rariori in denſius per ſuperficiem convexam intrant, convergentes ſint, & ad centrum ſuperficiei dirigantur, nullam patiuntur re-*
662. *fractionem* (625.). *Si verſus aliud punctum dirigantur*, cùm verſus perpendicularem refringantur (620.), ita inflectuntur radii, ut focus radiorum horum convergentium ſemper detur inter centrum ſuperficiei media dirimentis, (ad quod perpendiculares omnes diriguntur), & punctum verſus quod radii incidentes tendunt. Id eſt, ſi *focus imaginarius incidentium detur ad minorem diſtantiam quàm centrum, minus convergentes ſunt radii refracti: ſi ultra centrum detur hicce focus imaginarius, magis convergentes erunt radii refracti.* (Exp.)

663. Ex hucuſque dictis, quæ *in motu radiorum contrario* obtinent, facile determinamus (622.); id eſt, motum radiorum ex medio denſiori in ra-

rius,

TAB. IX.



rius, *manente ſuperficie convexâ ad partem medii rarioris.*

Radii paralleli poſt refractionem in focum concurrunt (659.).

664. Etiam *in* punctum aut *focum conveniunt radii ex puncto radiante manantes*, (656.) *& accedente hoc recedit illud*, *& contra* (658).

665. *Ita poteſt diſponi punctum radians*, ut focus ad diſtantiam infinitam detur, id eſt, *ut radii refracti paralleli ſint.* (655.)

666. *Si ulterius accedat punctum radians*, *refracti* divergentes *ſunt*; *minus divergentes quam incidentes*, *ſi punctum radians magis diſtet à ſuperficie quàm centrum* (662.).

667. *Si* autem *punctum radians detur inter ſuperficiem & centrum*, *radii refracti magis divergentes erunt* (662.).

668. *Si radii fuerint convergentes*, *magis in omni caſu fiunt convergentes*, quod ex refractione a perpendiculari (621.) ſequitur, & etiam deducitur ex n. 660.

669. *Ponamus* iterum *radios ex medio rariori* Z *in denſius* X *intrare*, *cavitatem autem ſuperficiei ſphæricæ* E S, *media ſeparantis*, *dari ad partem medii rarioris.* Si *radii* fuerint *paralleli*, ut B O, A *n*; B O, qui per centrum C ſuperficiei E S tranſit, nullam patitur refractionem; A *n* verò ad perpendicularem C *p* per *n* G refringitur (620.), & verſus Z continuatus interſecat B C O in *f*, quod etiam reſpectu radiorum inter B O & A *n* obtinet (657.); *fiunt* ergo hi radii *divergentes*, habentes focum imaginarium *f* in medio rariori, quem regulâ in n. 649. traditâ determinari poſſe facile patet. *(Exp).* T. 10. fig. 1.

670. *Si à puncto radiante* R in C B *ultra* C, *radii emanant*, minuitur angulus incidentiæ A *n* C, & idcirco etiam angulus refractionis G *n p*; id eſt, radii *refracti magis divergentes fiunt*, & ad C

ac-

accedit focus imaginarius *f* (641.); *donec acceſſu puncti radiantis* tandem *hoc coincidat cum foco imaginario in C*; in hoc enim caſu radii nullam patiuntur refractionem (625).

In hoc caſu *f* C ad *f* O, in ratione compoſita ſinus anguli refractionis ad ſinum anguli incidentiæ, & ratione R C ad R O; quod detegitur referendo hic, mutatis mutandis, demonſtrationem datam in n. 658.

671. *Si ulterius accedat punctum radians, inter C & O magis diſtat focus imaginarius* ab O, *quàm punctum radians*, inter hoc enim & C ſemper ille datur, propter angulos refractionis minores angulis incidentiæ (620.). (*Exp.*).

672. *Si radii fuerint convergentes, & punctum concurſus detur in medio denſiori, in viciniis ſuperficiei media ſeparantis, refracti radii* etiam, ſed *minus*, convergunt *quàm incidentes*. (Exp.).

673. Si ab O magis ac magis recedat focus imaginarius radiorum incidentium, id eſt, *ſi* hi *minus convergant, etiam minus convergent radii refracti donec, receſſu foci imaginarii, refracti paralleli ſint*. (Exp.).

674. *In ulteriori receſſu foci imaginarii divergentes fiunt refracti radii*. (Exp.).

675. Radii, qui *e medio denſiori in rarius* penetrant, *manente ſuperficie cavâ ad partem hujus medii*, iiſdem fere legibus ſubjiciuntur.

Radii paralleli refractione divergunt (673. 623.).

676. *Si à puncto radianti procedant, magis ſunt divergentes* (672).

677. Et *cum acceſſu puncti radiantis continuo magis ac magis divergunt* (673.).

678. *Convergentes radii, qui ad centrum ſuperficiei ſphæricæ tendunt, nullam ſubeunt mutationem* (625).

679. *Si magis aut minus convergant, focus imaginarius*

us incidentium ſemper datur inter centrum ſuperficiei media ſeparantis, & focum refractorum (670. 671.), *qui poteſt* in infinitum *recedere, ita ut radii refracti* 680.
paralleli ſint (669.).

Huc uſque conſideravimus radios parum ad ſuperficiem media ſeparantem inclinatos; nam de incidentibus egimus, inter quos datur radius ad ſeparationem mediorum perpendicularem, & qui parum diſperguntur. *In radiis obliquis fere* 681.
eædem propoſitiones locum habent, in hoc tamen *caſu omnes inflectuntur*, quod in directis non æquè; radius enim ad ſuperficiem perpendicularis non inflectitur. *In obliquis* etiam omnes majorem pa- 682.
tiuntur refractionem, id eſt, *magis ad ſe mutuò aut à ſe mutuò radii inter ſe vicini inflectuntur*, quàm in directis, poſitis iiſdem circumſtantiis.

Sit Z medium rarius, X denſius, E S ſuper- T. 12.
ficies, (cujus centrum C) quæ media ſeparat, radii fig. 2.
A *n*, B *m* paralleli concurrunt in F. Radii, qui procedunt ex puncto radiante R, concurrunt in focum f.

Si convertatur ſuperficies, ut cavitas ſit ad T. 12.
partem medii rarioris, radii A *n* & B *m* paralleli fig. 3.
habebunt focum imaginarium in *f*; hujus autem diſtantia a ſuperficie E S, ut & memoratorum focorum F & f in fig. 1. minor eſt, quam ſi radii forent directi.

Corporis lucidi ſingula puncta ſunt puncta radian- 683.
tia & habent ſingula ſuum focum; qui ſi omnes in planum album incidant, corpus lucidum, candelam ex gr., depingunt (*Exp.*)

Repræſentatur candela in ſitu everſo; quia ra- 684.
dii, à diverſis punctis procedentes, refracti ſeſe mutuò interſecant. Ex qua eadem cauſa, ſi duæ dentur candelæ in repræſentatione ſitum mutant.

685. *Omnes mutationes in lumine*, de quibus in hoc capite actum, *eò magis ſunt ſenſibiles, quo ſuperficies media dirimens eſt* magis curva, id eſt, *minoris ſphæræ portio.*

CAPUT IX.

De Motu Luminis trans Medium denſius, ubi de Lentium affectionibus.

616 *Vitrorum* frequens uſus eſt, aëre denſiora ſunt, & ex aëre in aërem trans vitrum radii penetrant. Pro variis ſuperficiebus, quibus terminatur vitrum, diverſas in hoc motu lumen mutationes ſubit, quæ ut determinentur, vitra, aut media quæcunque medio rariori circumdata, & variis ſuperficiebus terminata, examinanda ſunt. *Conſiderando ſolas ſuperficies planas & ſphæricas, ſex Claſſes dantur.*

1. Medium hoc planum eſt ab utraque parte. 2. Ab una parte planum ab altera convexum. 3. Ab utraque parte convexum. 4. Ab una parte planum ab altera cavum. 5. Cavum utrimque. 6. Terminatur ſuperficie cavâ, & oppoſita convexa eſt.

DEFINITIO I.

687. Si de vitro agatur, & craſſitiem non magnam habeat, in quinque ultimis caſibus vitrum tale *Lens vitrea* dicitur.

In ſecundo & tertio caſu lens dicitur convexa; ſi tamen hi caſus diſtinguendi ſint, in ſecundo caſu dicitur plano-convexa. Eodem modo in quarto caſu dicitur plano-cava; licèt & hicce caſus, cum quinto ſequenti, ad cavas lentes generaliter referatur. Lens autem cavo-convexa ad cavas aut convexas lentes refertur, pro illa aut hac ſuperficie prævalente; prævalet autem cu-

cujus curvatura major eſt, id eſt, quæ minoris ſphæræ portio eſt.

DEFINITIO 2.

In omni lente, aut medio quocunque ut dictum terminato, axis *vocatur linea recta, quæ ad ambas ſuperficies perpendicularis eſt*. Quando ambæ ſuperficies ſunt ſphæricæ, per ambarum centra tranſit axis; poſitâ verò alterâ ſuperficie planâ, perpendiculariter ad hanc per alìus centrum procedit. 688.

In tranſitu luminis per medium, duabus ſuperficiebus planis terminatum, *radiorum directio non mutatur* (624.): qui caſus *in vitris planis* extat. 689.

Lentium convexarum quarumcunque proprietas eſt, quod radii in tranſitu verſus ſe mutuò inflectantur: eò magis, quo major eſt convexitas: cavarum autem *quod radii à ſe mutuo deflectantur, magis pro majori cavitate*. Nam per vitrum planum radiorum directio non mutatur (689.), inflectendo autem unam aut ambas ſuperficies, alia datur radiorum directio: magis verſus lentis axem inflectuntur ex convexitate ſuperficiei vitri, & excavando ſuperficiem ab axe deflectuntur; ut clarè patet in omni caſu, comparando inflexionem in ſuperficie plana ad axem perpendiculari, cum inflexione in ſuperficie ſphærica Et differentia inflexionum, id eſt, directionis radiorum mutatio, cum diſtantia ab axe creſcit; & in quacunque radiorum directione locum habet; æquè in radiis obliquis, quàm in directis: ſed *in radiis obliquis* propter majores angulos incidentiæ *mutationes majores ſunt*. Ex quibus Lentium proprietates ſequentes deducimus. 690. 691. 692.

Radios parallelos, tranſeundo per lentem convexam, in focum concurrere. (Exp.) 693.

Radios divergentes aut minus divergere, aut parallelos fieri, aut tandem convergere; in quo caſu recedente puncto radiante accedit focus, & vice verſa: 694.

Caſus autem hic extat; quando punctum radians à lente magis removetur, quàm ab hac diſtat focus radiorum parallelorum. *(Exp.)*

695. Tandem *radios convergentes magis in egreſſu luminis convergere.* (Exp).

696. *Hæc etiam obtinent in radiis obliquis: circa quos notandum diſtantias focorum radiorum exeuntium, minores eſſe quàm in radiis directis, & reliquas mutationes magis ſenſibiles eſſe* (692.). (Exp.)

Hæc eadem omnia ex examine duplicis refractionis in ingreſſu & egreſſu luminis deducuntur. Hæc autem duplex refractio in caſu quocunque ſub oculis ponitur, in experimentis quibus lentium convexarum affectiones memoratæ confirmantur.

Singula puncta corporis lucidi, ut antea memoratum (683.), ſunt puncta radiantia, & poſita juſta diſtantia à convexâ lente, ſingula focum ſuum habent (694).

697. Detur candela lucens, à lente convexâ remota ultra focum radiorum parallelorum, ad oppoſitam lentis partem ſuper plano albo, per focos punctorum flammæ, hæc repræſentabitur, & quidem inverſa, propter radiorum interſectionem in tranſitu per vitrum. *(Exp.)*

698. *Lentes convexæ ſunt etiam vitra uſtoria*, quia colligunt radios ſolares (693.), qui, propter Solis immenſam diſtantiam, pro parallelis habentur. Radii verò in foco collecti, propter ignem antea diſperſum, nunc collectum, & propter ignis motum juxta varias directiones, violenter urunt. *(Exp.)*

Quando propter lentis magnitudinem non ſatis exactè colliguntur radii, antequam ad focum perveniant, per ſecundam minorem convexam lentem transmittuntur, quo in minus ſpatium rediguntur, ita ut magis violenter comburant.

Quæ, ſpectant lentes cavas, & harum proprie-

tates ex dictis (691.) facile deducuntur.

Radii paralleli divergentes fiunt, per lentem cavam tranſeundo. (Exp.). 699.

Divergentes magis divergunt. (Exp.) 700.

Convergentes, aut minus convergunt; aut paralleli fiunt; aut quod in minus convergentibus obtinet, *divergentes lentem exeunt.* (Exp.) 701.

Quæ omnia, æquè in obliquis radiis, ac in directis locum habent, in illis tamen magis ſenſibiliter (692.). (Exp.) 702.

CAPUT X.

De Viſu, ubi de Oculi conſtructione.

QUas luminis proprietates refractioniſque leges explicavimus, mirandum, in objectis menti noſtræ repræſentandis, uſum habent.

His legibus objecta in fundo oculi pulcherrimè, propriis ſuis coloribus ornata, depinguntur; hæcque pictura, ut in ſequentibus dicam (710.), occaſio eſt idearum, quæ in mente circa res viſas excitantur.

Quomodo autem hæc pictura in oculo detur explicari non poteſt, niſi examinatâ novâ luminis proprietate; radiorum nempe diviſibilitate captum noſtrum ſuperante.

DEFINITIO.

Corpus, quod non eſt lucidum & lumen intercipit, vocatur opacum. 703

Corpora pleraque inter hæc opaca omnia, exactiſſimè polita, ut & perfectè nigra, excipias, ſi quæ dantur, dividendi luminis proprietatem habent: *repercutiunt lumen ita, ut à ſingulis punctis radii* repercuſſi dividantur, & *verſus omnes partes recedant, & ſingula puncta corporis ſint quaſi puncta radiantia*, ex quibus lumen verſus omnes partes procedit. 704.

705. Unde deducimus Methodum depingendorum objectorum in plano albo; ſingula enim puncta corporis illuminati, ex quibus radii ad lentem convexam perveniunt, poſt lentem focum ſuum habent (694.). Objectorum diſtantium, licet inæqualiter, foci ſenſibiliter eandem ad diſtantiam à lente dantur; hiſce in eodem plano, objecta hæc, repræſentari poſſunt; quæ repræſentatio inverſa eſt, propter radiorum interſectionem tranſeundo per vitrum; & ſenſibilis, eſt in loco obſcuro, in quo lumen per ſolam lentem intrat, & quidem illud ſolum quo objecta depinguntur.

Hæc obtinent, ubicunque lens ponatur; & quidem circa omnia objectorum puncta, luminis radiis illuſtrata, à quibus lineæ rectæ non interruptæ ad lentem duci poſſunt; ita ut eodem Experimento probetur diviſibilitas memorata in lumine, & dividendi luminis capacitas in corporibus lumen repercutientibus.

In loco obſcuro foramen detur, cui varia reſpondeant objecta, ad diſtantiam ad minimum quinquaginta pedum, & majorem. In hoc detur lens convexa, quæ colligit radios parallelos ad diſtantiam quatuor aut quinque pedum; ſi ad diſtantiam paululum majorem poſt lentem detur planum album, in hoc objecta memorata pulcherrimis coloribus depinguntur. Notandum lentem in ſitu ad planum parallelo ponendam eſſe; & motu plani aut lentis detegi diſtantiam ad quam objecta exactiſſimè repræſentantur. (*Exp.*)

Hæc objectorum repræſentatio magnam cum illa, qua in fundo oculi objecta viſa depinguntur, affinitatem habet, ut ex oculi conſtructione patebit.

706. Oculi figura, ſi capite extrahatur, præter-

pro-

propter eſt ſphærica: nihilominus pars anterior eſt paululum magis convexa.

Oculi ſectio in hac figurâ repræſentatur. T. 16. fig. 4.

Pars magis convexa A A, eſt translucida & *tunica cornea* vocatur.

Totum oculi integumentum, corneâ exceptâ, vocatur *ſclerotica* B A A B; pars ſcleroticæ quæ corneæ adjacet, vocatur *adnata*, ſive *album oculi*.

Ab interiori parte cornea obtegitur tunicâ *uvea* dictâ, quæ in medio foramen habet *pp*, quod nominatur *pupilla*.

Uvea conſtat ex fibris circularibus concentricis, ad angulos rectos per rectas fibras interſectis. Si primæ inflentur, relaxantur ſecundæ, & pupilla minuitur; augetur motu fibrarum contrario.

In medio oculi, magis tamen verſus partem anteriorem, datur corpus molle translucidum C C, lenti convexæ ſimile, cujus ſuperficies poſterior convexitate anteriorem ſuperat. Vocatur *humor cryſtallinus*. Axis hujus cum oculi axe, per centra pupillæ & totius oculi tranſeunte, coincidit.

Suſtinetur cryſtallinus humor filis, quæ in ſingulis punctis circumferentiæ hujus cohærent, & interiori parti oculi annectuntur: in formam arcus inflectuntur, & muſculi ſunt, nominantur *ligamenta ciliaria*, duo videntur in *l* C, *l* C. Omnia inter ſe cohærent, & cum cryſtallino ſeparationem in oculo formant, huncque in duas cavitates, unam anteriorem *pp*, alteram poſteriorem S S, dividunt.

Anterior cavitas repletur fluido aquæ ſimili, dicitur *humor aqueus*.

Cavitas poſterior repletur humore translucido, ejuſdem circiter denſitatis cum humore aqueo,

ſed non æquè fluido; *humor vitreus* vocatur.

Superficies poſterior & interior oculi tunicâ obtegitur, *choroides* dictâ, quam iterum obtegit membrana tenuiſſima, cui nomen *retinæ* datur.

Nervus opticus N N, ad poſteriorem bulbi oculi partem, paululum ad latus, datur, & ita cum oculo jungitur, ut hic ſit quaſi expanſio nervi optici, tunciæ enim nervi expanſæ choroidem & ſcleroticam formant; Fibræ autem, ex quibus retina conſtat, concurrunt & medullam nervi formant.

Oculus in capite movetur variis muſculis cum ſclerotica cohærentibus; de his hìc non agitur; oculi conſtructionem cum relatione ad motum luminis conſidero, de omnibus cæteris loqui conſultò abſtineo.

707. *Radii à puncto quocunque procedentes, & qui per pupillam oculum intrant*, ex medio rariori in denſius per ſuperficiem ſphæricam tranſeunt, ideoque *poſitâ juſtâ puncti diſtantiâ ab oculo*, radii *poſt*
708. *refractionem convergunt* (656.); ideoque *poſitis corneâ & humore aqueo, dabitur pictura inverſa objectorum in oculo* (704. 705.). (Exp.)

Pictura ſtatim memorata in oculo, ad nimiam diſtantiam à corneâ, & ultra fundum oculi,
709. daretur; minuitur idcirco diſtantia *ope humoris Cryſtallini*, denſioris mediis illum circumdantibus; radii enim convergentes in humore aqueo trans cryſtallinum in humorem vitreum penetrant; id eſt, ex medio rariori trans denſius, duabus ſuperficiebus ſphæricis convexis terminatum, in rarius; quo motu convergentes radii magis convergentes fiunt (695.); ideoque citius concurrunt, & *pictura memorata intra oculum cadit.* (Exp.)

710. *Objecta, quæ* ut explicavi *in fundo oculi depinguntur, in retinâ delineantur; & motu luminis fi*

bræ

bra tenuiſſimæ, ex quibus retina conſtat, agitantur; qua agitatione ideæ objectorum, in oculo depictorum, in mente excitantur. Nexus inter ideas & motus quibus excitantur, ut ante dictum (510.), nos latet: in cauſis ſenſationum determinandis, non ultra nervorum agitationes penetrare poſſumus.

Quo pictura memorata magis eſt exacta, eo ob- 711.
jecta diſtinctius apparent. Quando radii ab eodem 712.
puncto manantes non exactè in retinâ junguntur, illius pictura non eſt punctum ſed macula, quæ confunditur cum picturis punctorum vicinorum in quo caſu *viſio confuſa eſt.*

Cùm autem, *pro variâ puncti radiantis diſtan-* 713.
tiâ, hujus focus magis aut minus removeatur (658.), *neceſſe eſt, ut mutatio detur in oculo, ne* locus in quo pictura eſt exacta, ante aut poſt retinam cadat, & *viſio confuſa ſit.*

Quænam autem hæc ſit mutatio, difficulter admodum determinatur, variæque dantur Philoſophorum ſententiæ; circa quas in genere no-
tabo, *minimè probabile eſſe totius oculi figuram mu-* 714.
tari, ad removendam aut admovendam retinam, & in interiori oculo mutationem quærendam eſſe.

Nam ſi figura oculi mutaretur, cùm in omnibus Animalibus æquè neceſſaria ſit mutatio, de qua agitur, in omnibus animalibus oculi figura eaſdem ſubibit mutationes; ejuſdem enim effectus cauſas varias in rerum natura non deprehendimus. In Balenâ veró ſclerotica nimium eſt dura, ut variationi obnoxia ſit. Ulterius, ſi talis detur mutatio in toto oculo, orietur hæc ex muſculorum externorum preſſione, quæ pro vario oculi ſitu diverſa erit, & tantum regularis in unico oculi ſitu.

Si nunc oculum in interiori examinemus,

 ma-

mutationem in cryſtallino neceſſariò dari patebit, qui translatione in oculo, aut mutatione figuræ, deſideratum effectum præſtabit; Radii enim retinam ante concurſum ſecantes, in retinâ concurrent, ſi convexior fiat cryſtallinus humor (690.), aut ſi ſervatâ hujus figurâ, ipſe magis verſus anteriorem oculi partem feratur.

715. *Cryſtallini humoris ſitum* facile *mutari*, *illumque ad retinam accedere & ab hac recedere*, manente illius axe, ex eo liquet, quod ligamina ciliaria muſculoſa ſint: quando hi muſculi inflantur, & breviores fiunt, minuitur cavitas, quæ ex inflexione horum ligaminum formatur in Cl, Cl; quo comprimitur humor vitreus, qui ipſe in humorem cryſtallinum premit & hunc propellit, hujuſque diſtantiam à retinâ auget; quod in viſione objectorum propinquorum requiritur (658. 694.).

Aliam præter hanc in oculo mutationem dari, ex experimento, in ſequentibus memorando (747.), demonſtratur, quæ cum hac contrariè agit; quod unde deductum fuerit dice-
716. tur. Mutatio autem ſecunda etiam ad ipſum cryſtallinum referenda eſt; hic *quando* à ligaminibus ciliaribus trahitur, quo *à fundo oculi rece-*
717. *dit*, *etiam planior fit*, quare *ut magis recedat*, *quàm ſi figuram immutabilem haberet*, *neceſſe eſt*: id eſt, mutationem magis ſenſibilem eſſe, quod uſum ſuum habere videbimus (724.).

Limites ſuos habent hæ mutationes in oculo,
718. inde etiam *objecta tantum diſtincta apparent inter certos limites*, *ad varias diſtantias pro variis oculis*
719. *poſitos*: & *ſæpiſſimè in eodem homine*, *non pro ſingulis oculis iidem limites dantur*, quod ejuſdem ferè eſt utilitatis, ac ſi pro ambobus oculis limites magis inter ſe diſtarent; unico enim oculo objectum diſtinctè videri ſat eſt. In quibuſdam etiam, proximus limes reſpectû unius o-

cu-

culi, magis diſtat quàm maximè remotus reſpectu alterius, in hoc caſu objecta propinqua & valdè remota diſtinctè videntur, intermedia confuſa apparent.

Pictura in fundo oculi, ut dictum (708.), 720. eſt inverſa; unde quæſitum, quare objecta erecta appareant? Quæſtione aliâ reſpondemus, an quis melius concipiat nexum inter ideam in mente, & figuram erectam, quàm everſam? nexum nos nullum percipere fatemur; experientia autem docet, dari nexum inter picturam inverſam in oculo & objecti erecti ideam; & præterea nihil novimus.

Ambobus oculis ſi idem objectum intueamur, unicum 721. *apparet*: illudque in eo caſu ſolo, quando objectum in punctis reſpondentibus retinæ depingitur; quod probabiliter ex concurſu nervorum opticorum ſequitur. Obſervatur enim in omnibus animalibus, quæ idem objectum ambobus oculis vident, nervos opticos concurrere, antequam ad cerebrum perveniant, ad quod iterum ſeparati pertingunt; in animalibus verò quæ ſingulis oculis diverſa objecta intuentur, nervi optici ab oculis ad cerebrum uſque ſeparantur.

Unicum tantum punctum eodem tempore diſtinctiſ- 722. *ſimè videri poteſt*, quod nempe in axe oculi repræſentatur; ſi ambobus oculis punctum quis intueatur, ita ſunt dirigendi oculi, ut axes amborum oculorum continuati in illo concurrant; quod obtinet, quando in aliquod punctum intentos oculos habemus.

Hæc ipſa axium directio in judicio circa diſtantiam objectorum viſorum uſum habet; ſitus enim diverſus oculorum pro vario angulo ab axibus formato datur, & pendet hic ab objecti diſtantia: unde, ne quidem ad illud attendendo, uſu facultatem acquirimus, de diſtantia

723. dijudicandi, *ex axium directione*; quæ nobis ſenſibilis eſt, quia à motu oculi, nobis ſenſibili, pendet. Videmus ergo uſum duorum oculorum ad certam à ſe mutuo diſtantiam poſitorum; *quamdiu* hæc *oculorum diſtantia ſenſibilem rationem habet ad objectorum diſtantiam, de hac judicium ſatis certum eſt.*

724. *De minoribus diſtantiis etiam unico oculo dijudicamus*; quia in variatione exiguæ diſtantiæ mutatio in oculo (715. 717.) ſenſibilis eſt.

725. *De magnis diſtantiis*, ſi de objectis notis agatur, *judicium ex magnitudine apparente & colore fertur.*

726. *De maximis impoſſibile eſt judicium, niſi ex diverſis locis idem objectum obſervetur.*

727. *Magnitudo apparens objecti, pendet* à magnitudine picturæ in fundo oculi, quæ ipſa pendet *ab angulo, ſub quo objectum videtur*, id eſt, qui formatur à lineis ab extremitatibus objecti ad oculum ductis.

728. *Magnitudo* hæc apparens diſtinguenda eſt à magnitudine, *quam mens noſtra tribuit objecto viſo*, quæ ultima judicio nititur, quod non ſolam apparentiam pro fundamento habet. Notum eſt unicuique, objectum eo minus apparêre, quo magis diſtat, unde *pro majori diſtantiâ objecti*, ſi nota ſit, magnitudo apparens objecti *augetur* in judicio à mente lato; quod fit ne quidem ad illud attendendo. Ideò idem objectum, ad eandem diſtantiam, diverſæ apparet magnitudinis, ſi judicium de diſtantiâ fuerit diverſum.

729. Exemplum notabile habemus in Sole & Lunâ, majoribus apparentibus propè horizontem, quam ad majorem altitudinem; licèt, ut Aſtronomis notum, pictura Solis in fundo oculi ſit eadem in utroque caſu, & Lunæ pictura minor ſit, quando propè horizontem major ap-

pa-

paret; de diſtantiá judicium ferre non poſſumus (726.), ſed major, ex interpoſitis campis & cœlo, hæc videtur propè horizontem. Per tubum ſi intueamur corpora memorata, diſtantia apparens evaneſcit, & cum hac magnitudo quæ ex ipſâ deducitur. Ab infantiâ continuò, & adhucdum omnibus momentis, ideam diſtantiæ cum augmento in manitudine apparente jungimus, (quod ad verum de magnitudine judicium ferendum neceſſe eſt,) quo hæ ideæ ita intimè junguntur, ut ſeparari nequeant, ne quidem in illis caſibus, in quibus novimus illas nos in errorem ducere. Quòt errores tribuendi ſint ideis ita junctis norunt Logici.

CAPUT XI.

De viſione trans vitra, & corrigendis quibuſdam oculorum vitiis.

OBjectum viſibile eſt, quia ſingula hujus puncta ſunt quaſi puncta radiantia (707. 708. 709.); *Punctum ergo apparet in illo loco, ex quo radii divergentes emittuntur.* 730.

Si radii utcunque inflexi divergentes oculum intrent, dabitur punctum viſibile in radiorum foco imaginario; planè enim eodem modo radii hi oculum intrant, ac radii directè ex illo foco procedentes; idemque, ut in retinâ concurrant, cryſtallini ſitus requiritur: ita ut reſpectu ſpectatoris non interſit, utrum illi radii refracti, an hi directi oculum intrent, & idem motus detur in oculo, cùm ſe conſtituit ut viſio ſit diſtincta (713. 724.). 731.

Punctum eo magis illuminatum apparet, quo plures radii ab hoc procedentes oculum intrant. 732.

733. *Objecta viſa trans vitrum planum, ſuperficiebus inter ſe parallelis terminatum, ad minorem diſtan-*
T. 10. *tiam, quàm nudis oculis apparent.* Sit A pun-
fig. 5. ctum viſibile; radii ex hoc procedentes, & oculum intrantes, dantur inter A *b*, & A *b*; hi refracti in vitro V V moventur per *b c*, *b c*; & exeunt per *c d*, *c d* parallelas lineis A *b*, A *b* (624): quia autem *b c*, *b c* ad perpendicularem refringuntur (620), *c d*, *c d*, inter *b* A & *b* A cadunt; id eſt, ſeſe mutuò ſecant in *a* minus diſtanti quam A; focus ergo imaginarius radiorum oculum intrantium eſt *a*, in quo punctum A apparet (731.)

734. *Punctum* hoc etiam *magis illuminatum apparet, viſum trans vitrum memoratum.* Nam omnes radii inter A *b* & A *b* pupillam intrant inter *d* & *d*; cùm verò lineæ A *b*, A *b* ſint parallelæ lineis *c d*, *c d*, & hæ dentur inter illas, A *b* & A *b* continuatæ ultra *d* & *d* caderent; ideoque ſublato vitro, radii qui nunc pupillam intrant majus ſpatium occuparent, & non omnes oculum intrarent.

735. *Magnitudo apparens objecti augetur interpoſito vi-*
T. 10. *tro plano*; Objectum A E nudo oculo videtur
fig. 6. ſub angulo A *d* E; poſito verò vitro V V, ob refractionem per A *b c d* & E *b c d*, videtur ſub
736. angulo *c d c*, qui præcedente major eſt. *Non tamen pro ratione auctæ magnitudinis apparentis objectum majus videtur* (728); nam ad minorem diſtantiam apparet (733.)

737. *Augmentum magnitudinis apparentis* eo major eſt, quo magis differunt anguli A *d* E & *c d c*; quorum differentia *creſcit* cum acceſſu interſectionum linearum A *d* cum *b c* & E *d* cum *b c*, verſus puncta *b* & *b*; quod obtinet *in acceſſu objecti ad vitrum*; ideoque omnium maxima eſt, quando objectum vitrum tangit; quod probat objecta in ipſo vitro etiam amplificata apparere.

Et

Et in genere, *poſito oculo in medio rariori, objectum quod in medio denſiori videtur majus apparere, quod etiam refractione appropinquatur* (654.) Confirmantur hæc quotidianâ experientiâ, reſpectu objectorum in aquâ viſorum. 738.

Detur *punctum* A *trans lentem convexam* V V *viſum*, radii A *b*, A *b* in *c d*, *c d* minus divergentes exeunt, quaſi nempe ex *a* procederent (694); ideoque punctum hoc *ad majorem diſtantiam apparet* (731.) 739. T. 10. fig. 7.

Etiam magis illuminatum; nam tranſeundo per vitrum ad ſe mutuo accedunt radii, (690) & in minus ſpatium rediguntur, quare etiam majori numero pupillam intrant. 740.

Magnitudo apparens objecti etiam augetur; id eſt, *Objectum* ſub majori angulo *trans vitrum convexum* videtur, quod ex inſpectione figurarum patet: Objectum A E nudis oculis videtur ſub angulo A *d* E, nunc autem ſub angulo majori *c d c*; nam (in fig. 8) radii A *b*, E *b* convergentes, magis convergunt ex lente exeuntes (695); aut (in fig. 9.) divergentes, convergentes ad oculum perveniunt (694.) Idcirco objectum *amplificatum apparet*, & ex remotâ apparentiâ (739; 728), & ex auctâ hujus magnitudine apparente ideo *non ſequitur magnitudo, quam objecto tribuimus, eandem proportionem cum magnitudine apparente*; quare non inhæremus in demonſtrandis quæ hanc ſpectant. Sed generaliter notamus; 741. T. 10. fig. 8. 9. 742.

Angulum, ſub quo objectum trans vitrum convexum videtur, minui in receſſu oculi à vitro; quamdiu objectum non diſtat à vitro ultra punctum, in quo radii paralleli colliguntur: poſito verò objecto ad majorem diſtantiam, augetur magnitudo apparens in oculi receſſu. 743.

Eodem modo, *poſito oculo inter vitrum & focum radiorum parallelorum, in receſſu objecti minuitur* 744.

tur angulus memoratus; poſito oculo ad majorem diſtantiam, idem angulus in receſſu objecti augetur: in quo ultimo caſu ita poteſt removeri objectum, ut trans vitrum non ſit viſibile, ut ſtatim dicetur (748.)

In ipſis etiam caſibus, in quibus objecta ſunt viſibilia, non ſemper diſtinctè apparent.

745. Nam, *ut punctum diſtinctum appareat, requiritur, ut radii à puncto procedentes divergentes oculum intrent* (730); *& ut focus imaginarius horum radiorum detur, reſpectu ſpectatoris, inter limites diſtinctæ viſionis* (731. 718.)

746. Si objectum removeatur ultra focum radiorum parallelorum, radii à puncto objecti manantes convergentes oculum intrant (694); qui caſus nudis oculis impoſſibilis eſt: in hoc viſio ſemper confuſa datur, & oculus ſeſe diſponit, ut viſio omnium minimè ſit confuſa; ex hac diſpoſitione de diſtantiâ dijudicamus, ut in omni caſu in quo unico oculo de hac judicium fertur (724.)

747. Hæc autem diſtantia non ſemper eadem videtur, unde deducuntur, quæ de mutatione figuræ cryſtallini dicta ſunt (716.) Si enim, poſito cryſtallino mobili, figuram immutatam habeat, in omni objecti & oculi ſitu, in quo radii ex puncto manantes convergentes oculum intrant, minima dabitur confuſio, ſi cryſtallinus quantum poteſt ad retinam accedat; ita ut in omni caſu eadem daretur oculi diſpoſitio, & idem judicium circa diſtantiam; quod ut dictum, experientiæ adverſatur: ſi autem in receſſu à retinâ cryſtallinus planior fiat, mutationes dantur in oculo, quæ congruunt cum variis judiciis circa diſtantiam in vario objecti & oculi ſitu.

748. *Si in caſu* ultimo, *in quo radii à puncto convergunt, ita removeatur oculus, ut concurrant radii*

dii antequam ad oculum perveniant, dantur in ſingulis punctis, in quo radii concurrunt, puncta radiantia; nempe foci ſingulorum punctorum objecti, quibus objectum inverſum in plano albo repræſentatur (705); & qui ſunt puncta viſibilia reſpectu oculi, ad quem radii poſt interſectionem pervenire poſſunt (730). In hoc caſu *objectum inverſum apparet*, quia objectum ipſum non videmus, ſed hujus repræſentationem poſt vitrum, quam inverſam dari diximus (705.)

Nudis oculis dixi caſum impoſſibilem eſſe, 749.
in quo radii à puncto convergentes oculum intrant; ideoque viſionem talem ſemper confuſam eſſe; quia nempe ad caſum impoſſibilem oculorum conſtructio non adaptatur: aliquando tamen, ſed rarò, & in hoc caſu objecta diſtinctè videntur, quod cùm ex vitio oculi oriatur, quo omnis diſtincta viſio nudis oculis tollitur, ad has exceptiones regulæ generalis attendendum non eſſe credidi.

Plerorumque ſenum vitium in oculis eſt, quod 750.
niſi objecta longinqua diſtinctè non videant, propinqua confuſè; quod, *interpoſitâ lente convexâ*, vitium *corrigitur*. Radii, à puncto propinquo manantes, ultra retinam concurrunt; per vitrum convexum minus divergunt, dum oculum intrant, & in oculo citius concurrunt; id eſt, ad oculum perveniunt quaſi à puncto remotiori, quod à ſene diſtinctè videtur, procederent.

Trans lentem cavam objecta minus diſtantia, minus illuminata, & minora, apparent. 751.

Radii A*b*, A*b*, & omnes intermedii, tranſeundo per lentem cavam magis divergentes fiunt (700), & oculum intrant quaſi a puncto minus diſtanti *a* procederent (641); in quo punctum A apparet (731.). T. 10. fig. 10.

Ex

Ex radiorum divergentiâ auctâ magis diſperguntur radii, & minori numero oculum intrant, quod minuit puncti illuminationem (732.).

T. 11. fig. 1. Minuitur etiam magnitudo apparens, quia radii A *b*, E *b*, quibus extremitates objecti videntur, minus convergentes ad oculum perveniunt (701); ideò angulus *c d c*, ſub quo trans lentem objectum videtur, minor eſt angulo A *d* E, ſub quo nudis oculis apparet: quare & ex imminutâ diſtantiâ & ex imminuto angulo memorato, imminutum apparet objectum (728.).

752. *Illis inſervit lens cava, qui objecta propinqua tantum diſtinctè vident*; Myopes vocantur; trans hanc lentem puncta remota appropinquantur (751); & radii, qui ante retinam concurrebant, magis divergentes oculum intrantes, in retinâ concurrant.

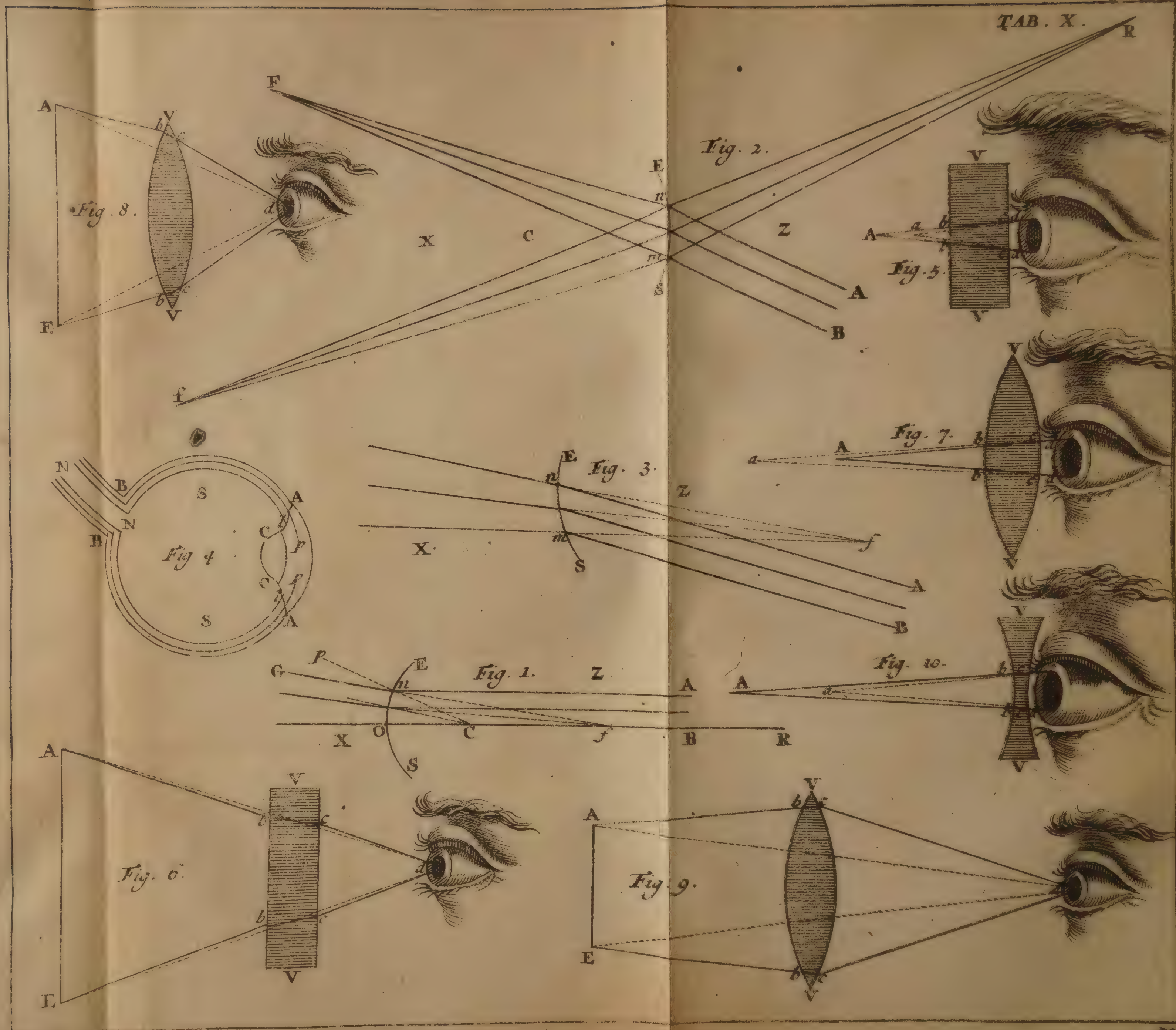
Vitra dantur unicâ ſuperficie planâ ab unâ parte terminata, ad aliam variis ſuperficiebus planis, angulos inter ſe formantibus, per has radii, ab eodem puncto procedentes, diverſas patiuntur refractiones; & pro ſingulis ſuperficiebus oculum intrant juxta diverſam directionem, & quaſi à puncto diverſo procederent: id eſt, format idem punctum varios focos imaginarios; & idcirco multiplicatum apparet: videtur nempe in ſingulis focis imaginariis (731): quod cùm obtineat reſpectu ſingulorum punctorum

753. objecti, *per talem lentem polygonam objectum multiplicatum apparet.* (Exp.)

CAPUT XII.

De Microſcopiis & Teleſcopiis.

VItrorum, ſphæricis ſuperficiebus terminatorum, uſus, in corrigendis oculorum Senum & Myopum vitiis, vidimus (750. 752.) Quan-


TAB. X.
Fig. 8.
Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 4
Fig. 3.
Fig. 10.
Fig. 1.
Fig. 6.
Fig. 9.

Quantum valeant, in minimis objectis detegendis, & in longè diſtantibus quaſi ſub oculis ponendis, dicendum eſt.

Vitra convexa objecta amplificare diximus (741); quæ amplificatio pendet à refractione radiorum, tranſeundo per lentem convexam, unde ſequitur illam augeri, ſi ſervatis iiſdem conditionibus, refractio augeatur; quem effectum obtinemus, augendo convexitatem lentis; quæ eò convexior eſt, quo ſuperficies, hanc terminantes, ſunt portiones minoris ſphæræ; quod niſi in exiguis vitris locum habere non poteſt.

DEFINITIO I.

Tales lentes exiguæ *Microſcopia* vocantur. 754.

Microſcopio exigua objecta in immenſum amplificantur ita, ut quæ nudis oculis detegi non poſſunt, hoc mediante, diſtinctiſſimè videantur. 755.

DEFINITIO 2.

Spatium per Microſcopium viſum, id eſt, circulus in quo objecta per Microſcopium viſibilia ſunt, vocatur Microſcopii campus. 756.

Per Microſcopium V ſi intueamur objectum exiguum A E, in *a e* amplificatum apparebit (739. 741.) (*Exp.*) T. 11. fig. 2.

Dantur & Microſcopia compoſita, ex duabus aut tribus lentibus conſtantia; quo fundamento nitantur, explicatione illius, quod ex duabus lentibus conſtat, ſatis patebit.

Detur lens exigua, admodum convexa, V V, ad talem ab hac diſtantiam detur objectum A E, ut ſingula illius puncta poſt lentem focum ſuum habeant (705. 694); admoveatur ita objectum, ut foci removeantur ad *a e* (694), dabitur ibi objecti repræſentatio, admodum amplificata, quæ ſuper plano albo ſi recipiatur ſenſibilis fiet (705.). (*Exp.*). T. 11. fig. 3.

Puncta ſingula repræſentationis *a e* ſunt pun-

puncta radiantia, & viſibilia (730. 748); quæ per microſcopium majus V V viſa, auctam repræſentationem *a e* exhibent in a e (755); id eſt, radii ab objecto A E procedentes, poſt refractionem per ambas lentes V V, V V, oculum intrabunt, quaſi ex objecto in a e procederent.

757. *Objectum* itaque *inverſum*, & *multò magis amplificatum*, *per* hoc *Microſcopium compoſitum apparet, quàm per Microſcopium ſimplex.*

DEFINITIO 3. & 4.

758. *In hoc Microſcopio lens minima objecto vicina vocatur* objectiva, *alia* ocularis *dicitur.*

Ne hæc nimium ſit exigua requiritur: nam puncta repræſentationis *a e*, licèt ſint puncta radiantia, non tamen verſus omnes partes lumen emittunt; radii ſoli, qui per lentem objectivam tranſeunt, ſeſe mutuò interſecant in ſingulis punctis repræſentationis *a b*; quæ ergo per lentem ocularem viſibilis non erit, niſi radii, per lentem objectivam tranſeuntes, ad

759. lentem ocularem perveniant. *Campus* ideò *pendet à magnitudine hujus lentis.*

760. *Oculus* etiam ita *diſponendus eſt*, ut omnes radii, qui ad lentem ocularem pertingunt, per hanc tranſeundo, ad oculum perveniant; quod obtinemus, diſponendo oculum *in d*, *puncto*, *in quo radii à centro lentis objectivæ provenientes*, *ocularem tranſeundo*, *colliguntur.*

Per Microſcopia objecta ſatis illuminata apparent; quia parum à vitro diſtant, & ita radii iidem per exiguam lentem tranſeunt, qui ad diſtantiam majorem, niſi per majus fora-

761. men, non tranſirent. *Sæpe* tamen, *in maximis amplificationibus*, *neceſſe eſt*, *ut objecta illuminentur radiis*, *tranſeundo per lentem convexam*, *collectis.*

Magnam cum Microſcopio compoſito affini-

ni-

nitatem habet Teleſcopium Aſtronomicum.

DEFINITIO 5.

Teleſcopia *vocantur*, *inſtrumenta ad objecta longinqua videnda adaptata.* 762.

De quo nunc agimus, vocatur *Aſtronomicum*, quia rebus terreſtribus videndis minimè eſt aptum, objecta enim inverſa repræſentat: de ſitu autèm apparentiæ minimè ſolliciti ſunt Aſtronomi. 763.

Teleſcopium hoc *conſtat ex duabus lentibus convexis*, unà objectivà, quæ verſus objecta diſponitur, alterà oculari, quæ ad partem oculi datur. Ope primæ, objecta longinqua ad certam diſtantiam poſt lentem repræſentantur (705), ut in microſcopio compoſito objecta propinqua. Per lentem ocularem ſi obſervetur hæc repræſentatio, amplificata & inverſa apparet, ut de Microſcopio dictum. *Campum* 764.
etiam in hoc caſu, ut in Microſcopio, *à magnitudine lentis ocularis pendere*, clarè liquet; ut & *ſitum oculi eodem modo pro Teleſcopio, quàm pro* 765.
Microſcopio, determinari (760): differt enim Teleſcopium Aſtronomicum à Microſcopio compoſito in eo ſolo, quod in hoc lentes ſint magis convexæ, quæ objectis longinquis videndis minimè ſunt aptæ, præcipuè quod ſpectat lentes objectivas. In Microſcopio lens objectiva ocularem convexitate ſuperat; in Teleſcopio contrarium obtinet.

Teleſcopia, quantumvis longa, ſideribus obſervandis apta ſunt, quæ viginti pedes excedunt, ad objecta, in terræ ſuperficie, videnda nullius uſus ſunt; propter aëris continuam agitationem, in tantâ objectorum amplificatione nimium ſenſibilem.

Brevius autem *Teleſcopium Aſtronomicum, rebus terreſtribus videndis, adaptatur, additis duabus lentibus convexis*, quæ etiam oculares dicuntur; 766.

tur; tres autem oculares ſimiles ſunt, & minus convexæ quàm in Teleſcopio Aſtronomico, ſervatâ eâdem lente objectivâ.

767. Detur lens objectiva V V, quæ objectum longin-
T. 11. quum inverſum repræſentat in *e a*; Dentur ul-
fig. 4. terius lentes oculares tres D D, D D, D D. Prima diſponitur, ut radii, à punctis repræſentationis *e a* procedentes, paralleli lentem exeant (694.): in hoc caſu radii, qui à puncto medio lentis objectivæ procedunt, colliguntur in G (694.); ſecunda lens diſponitur, ut radii hi in G collecti, ibique ſeſe mutuo interſecantes, & quaſi ex illo puncto procedentes, paralleli exeant (694.); quibus poſitis, radii à vitro objectivo ad *e* provenientes, ibique ſeſe mutuo interſecantes, & punctum hoc repræſentationis objecti formantes, per primam lentem refracti, per G paralleli inter ſe moventur; per ſecundam lentem refringuntur juxta directionem D e & in e colliguntur (693.) ita, ut hoc punctum ſit punctum novæ repræſentationis. Eodem modo puncto *a* primæ repræſentationis reſpondet punctum a ſecundæ repræſentationis; quod cùm etiam locum habeat reſpectu punctorum intermediorum, datur objecti repræſentatio in a e. (*Exp.*).

Si repræſentatio a e videatur per tertiam lentem ocularem, poſito oculo in *o*, in quo colliguntur radii paralleli a D, e D,
768. *amplificatum, appropinquatum & erectum, objectum apparet*; videtur enim ſub angulo D *o* D, dum nudis oculis ſub angulo exiguo apparet; etiam objectum appropinquatum habemus, quia, licèt ultra a e videatur, diſtantia tamen, ad quam apparet, relationem ſenſibilem non habet ad objecti longinqui diſtantiam. (*Exp.*).

769. *Singula etiam objecti puncta magis illuminata apparent*; radii enim qui, ab aliquo pun-

puncto ad ſingula lentis objectivæ puncta advenientes, in puncto repræſentationis ſeſe mutuò interſecant, propter exiguam lentis ocularis ab hac repræſentatione diſtantiam, parum diſperguntur, antequam ad oculum perveniant; ita ut omnes hunc intrent. Eſt itaque illuminatio, per Teleſcopium, ad hanc, nudis oculis, ut ſuperficies lentis objectivæ, per quam radii tranſeunt, ad pupillæ ſuperficiem (732.).

Conſtruuntur etiam *ex duabus lentibus Teleſcopia, per quæ objecta erecta, illuminata, & amplificata, apparent.* Breviora hæc ſunt, nam propter arctum campum, ſi longitudine pedem unicum excedant, ferè nullius uſus ſunt. 770.

Sit V V lens objectiva; repræſentatio inverſa objecti diſtantis datur *e a* (705.): lente cavâ D D intercipiuntur radii ita, ut qui à centro lentis V V procedunt, inflectantur quaſi à puncto *f* procederent (700.); eâdem refractione radii concurrentes in *a*, divergentes fiunt (701.), habentes focum imaginarium in a; quod idem in ſingulis punctis repræſentationis *e a* obtinet, & loco hujus datur repræſentatio imaginaria, erecta, in a e; id eſt, radii oculum intrant, quaſi ex objecto in a e procederent. T. II. fig. 5.

Radii, omni reſpectu, divergentes ex lente *oculari* exeunt; ideò *quantum poteſt oculus* huic *lenti admovendus eſt.* 771.

Campus in hoc Teleſcopio pendet à magnitudine lentis objectivæ: radii enim, qui à puncto obliquè ad centrum hujus lentis perveniunt, ſæpe oculum non intrant, dum radii ab eodem puncto, qui per lentem verſus peripheriam tranſeunt, ad oculum pertingunt. 772.

CA-

CAPUT XIII.

De Reflexione Luminis.

LUmen à corporibus opacis repercuti vidimus, & quidem in omnibus punctis verſus omnes partes (704.). In cauſâ eſt inæqualitas ſuperficierum, quæ conſtant ex innumeris planis minimis, quæ, in omnibus punctis ſenſibilibus, verſus omnes partes diriguntur; quod fieri poſſe videbimus, ſi concipiamus minimas illas ſuperficies ubique exigua quaſi hemiſphæria formare.
773. Hoc revera ſic ſe habere deducimus, ex reflexione luminis, *á ſuperficiè politâ*, id eſt, cujus æqualitates ſunt ſublatæ; quæ *verſus unicam tantum partem in ſingulis punctis lumen* reflectit; quod æquè in curvis ac planis ſuperficiebus locum habet. Etiam, à ſuperficiebus minimè politis, lumen maximâ copiâ *reflecti* verſus illam partem, verſus quam, ſi politæ forent, in totum reflecteretur, quotidianis experimentis extra dubium eſt.

T. 11. fig. 6. Sit radius luminis A C, obliquè in ſuperficiem planam impingens; ſit ad hanc perpendicularis C O, & reflectatur radius per C B,

DEFINITIO

774. Radius C B, vocatur *Radius reflexus.*
Angulus O C B eſt *angulus reflexionis.* (293.)

775. *Radius reflexus eſt cum incidente in eodem plano perpendiculari ad planum reflectens.*

776. Hujus enim *plani actio, qua lumen repercutitur, perpendiculariter dirigitur ad hoc planum*, quod ſibi ſimile ponitur in omnibus punctis.

777. *Angulus reflexionis æqualis eſt angulo incidentiæ.* (Exp.)

778. *Si radius reflexus fiat radius incidens*, id eſt, ſi lu-

lumen accedat per lineam B C, redibit per C A, id eſt, *primus incidens fiet reflexus*, ut patet ex æqualitate angulorum B C O, O C A.

Ex hac æqualitate angulorum incidentiæ & reflexionis, ulterius deducimus, *lumen eâdem cum vi à corpore poſt impactum recedere, qua acceſſit*. Reſolvatur motus per A C, in duos motus per A O & O C (289.), poſitis A O ad planum reflectens parallelâ, & O C ad hoc perpendiculari; continuetur A O; motus juxta hanc directionem non mutatur ex plani actione: ſint ideò A O & O B æquales; ſi lumen recedat à plano ea cum vi, cum qua acceſſit, motus ex repulſione repræſentatur per C O, & in hoc caſu radius reflexus tranſit per B (147.); id eſt, angulus O C B æqualis eſt angulo O C A, quod cum experimento congruit. 779.

Circa luminis reflexionem notatu digniſſimum eſt, *lumen non incurrere in partes ſolidas corporum, dum ab his reflectitur, ſed ibi reflecti, ubi liberrimè pertranſire poteſt*. Variis illud probabo experimentis, quibus aliæ miræ reflexionis proprietates deteguntur. 780.

Quotidianum eſt experimentum à nemine non obſervatum, *lumen* dum per medium quodcunque movetur, ex. gr. vitrum, aquam, aërem, ſenſibilem & regularem non pati reflexionem: ibi autem *reflecti, ubi media duo diverſæ denſitatis ſeparantur*, ſic in ſuperficie aquæ aut vitri reflectitur. 781.

An tantâ copiâ lumen, ubi media ſeparantur, in horum particulas poteſt incurrere, dum per utrumque per ſpatium magnum in has non incurrendo movetur? An tales particulæ majori numero verſus ſuperficiem dantur quam alibi?

Lumen etiam *majori copia reflectitur, in denſiori medio, incurrendo in ſuperficiem rarioris, quàm* 782.

 con-

contra in rariori, inpingendo in ſuperficiem denſioris. Si in loco obſcuro, in quo lumen per foramen intrat, detur priſma triangulare vitreum, & lumen priſma intret; ſi in priſmate ad latus perveniens efficiat angulum incidentiæ majorem grad. 40. in totum reflectitur, & nihil in aërem penetrat; lumen autem in aëre a vitro nunquam in totum reflectitur. *(Exp.)*.

Si verò reflexio fiat ex impactu luminis in partes ſolidas corporum, plures tales dantur partes in aëre, quàm in vitro: nam ſi ab ipſo vitro in hoc lumen reflecteretur, ad ſeparationem mediorum lumen nunquam pertingeret: ex vitro etiam lumen poſſe exire, ubi reflectitur, in Exp. ſtatim memorandis probatur. In viciniis idcirco vitri tot requiruntur partes in aëre, ut lumini via non detur, ita ut in totum in vitrum reflectatur; tales tamen non dari patet, quia per aërem juxta omnes directiones ad vitrum uſque pervenit lumen & vitrum intrat. Etiam in eodem loco ſuperficiei, ſeparantis vitrum & aërem, lumen ab unâ parte accedens reflectitur, dum quod à parte oppoſitâ advenit, tranſmittitur. Quod clarè probat lumen ibi reflecti, ubi petranſire poteſt.

783. Si in experimento ſtatim memorato minuatur luminis obliquitas, pro parte in aërem tranſibit. *(Exp.)*. Quis concipiet lumen, quod ex vitro in aërem tranſit & in partes ſolidas non incurrit, illud totum, ſi paululum augeatur obliquitas, incurrere in tales partes: cùm in utroque medio, ut dictum, meatus juxta omnes directiones dentur.

784. Si quando lumen in totum in vitro reflectitur, loco aëris aqua vitrum tangat, lumen, quod in aërem impingendo, in totum reflectebatur, nunc

nunc in aquam incurrens, pro parte in hanc penetrat, & pro parte tantum reflectitur. (*Exp.*). Quod experimentum cum reflexione, ex impactu in partes ſolidas, minimè congruit.

In parte tertiâ hujus libri etiam videbimus, tenues laminas, quæ lumen reflectunt, illud tranſmittere, ſi craſſiores fiant.

Probat etiam Exp. ultimò memoratum *vim reflectentem eo eſſe majorem, quo media, quæ à ſuperficie reflectente ſeparantur, magis denſitate differant*, vitrum enim & aër, magis quàm illud cum aquâ, denſitate differunt. 785.

In hoc Experimento etiam videmus *reflexionem fieri ex eâdem vi, qua radii refringuntur, quæ in diverſis circumſtantiis varios edit effectus.* Radius, qui ex medio denſiori in rarius tranſit, attractione illius medii à perpendiculari recedit (621.); ſi incidentis obliquitas augeatur, augetur & refracti obliquitas, donec tandem hic, in ipſa ſuperficie media dirimente, moveatur. Quod obtinet, quando ſinus anguli incidentiæ eſt ad ſinum totum, ut ſinus incidentiæ in medio denſiori, ad ſinum refractionis in rariori; in hoc enim caſu augulus refractionis eſt rectus. Si ulterius incidentis radii obliquitas augeatur, radium in rarius non poſſe penetrare clarè patet; hicce eſt caſus, in quo lumen in totum reflectitur; quæ reflexio pendet ab attractione, qua radii refringuntur. Nam radius, dum per ſpatium attractionis movetur, incurvatur verſus medium denſius (615.); ſi in denſiori medio detur & ita incurvetur, ut antequam per totum penetraverit ſpatium attractionis, tangens ad curvam parallela ſit ſuperficiei media ſeparanti, curva continuata regreditur, ideoque radius reflectitur ex attractione medii denſioris, hæcque curvæ continuatio ſimilis & æqualis eſt primæ portioni, & efficit angulum reflexionis æqualem angulo 786.

gulo incidentiæ; quia per eandem partem ſpatii attractionis lumen redit, & eædem vires attrahentes in punctis reſpondentibus portionum curvæ in lumen agunt. Sic corpus projectum, in aſcenſu & deſcenſu, curvas ſimiles & æquales deſcribit.

787. *Non* tamen *omnem reflexionem ab hac attractione eodem modo pendêre*, clarum eſt, nam in eo caſu, in quo refractio datur, lumen pro parte reflectitur; ne quidem in totum ex rariori medio in denſius penetrat lumen: nam & in hoc caſu, in quo attractio quam maximè reflexioni opponitur, quidam radii repercutiuntur.

788. *Reflexionem* tamen, *in omni caſu, cum vi refringente relationem habere*, in dubium vocari non
789. poteſt. *Ubi lumen ſine refractione tranſit, ibi non reflectitur* (613. 781.) *ubi autem refractio maxima eſt, ibi etiam reflexio fortior* (626. 785.); quod non modo obtinet, quando lumen, in medio denſiori motum, in rarius impingit, ut in n. 784. ſed idem obſervatur, quando lumem in denſius medium impingit: ſic poſito lumine in aëre, ſuperficies vitri fortius reflectit, quam aquæ; adamantis ſuperficies iterum fortius. Immerſis aquâ, vitro & adamante, in ſeparatione horum corporum cum aquâ vis refringens minor eſt quàm in viciniis aëris & eorundem corporum (626.); minus etiam fortiter in aquâ, quàm in aëre, reflectunt lumen hæc corpora. Ex hac relatione vis reflectentis cum vi refrin-
790 gente deducimus, *lumen repercuti ad certam diſtantiam à corporibus*, eodem modo ac vis refringens ad certam à corpore diſtantiam agit; confirmatur hæc propoſitio ex demonſtratis circa reflexionem, quæ non pendet ab impactu in partes ſolidas corporum; & pleniſſimè evinci-
791. tur ſi conſideremus, *corpora polita regulariter lumen reflectere*, quod in ſpeculis obſervamus,

licèt

licèt in horum ſuperficiebus innumeræ dentur raſuræ: nam pulveris attritu poliuntur, & quantumvis ſint exiguæ hujus particulæ, reſpectu luminis raſuras magnas in ſuperficie relinquunt; unde in ipſâ ſuperficie reflexio neceſſario irregularis eſt; ſi autem ad exiguam à ſuperficie diſtantiam reflexionem fieri concipiamus, minuuntur, & ferè in totum tolluntur irregularitates, ut attendendo facilè liquet.

CAPUT XIV.

De Speculis planis.

T. 11.
SIt *bc* ſuperficies ſpeculi plani; A punctum fig. 7.
radians; *continuetur planum ſpeculi, & ad hoc* 792.
à radiante A dimittatur perpendicularis A C; ſi continuetur hæc, & fiat C a æqualis C A, a erit focus imaginarius reflexorum radiorum ex A procedentium. Sit A *b* radius incidens; *bf* radius reflexus, continuetur hoc ultra ſpeculum; propter angulos incidentiæ & reflexionis æquales inter ſe (777), æquantur etiam horum complementa anguli A *b* C, *fbd*; huic æqualis eſt oppoſitus ad verticem *ab* C. Triangula A *b* C, *ab* C rectangula habent latus commune C*b* & angulos æquales C*ba*, C*b*A; in omnibus ergo conveniunt, & ſunt æquales inter ſe C A & C*a*: quæ demonſtratio omnibus aliis radiis, ex A profluentibus, competit, in quocunque plano perpendiculari ad planum ſpeculi concipiantur. Idcirco ubicunque oculus detur, ſi ad hunc radii reflexi perveniant, oculum intrabunt quaſi ex *a* procederent; & in hoc puncto apparebit punctum A
(731); hujus autem *puncti apparentia eundem ſi-* 793.
tum habet reſpectu ſpeculi, ad partem poſticam,

quàm habet ipſum punctum radians ad partem anticam.

Quod ſi applicetur ad ſingula puncta objecti, 794. patebit, *objectum poſt ſpeculum apparêre, in eo ſitu, in quo reverâ datur ante ſpeculum.*

CAPUT XV.

De Speculis ſphæricis.

OMnis ſuperficies ſphærica conſiderari poteſt, quaſi formata ex innumeris ſuperficiebus planis minimis; planumque, ſphæram in puncto quocunque tangens, eſt quaſi continuatio talis plani exigui.

Specula ſphærica ſunt aut *cava* aut *convexa.*

Prima formantur ex portione ſphæræ cavæ & politæ.

Secunda ſunt portiones ſphærarum ab exteriori parte politarum.

795. *Radius in ſpeculum quodcunque ſphæricum impingens, cum ſuo reflexo, dantur in plano, quod continuatum per ſphæræ centrum tranſit* (775.), eſt enim tale planum ad ſuperficiem ſphæræ perpen-
796. diculare. *Linea, quæ per centrum ſphæræ & punctum incidentiæ ducitur, continuata, cum radio incidente & reflexo angulos æquales format* (777.); nam linea hæc eſt perpendicularis ad ſuperficiem, & hi ſunt
797. anguli incidentiæ & reflexionis: ideoque *radius per centrum tranſiens, aut qui continuatus per centrum tranſiret, reflexus in ſe redit.*

T. 11. fig. 8. Sit *be* portio ſpeculi convexi, cujus convexitatis centrum eſt C: punctum radians A; ſint A*b*, A*d*, A*e*, radii incidentes, reflexi erunt
798. *bf*, *dg*, *eh*, *ſi à puncto radiante A ducatur tangens ad ſpeculum*, radius reflexus erit continuatio incidentis, aut potius *in puncto contactus terminatur radiorum reflexio.*

Si

Si radii à ſpeculo convexo reflexi bf, dg, eh 799.
continuentur, cum omnibus intermediis, *interſectionibus ſuis formant curvam aa*, quam omnes hi radii tangunt, & radii vicini ſeſe mutuo interſecant in ipſa peripheria curvæ; ita ut ſemper oculum intrent quaſi à puncto peripheriæ procederent; *in qua* ideò *punctum A* ſemper *apparet* (731.), quamdiu reflexi ad oculum pervenire poſſunt, & oculus movetur in plano, quod per centrum ſphæræ tranſit: remoto verò oculo ex hoc plano, in aliâ curvâ apparet radians, quia tales curvæ dantur in ſingulis planis, quæ per A & C concipi poſſunt.

Cum omnes hæ curvæ & quidem integræ dentur poſt ſpeculum, *omnia* etiam *objecta poſt* 800.
ſpeculi ſuperficiem apparent.

Objecta etiam *apparent erecta*. Nam ſi punctum 801.
A moveatur circa ſpeculum, eodem motu fertur tota curva *aa*; quod probat, quantum ad ſitum erectum aut inverſum, puncta repræſentationis eandem inter ſe habere relationem, quam ipſius objecti puncta.

Recedente puncto A à ſpeculo, recedit & tota curva motu contrario; poſito autem A ad diſtantiam infinitam, punctum curvæ, à ſuperficie maximè remotum, ab hac diſtabit quartam partem diametri: Unde ſequitur *imminuta apparere objecta*; repræſentationes enim omnes inter 802.
arctos limites continentur.

Si movetur oculus, movetur & objecti apparentia, 803.
cujus figura etiam mutatur: ſingula enim puncta per ſuas curvas moventur, & quidem inæqualiter pro diverſo oculi ſitu, reſpectu ſingularum curvarum; unde neceſſario figura mutatur.

Sit bd ſpeculum cavum, portio ſphæræ cujus 804.
centrum eſt C; *cadant in ſpeculi ſuperficiem radii* T. 12.
paralleli, inter quos detur C *d* per centrum tranſi- fig. 1.

 ens;

ens; reflexione hic in ſe redit (797.). & *radii vicini, reflexi, convergentes fiunt, & cum hoc concurrunt* in focum F, punctum medium inter *d* & C. Sit A *b* radius parum à C *d* diſtans; ducatur ſemidiameter C *b*; angulus incidentiæ erit A *b* C, cui æqualis eſt angulus reflexionis C *b* F (796.), ut & angulus alternus *b* C F; Eſt ergo iſoſceles triangulum *b* F C, & latera F C & F *b* ſunt æqualia: propter exiguum *b d*, F *d* & F *b* ſenſibiliter non differunt; ideò F C & F *d* ſunt æquales: quæ demonſtratio omnibus radiis à C *d* parum diſtantibus competit.

Si radii paralleli magis à C *d* diſtent, in F non conveniunt; omnes tamen in circellum exiguum concurrunt, ſi ſpeculi diameter non excedat ſextam aut quintam partem diametri ſphæræ, cujus portio eſt ſpeculum.

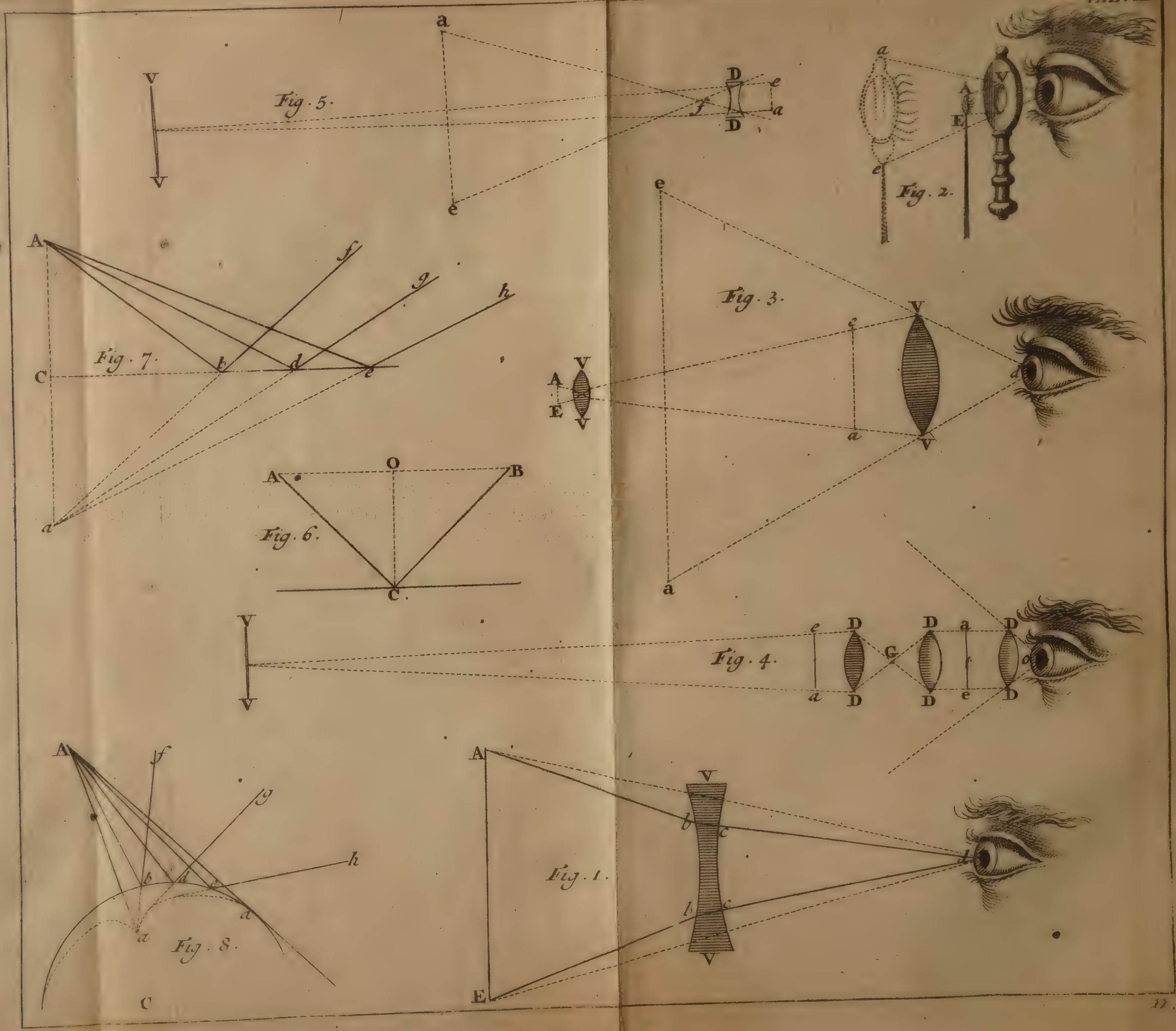
805. Hoc fundamento nituntur *ſpecula uſtoria*, quæ *radios ſolares* parallelos *in focum colligunt*. Detur ſpeculum concavum, ex metallo, aut vitro hydragyro à poſteriori parte induto. Expoſito ſpeculo radiis ſolaribus ita, ut radius, qui ad ſpeculi punctum medium pertingit, ad ſuperficiem ſit perpendicularis; cùm omnes alii huic ſint paralleli, colliguntur in focum, ad diſtantiam à ſpeculo quartæ partis diametri ſphæræ, *ibique violenter urunt*. (Exp.).

Si conſideremus radios à C *d* remotos & huic parallelos, ſi vicini fuerint, reflexi ſeſe mutuo interſecant, antequam ad C *d* perveniant; & in
806. hoc caſu, id eſt, *ubi incidentes paralleli obliquè in ſpeculum impingunt, parum diſperſi reflexione in unum punctum colliguntur.*

807. *Si focus, in quo radii paralleli à ſpeculo cavo colliguntur, fiat punctum radians*, radii *parum diſperſi, reflectuntur paralleli inter ſe* (804. 778).

808. Ex hiſce ſpeculi cavi proprietatibus deducimus methodum repræſentandi objecta in loco ob-

TAB. XI.



obſcuro, ſimilem illi, de qua antèa, adhibitâ lente convexâ (705.).

Detur foramen F in pariete; ſit a b ſpeculum T. 12. cavum ita diſpoſitum, ut colligat in F radios fig. 2. parallelos, & ad parietem perpendiculares: juxta hanc directionem radii ex F procedentes reflectuntur (807.), quales ſunt radii, qui, ab objectis repercuſſi, in F ſeſe mutuò interſecant.

Sint A F radii à puncto objecti longinqui manantes; reflectuntur hi à ſpeculo perpendiculariter ad parietem; & quia radii ex punctô longinquo, per exiguum foramen tranſeuntes, pro parallelis haberi poſſunt, colliguntur hi, poſt reflexionem, in punctum *a*, ad diſtantiam parietis (806.), id eſt, in ſuperficie hujus; ubi idcirco punctum repræſentatur. Eodem modo radii per B F, à puncto profluentes, colliguntur in *b*, quod cùm reſpectu omnium punctorum objecti locum habeat, datur hujus repræſentatio in pariete; qui ſi albus fuerit, & objectum Solis radiis illuſtratum, vividis coloribus depictum objectum erit. (*Exp.*).

809. *Sit ſpeculum cavum b e*; centrum cavitatis C; *punctum radians* A, *ultra centrum* C *à ſpeculo diſtans*; *radii* incidentes A *b*, A *d*, A *e*, quorum T. 12. fig. 3. *reflexi b f*, *d g*, *e h*, cum intermediis, *mutuis interſectionibus*, *formant curvam a a*, *quam omnes tangunt*; *Punctum* ideo A *in hac curvâ apparet* (799.), & moto oculo in plano curvæ apparentia per hanc curvam transfertur. In ſingulis autem planis quæ per C A concipi poſſunt talis datur curva, omnes concurrunt in linea C A, nempe in *a*. *In* hoc *puncto a* ergo *maximâ copiâ colliguntur radii reflexi*, quod ideò vocatur 810. focus radiorum ex A profluentium. Vice verſa A eſt focus, poſito radiante in *a* (778.).

In hac figura pars curvæ, quæ ab unâ parte lineæ A C datur, tantum delineata eſt; pars

ſimilis ad aliam partem concipi debet; ambæ junguntur in foco puncti radiantis.

811. *Recedente puncto radiante ad ſpeculum accedit curva.*

Accedente radiante recedit à ſpeculo curva
812. & verſus ipſum radians movetur; donec *in centro* C concurrant; in quo *ſi detur radians, omnes radii reflexi cum incidentibus coincidunt* (797.), & tota curva quaſi coacta eſt in ipſo centro.

813. *Si* ultererius accedat *radians*, ut *inter centrum & ſpeculum detur*, magis etiam recedit *curva*, quæ tunc *ultra centrum datur*, & in curvâ omnium maximè recedit punctum, in quo omnes curvæ quæ in variis planis concipiuntur concurrunt, id eſt, focus puncti radiantis, qui ad
814. diſtantiam infinitam datur, *quando radians diſtat à ſpeculo quartam partem diametri ſphæræ* (804 807.). Tuncque *curva in infinitum extenditur & duæ partes* quæ in foco radiantis concurrunt *ſeparantur*;
815. talis pars ſeparata videtur in a a; *ſi magis accedat radians, magis à ſe mutuo declinant curvæ partes*, quia radii ut A *b* cum vicinis reflexi curvam non tangunt, ſed divergentes ſunt; id eſt, reflexi ultra ſpeculum continuati ſeſe mutuo interſecant, *& formant novam curvam poſt ſpeculum, quæ conſtat ex duobus cruribus*, quorum unum videtur in *a a*: concurrunt in lineâ C A continuatâ, nempe in *a*, & recedendo à ſpeculo in infinitum porriguntur. Daturque ab utraque parte puncti radiantis, in ſuperficie punctum ut *d*, quod ſeparat radios formantes curvas *a a* & a a; radiuſque A *d* reflexus in *d g* neutram curvam tangit, ſi verſus utramque partem *g*, *g*, in infinitum continuetur, licèt continuò magis ad utramque curvam accedat. Si tota ſphæra abſolveretur, reſpectu partis oppoſitæ ſphæræ, ultra centrum diſtaret radians, & radii reflexi formarent curvam, de qua antea

T. 12 fig. 4

tea (809.), qua conjungerentur crura ſeparata ut a a. His præmiſſis phænomena ſpeculorum concavorum explicanda ſunt.

Si corpore lucido illuminetur ſpeculum, radii à ſingulis punctis corporis manantes reflexi, curvas formant, ſed *maximâ copiâ in horum punctorum focis colliguntur* (810); *ſi ideo foci hi in ſuperficie plani albi dentur, dabitur ibi corporis lucidi repræſentatio*, ut in n. 697. & quidem *inverſa*, nam linea quæ jungit punctum radians cum ſuo foco, tranſit per centrum ſphæræ (810); in quo idcirco omnes tales lineæ ſeſe mutuo interſecant; & hæc interſectio, datur inter punctum radians & focum (813), in quo punctum repræſentatur. *Accedente autem ad ſpeculum corpore lucido*, recedit *apparentia* (811), quæ in eo caſu *major eſt*. (Exp.). 816. 817.

Objecta, ultra centrum poſita, inter ſpeculum & centrum apparent, nam ſingula puncta in curvâ ut *a a* apparent (809); etiam *imminuta & inverſa ſunt objectorum idola*: nam in arctum ſpatium rediguntur; & in deſcenſu puncti A adſcendit repræſentatio hujus; linea enim *a a* eundem ſervat ſitum reſpectu A C *a* rotantis circa centrum C. (*Exp.*). 818. T. 12. fig. 3. 819.

Repræſentatio puncti, in centro ſphæræ poſiti, cum ipſo puncto radiante coincidit, & ab hoc quaſi abſorbetur (812). 820.

Poſito oculo in hoc centro nullum objectum ab hoc poterit videri; ſoli enim radii ab oculo provenientes ad ipſum reflectuntur (797). (*Exp.*) 821.

Si objectum detur inter centrum & punctum, in quo radii paralleli reflexi colliguntur; apparet etiam *objectum extra ſpeculum, ad majorem diſtantiam à ſpeculo, quàm ipſum objectum* (813); *inverſa eſt repræſentatio*, quod eodem modo probatur ac in n. 819; *& amplificatur*, quia hæc magis removetur à centro, quàm ipſum objectum ab hoc 822.

 di-

diſtat; in infinitum enim à centro recedit repræſentatio, dum objectum quartam partem diametri ſphæræ percurrit. (*Exp.*)

823. *Si objectum non diſtet á ſpeculo quartam partem*
T. 12. *diametri ſphæræ, pro diverſo oculi ſitu, aut ante aut*
fig. 4. *poſt ſpeculum objectum apparet.* Poſito oculo, ut radii reflexi ad hunc perveniant, qui formant curvam *a a*, ut verſus *f*, videbit objecti apparentiam ultra ſpeculum (815), amplificatam; quia curvæ ut *a a*, quæ ad varia puncta pertinent divergentes ſunt. (*Exp.*).

Si ad oculum perveniant radii formantes curvam a a, objectum extra ſpeculum apparet: &
824. *in utroque caſu repræſentatio eſt erecta;* adſcendente enim aut deſcendente puncto A, eodem motu curvæ *a a*, a a, in quibus repræſentatur, agitantur. (*Exp.*).

825. *Si oculus detur* in puncto, in quo radii reflexi pertinentes ad utramque curvam ſeſe mutuo interſecant, *ut in O; duplex dabitur objecti apparentia,* (Exp.).

Facile patet in omni caſu, apparentiæ puncta non eandem inter ſe habere relationem
826. quam habent objecti puncta; ideoque *ſpeculum cavum nunquam objectum exactè repræſentare:* maximè tamen irregularis repræſentatio eſt, quæ datur in lineis ut a a.

827. Dantur & ſpecula cylindrica convexa & cava, uno reſpectu ſunt plana, alio reſpectu ſphærica; idcirco objectorum repræſentatio admodum irregularis eſt, quæ irregularitas, cùm à regulari figurâ pendeat, determinari poteſt ita, ut figuræ delineantur, quæ dum revera irregulares ſunt, in tali ſpeculo, in determinato oculi ſitu, regulares videntur. (*Exp.*).

LIBRI III.

Pars III. De Opaco & Coloribus.

CAPUT XVI.

De Corporum Opacitate.

DEFINITIO.

Corpora quæ lumen tranſmittunt vocantur pellucida. Talia ſunt omnia media (611), vacuo excepto. 828.

Nullum datur corpus, cujus partes minimæ non ſint pellucidæ; hoc in dubium nemo vocabit, qui microſcopiis ſæpe uſus eſt: partes quædam metallicæ, quæ licèt exiguæ, lumen non tranſmittunt, ſi in menſtruis diſſolvantur, id eſt, in partes multò minores dividantur, translucidæ fiunt. Facili etiam experimento probatur, lumen per pleraque corpora opaca tranſire poſſe. 829.

In cubiculo obſcuro, in quo lumen ſolare per foramen intrat, ſi obtegatur foramen laminâ tenui corporis opaci, per hanc tranſibit lumen; lignum craſſitiei decimæ partis pollicis lumen omne non intercipit. (*Exp.*) Hoc autem experimento perfecta partium transluciditas in corporibus opacis non probatur, talis enim in minimis partibus tantum obtinet.

Opacitas non oritur, ut vulgò creditur, *ex eo, quod viæ, per quas lumen tranſire poſſet, obturentur à materiæ particulis*, per ſingulas enim corporis partes minores lumen tranſit; inutilis etiam ad opacitatem talis eſt luminis interceptio; ad opacitatem requiritur luminis reflexio & deflectio à lineâ rectâ, ad quod ſepara- 830.

tio duorum mediorum tantum requiritur (626. 789).

Concipiamus corpus conſtans ex particulis minimis, perfectè translucidis, (quales ſunt particulæ ex quibus corpora conſtant (829)) poris inter ſe ſeparatis; interſtitiaque aut vacua dari aut repleta medio denſitate differente cum ipſis particulis; lumen ſi intret hoc corpus, omnibus momentis incidet in ſuperficiem media, denſitate differentia, ſeparantem; innumeras ergo patietur reflexiones & refractiones in illo corpore (613. 785), ita ut pertranſire non poterit. Videmus ergo *opacitatem à poris*
831. *pendère; Repletis* enim *poris, medio ejuſdem denſitatis cum particulis ipſis corporis*, nullam in corpore lumen patietur reflectionem, aut refractionem, ſed rectâ tranſibit (829. 626. 789); & *corpus erit translucidum.*

Licèt non poſſimus experimenta inſtituere, in quibus pori exactiſſimè medio ejuſdem denſitatis cum particulis repleantur, ſequentia nihilominus, ſatis clarè doctrinam Newtonianam, de opacitate, evincunt.

Charta, ſi aquâ madefiat, magis fit translucida; hæc implet poros & minus quàm aër denſitate cum particulis chartæ differt. Oleum eundem edit effectum. (*Exp.*). variæ laminæ vitreæ, quæ, ad ſe mutuo applicatæ, omnes ſimul craſſitie duos pollices non æquant, minus erunt translucidæ, propter aërem interjectum inter laminas, quàm fruſtum ejuſdem vitri, cujus omnes partes cohærent, & quod craſſitie duos pollices excedit. (*Exp.*).

Dentur, ex eodem vitro, duodecim laminæ, quantum fieri poteſt ejuſdem craſſitiei; ſex & ſex ad ſe invicem applicentur, ex duabus hiſce congeriebus ſi minus translucida aquæ immergatur, extracta, transluciditate, aliam

vin-

vincet; quia aqua, quæ in hoc caſu interſtitia inter plana replet, denſitate cum vitro minus differt quàm aër. (*Exp.*).

Confirmantur ulterius, & extra omne dubium ponuntur, quæ de opacitate dicta ſunt, innumeris experimentis, quibus *corpora perfectè* 832.
translucida, ſeparatione partium, non interveniente corpore ullo opaco, *opaca fiunt.*

Agitetur liquidum quodcunque, perfectè translucidum, quod in ſpumam poteſt converti, donec in bullas extenſum ſit, ſtatim opacum erit, ex interſtitiis aëre repletis. (*Exp.*).

Reſina terebinthina, & aqua, ſunt corpora translucida; commixta corpus formant opacum. (*Exp.*).

Aqua & oleum commixta ſunt opaca; licèt ſeparata ſint translucida.. (*Exp.*).

Vitrum quantumvis translucidum, ſi in pulverem redigatur fit opacum. Etiam ex rimis in vitro hoc opacum eſt. (*Exp.*).

In hiſce omnibus clarè videmus opacitatem dari, quia inter partes translucidas interjacet medium diverſæ denſitatis; quod etiam in nubibus obſervatur, quæ opacæ ſunt ex aëre inter aquæ particulas interpoſito.

Si hiſce addamus, quæ de tenuium laminarum coloribus in capite 21. ſequenti dicuntur; nova habebimus experimenta, quibus ſolis pleniſſimè probatur corpora lumen intercipere, quia ex particulis tenuibus, medio, denſitate cum ipſis particulis differente, circumdatis, conſtant.

Corpora quædam opaca exiguam luminis copiam reflectunt, reliquum lumen, innumeris diviſionibus, quas in reflexionibus & refractionibus memoratis patitur, in corpore extinguitur; talia ſunt *corpora* nigra; ſi *perfectè nigra* daren- 833.
tur, *nullum reflecterent lumen*; corpus enim o-

mne,

mne, ſi nullo illuſtretur lumine, & ita nullos radios reflectat, nigrum apparet.

Corpora reliqua opaca coloribus variis induta videntur, quædam etiam translucida coloribus tinguntur: Unde hi oriantur, examinandum nunc eſt.

CAPUT XVII.

De diverſâ radiorum ſolarium refrangibilitate.

Corpora variè colorata apparent, licèt iisdem radiis ſolaribus, qui ab illis reflectuntur, illuminentur: multa præterea lucis phænomena, circa colores, minimè negligenda dantur.

834. In his ad tria attendendum eſt: 1. Ipſi radii examinandi ſunt. 2. Animadvertenda eſt radiorum reflexio. 3. Inquirendum in conſtitutionem ſuperficierum corporum diverſè coloratorum.

Quod radios ſpectat, prima harum proprie-
835. tas, hìc notanda, eſt, *non omnes radios, in circumſtantiis ſimilibus, eandem pati refractionem.*

DEFINITIO 1.

836. *Radii, qui talem diverſam refractionem patiuntur*, diverſæ refrangibilitatis *dicuntur, &* magis refrangibiles, *qui magis refractione inflectuntur.*

DEFINITIO 2.

837. Homogenei radii *dicuntur, qui refrangibilitate inter ſe non differunt.*

DEFINITIO 3.

838. Heterogenei, *qui non omnes æqualiter, in iiſdem circumſtantiis, refractione inflectuntur.*

T. 12. fig. 5. Sit inter A B & C D radius ſolaris, ex innu-

numeris aliis, inter ſe parallelis, formatus; non omnes hi æqualem patiuntur refractionem, ſi enim obliquè in ſuperficiem B D medii denſioris incidant, quidam inter B E & D G refringuntur, & juxta hanc directionem in denſiori medio moventur; alii magis inflectuntur, & inter B F & D H, juxta harum linearum ſitum, motum dirigunt; nulla denique directio concipi poteſt intermedia juxta quam radii quidam non moventur, in ſingulis punctis inter B & D: ita ut radius quantumvis exiguus refractione in innumeros alios dividatur, quia omnis radius, ut à Sole profluit, quantumvis exiguus heterogeneus eſt, & conſtans ex innumeris minoribus radiis refrangibilibus juxta omnes gradus refrangibilitatis.

Radii memorati paralleli, incidentes in ſuperficiem planam, refractione moventur inter B E & D H; quæ lineæ divergunt inter ſe, & continuatæ magis ac magis ſeparantur; ita ut radii memorati refractione diſpergantur. In
n. 648. *radios conſideravimus homogeneos*, ut ubi- 839.
que *in tota parte præcedenti*; ſatis eſt exigua differentia refrangibilitatis in radiis ſolaribus, ut in præcedentibus negligi potuit. Quid in homogeneis radiis obtineat etiam prius fuit examinandum, & quid ex diverſâ refrangibilitate in propoſitionibus mutandum ſit unuſquiſque facile videbit,

Ut hæc radiorum refrangibilitas ad oculum 840.
pateat, augenda eſt divergentia memorata; quod fit, ſi radii memorati incidant in ſuperficiem E H, medium denſius terminantem, & hoc à rariori ſeparantem, quæ cum ſuperficie B D angulum quemcunque format, & ad hanc ita inclinatur, ut in illam radii magis refrangibiles obliquius incidant, quàm minus refrangibiles; ita ut illi, tranſeundo in medium ra-

rius,

rius, ex duplici cauſa, majori refrangibilitate & majori inclinatione, magis detorqueantur, & ab aliis magis divergant. Radii minus refrangibiles inter B E & D G, ſecundò refracti inter E R & G L motum continuant; alii inter F M & H V: in quo caſu, ſi, ad diſtantiam quindecim aut viginti pedum, in plano hi radii cadant, ſenſibiliter maximè & minime refrangibiles ſeparantur, & totum intermedium ſpatium radiis, mediâ refrangibilitate præditis, illuminatur.

Sub oculis hoc ponitur adhibito priſmate triangulari vitreo. Lumen ad priſma perpendiculariter ad axem accedit & tranſmittitur, ut in hac fig. demonſtratur, in qua B D & E H latera priſmatis deſignant; ad quorum utrumque æqualiter inclinatur lumen: quod ſi, ad diſtantiam quindecim aut viginti pedum, cadit in tabulam, chartâ
T. 12. albâ obtectam, radii divergentes ad tabulam per-
fig. 6. veniunt & in hac formant imaginem oblongam in R V delineatam, terminatam, ad latera, lineis parallelis, in R & V verò ſemicirculis. (*Exp.*)

Radii ſolares, per foramen rotundum tranſeuntes, ſi ad certam diſtantiam in planum cadant, in hoc videtur macula illuminata rotunda, eo major, quo planum magis à foramine diſtat; quod oritur ex radiis à lateribus Solis provenientibus, cum illis, qui à centro ad foramen perveniunt, angulum formantibus, & in foramine hos interſecantibus, ita ut in plano quaſi imago Solis detur.

Si radii per priſma non tranſirent, & ad diſtantiam tabulæ in planum caderent, Solis imago haberet diametrum æqualem latitudini imaginis R V; quæ latitudo refractione non mutatur; quia radii, perpendiculariter ad axem, priſma intrant, & ad hoc, reſpectu latitudinis imaginis, non inclinantur. Cum autem alio

lio reſpectu *oblonga* ſit *Solis imago*, clarè inde ſe- 841.
quitur, non omnes radios æqualem paſſos refractionem; radiis homogeneis rotundam, licèt refractis, dantibus Solis imaginem. Semicirculis in R & V terminatur tota imago; quia *ex circularibus imaginibus* tota *conſtat*: inter R & V autem dantur imagines circulares innumeræ, ex radiis refrangibilitatum intermediarum omnium poſſibilium; aliter ad latera non lineis rectis imago terminaretur.

Si ad foramen, per quod lumen cubiculum intrat, applicetur lens objectiva Teleſcopii ſedecim aut viginti pedum; ad diſtantiam, ad quam radii paralleli à lente colliguntur, Sol exactiſſimè repræſentatur, & hujus imago circinatis limitibus terminatur. Nam radii à ſingulis punctis Solis, qui, propter hujus immenſam diſtantiam, pro parallelis haberi poſſunt, ad talem diſtantiam in unum punctum colliguntur.

Si nunc hi radii per priſma tranſmittantur, ſingulæ imagines ex radiis homogeneis, poſitâ tabulâ ad juſtam diſtantiam, exactè terminantur; ideòque imago oblonga R V, quæ ex omnibus illis imaginibus formatur (*Exp.*).

Procedit eodem modo hoc experimentum, ſi radii tranſeant per priſma cujuſcunque materiæ aëre denſioris. (*Exp.*

Si ſpectator ad diſtantiam quindecim, aut viginti pedum, intueatur foramen, per quod lumen in cubiculum intromittitur, rotundum illud apparet; ſi priſma triangulare ex materia aëre denſiori ante oculos ponatur ita, ut radii à foramine procedentes, poſt refractiones, ſimiles illis quas lumen in experimentis memoratis patitur, ad oculos perveniant, foramen oblongum apparebit. Situs priſmatis detegitur, ſi, poſito hoc in ſitu horizontali & acie ſuperne,

nè, paululum circa axem agitetur, quo motu adſcendit & deſcendit imago foraminis, & priſma retineatur in ſitu, in quo foramen maximè depreſſum apparet. (*Exp.*).

Probat hoc experimentum, æquè ac præcedentia, diverſam radiorum refrangibilitatem; nam, radiis homogeneis unius cujuſque refrangibilitatis, foramen apparet in focis imaginariis radiorum à ſingulis punctis foraminis procedentium (731.), quæ imago rotunda eſt; radii, qui variam patiuntur refractionem, juxta varias directiones oculos intrant, & imagines dantur diverſæ, quæ omnes imaginem oblongam, quæ reverâ videtur, formant.

842. Hanc autem *diverſam refrangibilitatem non à medio refringente pendere, ſed ab ipſorum radiorum conſtitutione*, ex eo probatur, quod radii, qui in uno caſu maximam patiuntur refractionem, in refractione quacunque à viâ maximè deflectantur. Detur priſma ſecundum, cujus axis angulum formet rectum cum plano per axem prioris tranſeunti, & in hoc ſecundum priſma cadat imago oblonga memorata ita, ut radii eodem modo per hoc priſma ac per primum refrangantur; in hoc caſu non eodem modo diſperguntur, quod quadratam formaret imaginem, ſed manente hujus latitudine, inclinatur, radiis iis maximè ex viâ deflexis, qui in refractione per primum priſma maximam refractionem paſſi ſunt. (*Exp.*).

843. *Demonſtratio*, antea data (634.), *de conſtanti ratione inter ſinus angulorum incidentiæ & refractionis, ad radios quoſcunque homogeneos referri debet*, poſitâ verò diverſâ refrangibilitate, proportio hæc variat, ut ex experimentis hujus capitis clarè ſequitur.

844. *Refrangibilitatem* autem, *in ſingulis radiis, omni modo eſſe immutabilem* experimentis, in ſequentibus memorandis, extra omne dubium erit.

CA-

CAPUT XVIII.

De Radiorum Coloribus & horum immutabilitate.

Diverſa radiorum refrangibilitas cum diverſo colore conjuncta eſt; & ſinguli radii, pro ut magis aut minus refractione inflectuntur, colorem ſibi peculiarem, & omnino immutabilem, habent. 845.

Circa colores notandum, quod circa alias ſenſationes jam fuit notatum (510. 578. 710.); colores ſunt ideæ, quæ nihil cum radiis, quibus excitantur, commune habent: definiendum ideo, quid per radios coloratos & objecta colorata intelligamus.

DEFINITIO I.

Objectum illo colore tinctum dicitur, cujus idea, radiis ab objecto reflexis, in mente excitatur. 846.

DEFINITIO 2.

Radii homogenei, qui in retinam impingentes, ideam alicujus coloris in mente excitant, vocantur radii illius coloris. 847.

Dicimus radios ideam excitare, intelligimus radios fibras agitare, &, occaſione hujus agitationis, ideam in mente dari.

Ex experimentis in capite præcedenti memoratis, diverſum colorem habere radios diverſæ refrangibilitatis pleniſſimè conſtat: Variis enim coloribus tincta eſt imago Solis oblonga.

Qui radii minimè refractione à viâ deflectuntur, rubri ſunt, reliqui colores hoc ordine ſequuntur, aureus, flavus, viridis, cæruleus, indicus, violaceus*, cujus ultimi coloris ſunt radii maximâ refrangibilitate præditi. Oblonga memorata Solis imago, ut dictum (841.), formatur innume-

meris imaginibus rotundis, ſi harum diametri minuantur, quod fit interceptis radiis ſolaribus ita, ut ſoli per priſma tranſeant à centro Solis manantes, non mutantur centra imaginum pecu-
T. 12. liarium oblongam formantium; idcirco longi-
fig. 6. tudo *a h* imaginis inter lineas parallelas non mutatur; & hæc ſola ſupereſſet, ſi infinitè parva daretur imaginis latitudo ita, ut hæc longitudo ſola conſideranda ſit in determinandis colorum limitibus in ipſâ imagine, hi in hac figurâ litteris *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, notantur, & numerus unicuique colori adſcriptus ſpatium ab hoc in imagine occupatum deſignat, diviſâ totâ imaginis longitudine in partes 360.

849. *Si latitudo imaginis Solis oblongæ minuatur, magis in imagine colores heterogenei ſeparantur*, quia in ſingulis punctis minori numero confunduntur imagines peculiares, ex radiis variarum refrangibilitatum parum inter ſe differentium.

850. *Color cujuſcunque radii, ut & hujus refrangibilitas, nullis refractionibus, neque reflexionibus, aut permixtionibus quibuſcunque mutatur.*

De refractione & reflexione in hoc capite, de permixtione in ſequenti, agam.

851. Refrangibilitatem refractione non mutari in exp. n. 842. probatur; quod & etiam ad colorem referri poteſt; hæc eadem experimento ſequenti clariùs evincuntur: Circa quod notandum, quod & de ſequentibus etiam dicendum eſt, experimenta inſtituenda eſſe cum priſmatibus ex vitro puro venulis immune, his enim irregulariter lumen in priſmate movetur & radii refractionibus non ritè ſeparantur.

Si oblonga Solis imago, adhibitis cautelis neceſſariis, quantum fieri poteſt ex radiis homogeneis formetur, & hæc intercipiatur, paucis tantum radiis unius coloris per exiguum foramen tranſmiſſis, hi non alterius priſmatis refractione ſe-

ſeparantur, neque horum color mutatur; radiis diverſorum colorum ſucceſſive tranſmiſſis, prolore diverſo diverſa refractio datur, color autem non mutatur. (*Exp.*).

Refrangibilitatem & colorem neque reflexione mutari etiam ex experimentiis conſtat. 852.

Radii partem, ex. gr. rubram, imaginis oblongæ coloratæ ſæpius memoratæ formantes, à quocunque corpore reflectantur, rubri ſunt; id eſt, omnia corpora in illo lumine rubra ſunt: in lumine violaceo ſunt violacea; in viride ſunt viridia; & ſic de cæteris. Patet hoc, ſi illud tentetur cum minio, auripigmento, cœruleo montano, panno utcunque tincto, &c. (*Exp.*).

Si duarum oblongarum ſolis imaginum, adhibitis duobus foraminibus, & duobus priſmatibus, formatarum, & ſuper plano quocumque depictarum, diverſi colores ad latera jungantur, & ad diſtantiam quindecim aut viginti pedum, per aliud priſma triangulare obſerventur, ſeparati apparebunt; radiis diverſorum colorum licet reflexis diverſas patientibus refractiones. (*Exp*).

In chartâ albâ ducantur lineæ nigræ, inter ſe parallelæ, & latæ circiter decimam ſextam pollicis partem; illuminentur hæ oblongâ imagine, ſolis radiis, a medio ſole provenientibus, formatâ, ut magis colores ſint homogenei (849.), ita, ut lineæ juxta imaginis longitudinem dirigantur. Detur ulterius lens convexa, diametri quinque aut ſex pollicum, quæ radios rubros, à puncto radiante emiſſos à vitro ſex pedes diſtanti, ad diſtantiam æqualem colligit. Si lens hæc detur ad diſtantiam ſex pedum ab imagine memoratâ, partes linearum, quæ in colore rubro dantur, in chartâ, per radios à lente collectos, ad diſtantiam etiam

ſex

ſex pedum exactè repræſentantur, in imagine rubrâ; admovenda autem eſt charta circiter tres pollices cum ſemiſſe, ut partes linearum, colore indico illuminatæ, diſtinctæ appareant, in imagine ejuſdem coloris; colores intermedii dant imagines ad diſtantias intermedias; violaceus adeo eſt debilis, ut fila in hoc repræſentari nequeant. (*Exp.*).

Confirmat ergo & hoc experimentum, reflexorum radiorum colorem novâ refractione per lentem non mutari; ut & radios maximè refrangibiles, tranſeundo per lentem aliis magis inflecti.

Probat etiam Experimentum hoc ultimum,
853. *diverſam radiorum refrangibilitatem in cauſâ eſſe, quo minus Teleſcopia ſint perfecta.* Foci enim punctorum æquè diſtantium, ad varias à lente diſtantias dantur, pro vario colore; unde etiam inæqualiter, à lente oculari diſtant, punctorum repræſentationes; quæ ideo per hanc non omnes perfectè videri queunt.

854. Circa reflexionem radiorum notandum, *radios in totum facilius reflecti, qui majorem habent refrangibilitatem;* nam quo major datur radiorum refractio, eo minor requiritur obliquitas ut omnes reflectantur (784.). Vidimus (783.), agitando priſma circa axem, radios primò tranſeuntes, auctâ horum inclinatione, in totum reflecti; ſi autem lentè in hoc caſu priſma moveatur, videmus radios violaceos ante omnes alios in totum reflecti, deinde indicos; & cæteros alios eo ordine, quo in imagine Solis oblongâ, ſæpiſſimè memorata, diſponuntur: quod patet ſi reflexi, priſmatis refractione, ſeparentur. (*Exp.*).

CA-

CAPUT XIX.

De Colorum permixtione, ubi de Albore.

RAdiorum refrangibilitatem, & colorem, permixtione radiorum variæ refrangibilitatis non mutari dictum (850.); quod ex experimentis patet. 855.

Si variarum imaginum oblongarum Solis (841.) colores diverſi confundantur, inde novus color oritur. Spectatori tamen qui hos per priſma intuetur, ſeparati apparent colores, & neque color, neque refrangibilitas, hac colorum confuſione mutantur. (*Exp.*).

Si oblonga colorata Solis imago, cadat in lentem convexam ad diſtantiam ſex aut ſeptem pedum à priſmate diſpoſitam, radii divergentes, qui imaginem formant, refractione lentis convergunt, & ad certam diſtantiam ſeſe mutuo interſecant, ſi ad majorem diſtantiam detur Tabula, radii, qui poſt interſectionem iterum divergunt, diſperſi ad hanc perveniunt; daturque iterum imago oblonga colorata, ſed colores, propter interſectionem contrario ordine diſponuntur, non tamen, permixitione mutantur. (*Exp.*).

Quibus manentibus, ſi chartâ nigrâ radii quidam imaginis ante permixtionem intercipiantur, quod permixtionem mutat, quæ hac methodo ad libitum variatur, radiorum cæterorum iterum ſeparatorum colores non mutantur. (*Exp.*).

Si radii ſolares, ut ad nos perveniunt in totum ab aliquo corpore reflectantur, hoc album apparet; radii autem hi ſunt congeries radiorum variorum colorum (835. 845.), unde deducimus *permixtionem colorum variorum conſtituere al-* 856. 857.

bedinem; ſi enim colores, qui obſervantur in oblongâ Solis imagine, ſæpius memoratâ, eâ proportione, qua in illâ imagine dantur, inter ſe confundantur, conflatur albedo: quod & eo reſpectu radios immutabiles probat. A Sole procedentes radii albi apparent, ſi ſeparantur horum colores deteguntur, iterum permixti inſtauratur albor.

Si in Experimentis duobus ultimis in n. 855. memoratis; ponatur tabula, in ipſo loco ubi omnes radii imaginis refractione lentis convexæ confunduntur; albedo dabitur; ſi color ruber imaginis chartâ nigrâ intercipiatur, evaneſcit albedo, & color ad cæruleum vergit; interceptis verò ardiis violaceis & cæruleis, rubeſcit albor (*Exp.*).

Ope variorum priſmatum etiam colores imaginis Solis oblongæ confunduntur & permixtio alba eſt. (*Exp.*).

Si ſpectator imaginem Solis oblongam coloratam, ad diſtantiam priſmatis, lumen refringentis, intueatur, rotundam & albam videbit imaginem; ſecundâ refractione primam deſtruente; quo radii iterum permixti oculum intrant, quibus in hoc caſu imago alba apparet. (*Exp.*).

858. *Non omnium, qui in imagine Solis oblongâ obſervantur, colorum permixtio ad albedinem conflandam neceſſaria eſt*, ipſe radiorum ſolarium albor paululum ad flavum vergit, radiis flavis pro parte ex permixtione ſublatis albor datur magis perfectus. Ex quatuor aut quinque colorum permixtione, juſtâ ſervatâ proportione, albedo naſcitur.

859. *Colores*, etiam *innumeros primarii*, id eſt, homogenei, *permixti generant*, *ab homogeneis aut primariis*, *diverſos*. Sæpe color homogeneo ſimi-

860. lis ex aliorum permixtione conflatur; ſed *quando nudis oculis inter homogeneum & permixtum diſ-*

ſe-

ferentia nulla obſervatur, trans priſma ſenſibilis hæc eſt. Trans priſma obſerventur objecta quæcunque exigua, ut litteræ in chartâ, muſcæ & alia ſimilia; ſi lumini aperto exponentur, confuſa apparent; ſi lumine homogeneo, radiis bene ſeparatis, illuminentur, trans priſma viſa diſtinctis limitibus terminantur. (*Exp.*).

CAPUT XX.

De Iride.

PEractis quæ radios, quibus corpora illuminantur, ſpectant, antequam hanc materiam miſſam faciamus, explicandum eſt phænomenon, nimium notabile & vulgare ut ſilentio prætereatur.

Arcus cœleſtis, aut, *Iris*, à nemine ſæpiſſimè non fuit obſervatus; quibuſdam præmiſſis, explicandum erit unde oriantur.

Detur medium denſius, rariori circumdatum, cir- 861.
culo B D F H *terminatum. Incidant in illud radii* T. 12.
homogenei paralleli inter ſe, quorum unus eſt A B; fig. 7.
ducatur ſemidiameter C B continuata ad N; perpendicularis eſt hæc ad ſuperficiem media dirimentem; A B N eſt ergo angulus incidentiæ; hic æqualis eſt angulo oppoſito ad verticem C B L, cujus ſinus eſt C L, per centrum ad B L perpendicularis; refringitur radius ad perpendicularem (620.), eſtque angulus refractionis C B M, cujus ſinus eſt C M, à C ad B D perpendicularis: pro ſingulis radiis, ut A B, datur eadem ratio inter lineas, ut C L & C M (634.).

Radius B D pro parte in medium rarius penetrat juxta D E, pro parte reflectitur per D F; efficitque angulum reflectionis C D F æqualem an-

angulo incidentiæ BDC (796.): unde BD & DF æquales ſunt. Radius DF pro parte etiam ex denſiori medio exit per FG, pro parte reflectitur per FH; qui eodem modo pro parte exit per HI, & pro parte reflectitur; hanc autem reflexionem, ulterioreſque reflexiones & refractiones non conſideramus; nimium debiles ſunt, propter varias quas lumen paſſum eſt diviſiones.

Radius FG, qui poſt unicam reflexionem medium denſius exit, cum radio incidente AB efficit angulum GPA, qui variat in diverſis
T. 12. fig. 8. radiis incidentibus; Ideò, licèt hi paralleli fuerint, *diſperguntur, poſt unicam reflexionem exeuntes*, ut ex inſpectione figuræ patet.

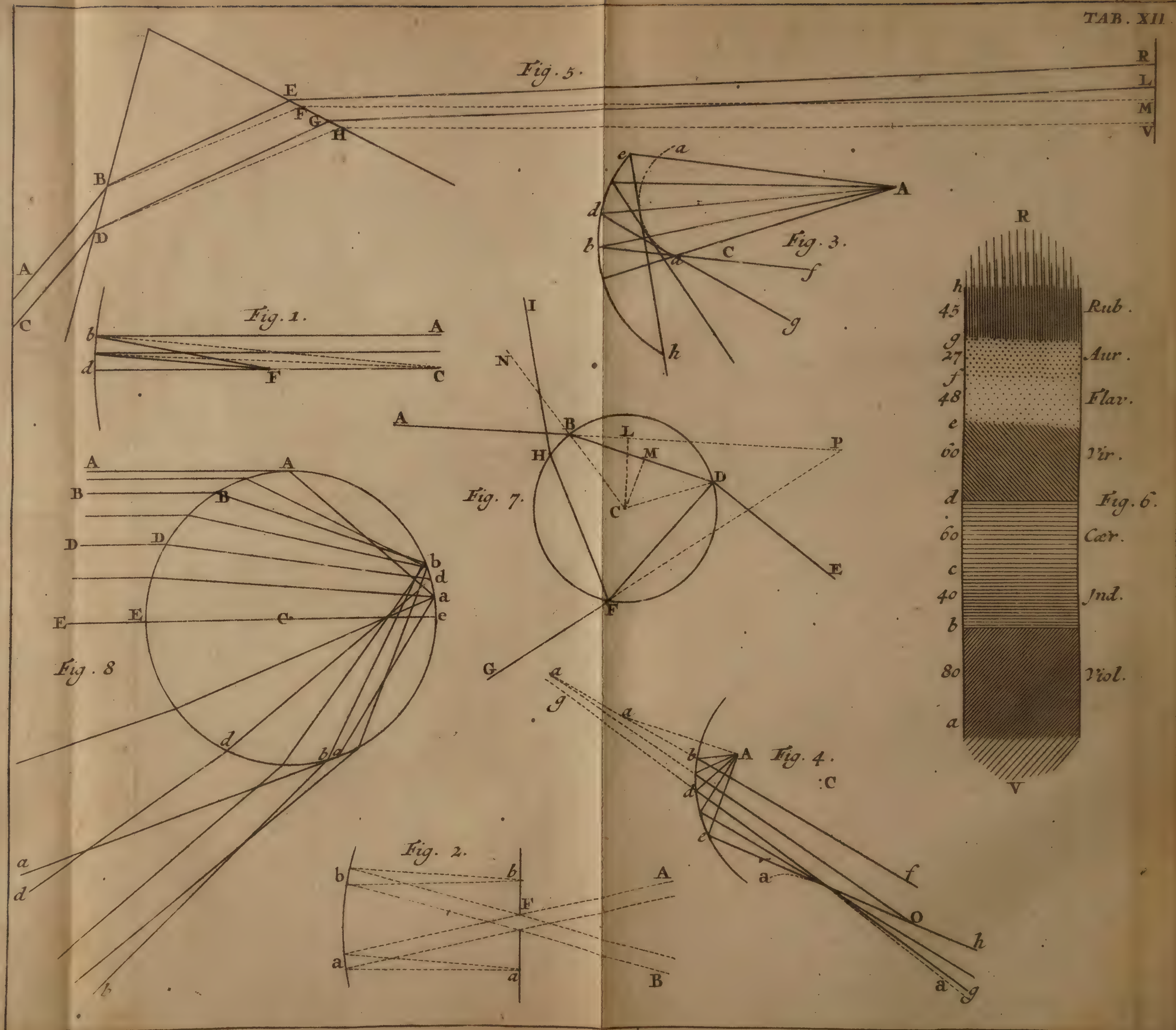
Radius EE, qui continuatus per centrum C tranſit, neque reflexione neque refractione à viâ deflectitur (797. 625.).

Recedendo ab hoc radio, ad incidentem continuò minus inclinatur radius, qui redit. Sic radius DD, qui per *dd* exit ex medio denſiori, & per hanc lineam regreditur, cum *dd* majorem angulum format, quàm, cum ſuis redeuntibus, & ex medio denſiori exeuntibus, efficiunt radii intermedii inter DD & EE.

862. Datur radius ut BB, cujus reſpectu inclinatio hæc eſt omnium minima, id eſt, qui efficit angulum ut GPA (fig. 7.) omnium maximum. Ultra BB, magis ad incidentes inclinantur radii redeuntes; ſic AA per *aa* redit.

863. Ex hac *radiorum redeuntium* diſperſione, recedendo à medio denſiori debiliores continuò ſunt, & horum *color non, per totum ſpatium quod implent, percipi poteſt*, licèt incidentium color vividus ſit. Color, in radiis redeuntibus, *ſenſibilis tantùm eſt, ubi radii vicini paralleli ſunt & adjacentes parum admodum divergunt*, ita ut

ad


TAB. XII.
Fig. 5.
R
L
M
V
A
B
C
D
E
F
G
H
Fig. 3.
Fig. 1.
Fig. 7.
Fig. 6.
h
45
Rub.
g
27
Aur.
f
48
Flav.
e
60
Vir.
d
60
Cœr.
c
40
Ind.
b
80
Viol.
a
Fig. 8
Fig. 4.
Fig. 2.

ad magnam diſtantiam ſatis denſi ſint, ut percipiantur. *Hi ſoli efficaces dicuntur*, & dantur, ubi radii vicini incidentes refracti concurrunt in ipſo puncto reflexionis.

Sint A B, *a b* radii vicini, paralleli inter ſe, incidentes in ſuperficiem circularem medium denſius terminantem; ſi hi refracti, per B D, *b d*, concurrant in D, puncto reflexionis, reflexi, D F, D *f*, æquales angulos cum F *f* formabunt, ac D B, D *b* cum B *b*; ideoque refracti F G, *f g* paralleli (623.) & efficaces erunt (863.). In hoc caſu ſequenti methodo determinatur angulus ab incidente cum redeunte formatus, id eſt, angulus A P G, qui hìc eſt omnium maximus. *T. 13. fig. 1.*

Ponamus inter ſinus angulorum incidentiæ & refractionis, quando lumen ex medio rariori, quo denſius cirdumdatur, in denſius, ipſo circulo contentum, penetrat, rationem dari, quæ datur inter J & R. Eſt ergo, ductis, perpendiculari C *m* ad *b* D, & arcu *m n* centro C & ſemidiametro C *m*., 864.

J, R : : C L, C M : : C *l*, C *m* : : C L — C *l* = L *l*, C M — C *m* = M *n*.

Ducatur B *o* ad B L perpendicularis; ut & B *p* ad B D normalis; deturque *b p*, quæ cum B *p* angulum rectum format; tandem lineis jungantur puncta B, C, & M, *m*

Triangula B *b o*, B C L ſunt ſimilia; ſunt enim rectangula, & anguli *o* B *b* & C B L, quorum ſingulorum differentia cum angulo recto eſt angulus *o* B C, ſunt æquales.

Eodem modo probatur, ſimilia eſſe triangula B M C & B *b p*; huic etiam ſimile eſt triangulum M *m n* rectangulum in *n*, nam latera M *n*, B *p*, perpendicularia lineæ B D, ſunt parallela; ut & M *m* & B *b*, quia in partes æquales, in M & *m*, biſecantur lineæ

M 3 BD,

BD, *b*D. Idcirco etiam B*b* eſt dupla M*m*, & B*p* dupla *m n*. Ex hiſce deducimus.

B C, B L : : B *b*, B *o*.

B C, B M : : B *b*, B *p*.

ergo

BL, BM : : B*o* = L *l*, B*p* = 2 M*n* : : J, 2 R : : CL, 2 C M, conferendo haſce proportiones cum ante memoratâ proportione.

Cùm proportionalium quantitatum, quadrata proportionalia ſint, datur alternando

B L*q*, C L*q* : : B M*q*, 4 C M*q*.

Undè deducimus

B L*q* + C L*q* = B C*q*, B L*q* : : B M*q* + 4CM*q* = B C*q* + 3 C M*q*, B M*q* = B C*q*—C M*q* = B L*q* + L C*q*—C M*q*.

Subtrahendo primum & ſecundum terminum è tertio & quarto, quo proportio non turbatur, habemus

B C*q*, B L*q* : : 3 C M*q*, L C*q*—C M*q* : : 3 R*q*, J*q*—R*q*; datur enim inter C M & L C eadem ratio ac inter R & J.

Si ergo nota ſit ratio inter R & J, innoteſcit ratio inter ſemidiametrum B C, & lineam B L, quæ eſt ſinus anguli B C L, qui angulus idcirco datur; notus eſt igitur arcus B N, ut & F H, ſunt enim hi æquales.

Dato ſinu B L, datur & B M ſinus anguli B C M; quia ut ante vidimus

B L, B M : : J, 2 R.

Determinatur ergo arcus B D cui æqualis eſt D F.

865. Ex hiſce facilè deducimus arcus N H & B F; ſi ex hoc ille ſubtrahatur, & reſiduum in duas partes æquales dividatur, habetur, ut notum eſt, menſura anguli A P G.

Quando ratio inter J & R variat, mutatur angu-

gulus A P G; qui ideò diverſus eſt pro variâ radiorum refrangibilitate.

866. *Si Radiis heterogeneis*, ut à Sole profluunt, *illuſtretur ſuperficies memorata, efficaces diverſorum colorum non angulos æquales cum incidentibus efficiunt*, & ſic *ope hujus refractionis ſeparantur colores.* (Exp.).

867. T. 13. fig. 2. Quod autem ſpectat radios, qui poſt duplam in medio denſiori reflexionem hoc exeunt, efficaces erunt, ſi poſt primam reflexionem paralleli ſint: tunc enim F H, *f h* ad H *n* eodem modo inclinantur ac B D, *b d* ad B *b*; ideòque poſitis incidentibus A B, *a b* parallelis, exeuntes H I, *h i*, etiam paralleli erunt (623.).

In hoc caſu *d* D eſt dimidium differentiæ inter arcus D F & *d f*, aut D B & *d b*; horum autem differentia eſt B *b* minus D *d*; ſi ergo hicce ex illo ſubtrahatur, ſupererit duplum arcus D *d*, cujus triplum eſt idcirco B *b*. Si lineis jungantur puncta D, *d*, & B, *b*, triangula B E *b* & D E *d* erunt ſimilia, ut notum eſt; quod ergo etiam obtinet, ſi ipſi arcus B *b*, D *d* fuerint minimi, ita ut pro lineis rectis haberi poſſint.

Datur idcirco inter E D & E *b* ratio, quæ inter hos arcus obtinet, id eſt E D eſt pars tertia ipſius E *b*, aut E B; quia exiguum admodum ponimus arcum B *b*. Dividitur igitur M D in duas partes æquales in E; & M E eſt pars tertia ipſius E B.

Si nunc, ut in fig. 1., formentur triangula B *o b*, B *p b* & M *m n*, erit M *m* pars tertia B *b*, & B *p* triplum ipſius M *n*; ſi nunc, mutatis mutandis, ad hanc figuram applicemus quæ reſpectu fig. 1. demonſtrata ſunt (864), quia in hac B *p* valet 3 M *n*, cujus quadratum eſt 9 M *nq*, habemus

$$BCq, BLq :: 8Rq, Jq-Rq$$

Ex qua proportione, ut de fig. 1. dictum, detegitur arcus B N, cui æqualis H G; & quia in hoc caſu

$$BL, BM :: J, 3R,$$

Innoteſcit etiam arcus B D, cui propter angulos reflexionis, æquales angulis incidentiæ (796), æquales ſunt D F & F H.

868. Ex quibus datis, facilè eliciuntur arcus G F D N & B H, quorum ſemi differentia eſt menſura anguli H P B, ab exeunte radio cum incidente formato; qui angulus in hoc caſu omnium ſimilium eſt minimus, & pro diverſâ radiorum refrangibilitate diverſus. Unde etiam

869. in hoc caſu *poſt duplicem reflexionem efficaces variorum colorum, poſitis incidentibus parallelis, ſeparantur.* (Exp.).

870. Huc uſque explicata *ad Iridem* applicari poſſunt; ad quod phænomenon *guttæ aqueæ in aëre ſuſpenſæ requiruntur; ut ſpectator, adverſo Sole inter hunc & guttas collocetur; & ut poſt guttas nubes detur obſcura*, ut magis ſenſibiles ſint colores, qui vix percipiuntur, ſi lumen vividum eodem tempore oculos intret.

Si, hiſce poſitis, concipiamus ſingulas guttas ſecari planis, per Solem & oculum ſpectatoris tranſeuntibus, quæ de medio, ſuperficie circulari terminato, demonſtrata ſunt (864. 865. 866. 867. 868. 869.), ad ſingulas haſce ſectiones poterunt applicari.

Hic autem agitur de radiis ex aëre in aquam penetrantibus. In radiis rubris, id eſt, minimè omnium refrangibilibus, ratio inter ſinum anguli incidentiæ & ſinum anguli refractionis, id eſt, inter J & R, eſt 108. ad 81.; aut quæ eadem eſt, 4. ad 3.; cum quibus numeris ſi computatio ineatur, angulus A P G (fig 1.) erit 42. gr. 2′ (865), & angulus A P I (fig. 2.) erit

erit 50. gr. 57′. (868); ſi de radiis violaceis agatur, J eſt ad R, ut 109. ad 81.; qui numeri dant angulos A P G (fig 1.) 40. gr. 17′. (865), & A P I (fig. 2.) 54. gr. 7′. (868).

Sint nunc guttæ per aërem diffuſæ, & illuſtratæ radiis ſolaribus parallelis inter ſe & lineæ O F, per oculum ſpectatoris tranſeunti. Concipiantur lineæ *e* O, E O, *b* O, B O; & ſint anguli *e* O F 40. gr. 17′., E O F 42. gr. 2′., *b* O F 50. gr. 57′., B O F 54. gr. 7′.: eædem hæ lineæ cum radiis incidentibus *d e*, D E, *a b*, A B, angulos efficiunt memoratis reſpectivè æquales; ideò, ſi guttæ concipiantur in *e*, E, *b*, B, radii efficaces violacei, poſt unicam reflexionem in guttâ *e*, oculum intrant; & ad oculum efficaces rubri ex guttâ E perveniunt; itidem poſt unicam reflexionem, reliqui colores intermedii inter *e* & E obſervantur, ordine antea memorato (848). Poſt duas in guttâ reflexiones ex guttâ *b* radii efficaces rubri ad oculum perveniunt; & violacei efficaces ex guttâ B; inter has guttas colores intermedii apparent, eodem modo ac inter E, *e*, ſed ordine contrario diſponuntur, & propter duplicem reflexionem etiam debiliores ſunt. T. 15. fig. 3.

Concipiamus lineam ut O *e*, circa lineam O F fixam, ſervato angulo *e* O F, revolvi, & conum aut partem ſuperficiei coni formare; in omni ſitu linea *e* O cum radiis ſolaribus, parallelis inter ſe & lineæ O F, efficiet angulum 40. gr. 17′. *Si* ergo *gutta* juxta partem ſuperficiei hujus coni ſive ad eandem ſive ad diverſas 871.
diſtantias *diffuſæ fuerint*, *videbit oculus* arcum violaceum: idem dicendum eſt de cæteris coloribus; ideòque, datis guttis, in aëre ſuſpenſis, videt *arcum* latitudinis e E, *coloribus homogeneis*, ante memoratis (848), *tinctum*, eodem

ordine diſpoſitis ac in experimentis cum priſmatibus; quia in guttis æquè ac in priſmate radii heterogenii ſeparantur (840. 866.).

872. Simili ratiocinio patet *dari arcum, latiorem, primum circumdantem, in quo colores iidem, ſed contrario ordine, & debiliores, apparent.* (Exp).

CAPUT XXI.

De tenuium Laminarum Coloribus.

TRanſimus ad corporum naturalium colores, & ante omnia examinandas credimus tenues lamellas. Qui vitrum tenue, aut globos ex aquâ cum ſapone formatos, attentè conſideravit, varios colores in illis obſervare facillimè potuit.

873. Radii luminis, ope laminæ tenuis & tranſlucidæ, inter ſe ſeparantur, & *pro variâ craſſitie laminæ, radii quorundam colorum tranſmittuntur, aliorum reflectuntur; & eadem lamina tenuiſſima alius coloris eſt, ſi radiis tranſmiſſis, quàm*
T. 13. *ſi reflexis videatur.* Si duo vitra objectiva, ma-
fig. 4 joribus teleſcopiis inſervientia, AB & CD, ſuper ſe mutuo imponantur, & arctè, comprimantur, in medio ubi vitra ſeſe mutuo tangunt datur macula translciuda, quæ circulis coloratis circumdatur. Si lumen reflexum ab aëre, inter vitra interjacente, ad oculum in O perveniat, macula translucida nigra apparet & colores, qui à centro recedendo ita diſponuntur ut ad varios ordines, propter colores repetitos, referri poſſint, ſequentes ſunt; NIGER, cœruleus, albus, flavus, rubeus: VIOLACEUS, cœruleus, viridis, flavus, rubeus: PURPUREUS, cœruleus, viridis, flavus, rubeus: VIRIDIS, rubeus: qui colores etiam alіis

aliis circumdantur, ſed recedendo à centro continuò debiliores.

Si lumen trans vitra ad oculum O perveniat, macula translucida, omnes transmittens radios, alba eſt, & juxta hanc ſeriem recedendo à centro apparent colores, qui etiam ad varios ordines referuntur, ordinibus memoratis oppoſitos: ALBUS, rubeus flaveſcens, niger, violaceus, cœruleus: ALBUS, flavus, rubeus, violaceus, cœruleus: VIRIDIS, flavus, rubeus, viridis ſubcœruleus: RUBEUS, viridis ſubcœruleus: qui etiam colores aliis debilioribus circumdantur. *(Exp.)*

Lamina tenuis ex aquâ formatur, ſi hæc paululum ſapone incraſſata fuerit, & in bullam infletur. 874. Obtegatur hæc vitro admodum translucido, ne, aëris agitatione, colores qui in hac bullâ obſervantur, motu aquæ, confundantur. Bulla talis, quia aqua continuò verſus omnes partes defluit, tenuiſſima eſt in ſupremâ parte, & craſſities deſcendendo continuò augetur, & totius craſſities ex eâdem cauſâ de momento in momentum minuitur. Antequam bulla diſrumpatur, ſummitas ipſius ita tenuis fit, ut omne lumen tranſmittat, & nigra appareat, Si in hoc caſu bulla hæc reflexo lumine obſervetur, dum cœli ſubalbidioris reflexione illuſtratur, & lumen extraneum intercipitur, corpore quocunque nigro ultra bullam poſito; macula nigra ſtatim memorata iiſdem circulis coloratis circumdatur & eodem ordine diſpoſitis, quàm circa maculam nigram in præcedenti experimento. Deſcenſu aquæ continuò dilatantur annuli colorati donec frangatur bulla. *(Exp.)*

Si, ubi extremus bullæ circuitus, reflexis radiis rubeus apparet, ſpectator illum, tranſmiſſis radiis, intueatur, cœruleus erit; & in ge-

nere colores, transmiſſis & reflexis radiis, eodem modo ac in præcedenti experimento, ſibi mutuo opponuntur.

875. Ex hiſce experimentis collatis, ſequitur *augendo tenuiſſimæ laminæ craſſitiem, hujus colorem mutari*, & quidem *mutationes dari ſuceſſivè eaſdem, eodem ordine, ſive ex rariori aut denſiori medio formetur lamella*; nam in laminâ aëreâ inter vitra, & aqueâ in bullâ, quarum craſſities recedendo à medio creſcunt, eodem ordine colores diſponuntur.

876. *In laminâ* tamen *denſiori minor craſſities requiritur, quàm in rariori, ut eodem colore tingantur.* Iiſdem poſitis quæ in Exp. in n. 873. memorato; madefactis paululum ab unâ parte vitrorum marginibus, aqua paulatim inter vitra penetrabit; in aquâ non alii, quàm in aëre, circulorum colores obſervantur, neque horum ordo mutatur, ſed circuli contrahuntur; ubi ad centrum pervenit aqua, omnes circulorum portiones in aquâ à portionibus in aëre ſeparantur, & in minus ſpatium rediguntur. (*Exp.*).

877. *Laminæ color ab illius craſſitie* (873.), *& denſitate* (876.), *pendet, non à medio circumdante* Si lamella ex lapide peculari ita tenuis detur, ut colorata appareat, colores non mutantur ſi madefacta fuerit, id eſt, ſi, loco aëris, aquâ circumdetur lamella. (*Exp.*).

878. *Ejuſdem lamellæ color eſt eo magis vividus, quo illius denſitas magis differt cum denſitate medii circumambientis.* Hoc Experimento probatur; nam colores laminæ madefactæ languidiores ſunt, quàm laminæ aëre circumdatæ. Etiam minus vividi ſunt colores in lamina aquea quæ vitro, quam quæ aëre,

cir-

circumdatur; minus autem aqua & vitrum denſitate differunt, quàm aër & aqua.

Si media denſitate æqualiter differant, colores vividiores erunt, ſi denſius rariori circumdetur: nam in laminâ vitreâ tenuiſſimâ, quæ coloribus ex tenuitate tingitur, aëre circumdatâ, colores magis vividi erunt, quàm in Exper. n. 873. in quo lamina aërea vitro circumdatur. 879.

Ejuſdem denſitatis lamina, eodem medio circumdata, eo majori copiâ lumen reflectit, quo tenuior eſt. Nimium tamen *ſi minuatur craſſities, non reflectit lumen.* Patent hæc experimentis præcedentibus; in quibus circuli colorati minores, qui etiam ſunt tenuiores, omnium optimè lumen reflectunt; in centro verò, ubi lamina eſt omnium tenuiſſima, nulla ſenſibilis datur reflexio; ut illud in n. 873. clarè patet: in primo datur etiam lamina tenuiſſima aërea, quæ lumen non reflectit; nam macula in centro translucida ſuperat magnitudine ſuperficies vitrorum, quæ ex introceſſione partium immediatè ſeſe mutuo tangunt. 880. 881.

Si dentur laminæ ejuſdem medii, quarum craſſities ſint in progreſſione arithmeticâ numerorum naturalium 1. 2. 3, 4. 5. 6. 7. &c., *ſi omnium tenuiſſima reflectat radios homogeneos quoſcunque, ſecunda eoſdem transmittet*, tertia iterum reflectet, *& alternis vicibus radii reflectuntur & transmittuntur*: id eſt, laminæ, quarum craſſities in progreſſione memoratâ reſpondent numeris imparibus 1. 3. 5. 7. &c., reflectunt radios, quos transmittunt reliquæ, quarum craſſities reſpondent numeris paribus 2. 4. 6. 8. &c. 882.

Hæc laminarum proprietas obtinet reſpectu radiorum homogeneorum quorumcunque: cum

hac differentiâ, quod craſſities diverſæ pro coloribus diverſis requirantur, ut ante dictum (873); omnium minima eſt in coloris violacei reflexione; in rubri reflexione omnium maxima, poſitis craſſitiebus intermediis, radii refrangibili-
883. tatis intermediæ reflectuntur, id eſt, *creſcente radii refrangibilitate* etiam *minuitur craſſities laminæ, quæ illum reflectit.*

Inſtituatur experimentum in loco obſcuro, in quo imago Solis oblonga, ſæpius memorata, in chartâ repræſentatur. Dentur, ut in n. 873. duo vitra objectiva, teleſcopiorum majorum, ſuper ſe mutuo compreſſorum, & ita diſponantur, ut in his, quaſi in ſpeculo, ſucceſſivè videantur colores ſinguli imaginis memoratæ; id eſt, vitra ſucceſſivè illuminentur radiis homogeneis diverſis; quod obtinetur paululum circa axem agitando priſma, quo radii in imagine oblongâ ſeparantur. Annuli, in experimento primo memorati, apparent, ſed majori numero, & unius tantum coloris; propter coloris immutabilitatem in radiis homogeneis (850.): in interſtitiis horum annulorum radii tranſmittuntur ut in chartâ, diſpoſitâ poſt vitra, in quam radii tranſmiſſi impingunt, clarè patet; annuli omnium ſunt minimi, quando ſunt violacei; dilatantur ſucceſſivè conſiderando colores ſequentes ad rubrum uſque. Si, poſitis annulis coloris cujuſcunque, diametri exactè menſurentur circulorum, qui in medio latitudinis ſingulorum annulorum concipiuntur, quadrata diametrorum erunt inter ſe ut numeri impares 1. 3. 5. &c. & eodem modo, menſuratis diametris circulorum, in medio ſingulorum interſtitiorum inter annulos, illarum quadrata erunt ut numeri pares 2. 4. 6. &c. Cùm autem agatur de vitris ſphæricis, craſities laminæ aëreæ, in circulis memo-

moratis, ſunt ut numeri pares & impares. (*Exp.*).

DEFINITIO.

Color homogeneus, in laminâ medii cujuſcunque, dicitur primi ordinis, *ſi lamina fuerit omnium tenuiſſima, quæ talem colorem reflectit; in laminâ, cujus craſſities tripla eſt, dicitur* ſecundi ordinis, &c. 884.

Color primi ordinis eſt omnium maximè vividus; & ſucceſſivè, in ordinibus ſequentibus, ſecundo, tertio, &c., minus ac minus vividus eſt (880.). 885.

Quando radiis heterogeneis illuſtratur lamina aërea, inter vitra Teleſcopiorum, aut lamina ſimilis ex aliâ quacunque materiâ, ut in 873. 874. varii ex annulis, in experimento in n. 883. memorato, viſis, inter ſe confunduntur, & color videtur, qui ex horum permixtione conflatur; nam *eadem laminæ craſſities, ad colores diverſos, variorum ordinum, reflectendos, ſæpè requiritur:* ſic lamina, quæ violaceum tertii ordinis reflectit, etiam repercutit rubrum ſecundi ordinis, ut, ad hoc attendendo, ex ultimo experimento deducitur: ideòque in n. 873. 874. violaceus annulus tertius cum parte exteriori annuli rubri ſecundi confunditur, & color datur purpureus; non tamen omnis ruber color ſecundi ordinis abſorbetur; quia annulus ruber violaceum latitudine ſuperat. 886.

Quo magis augetur laminæ craſſities, eo plures colores reflectit, varios, ex diverſis ordinibus. Lamina violacea decimi ordinis, congruit cum cœruleâ noni ordinis, & flavâ octavi ordinis, & tandem cum rubra ſeptimi ordinis, & color laminæ ex permixtione horum colorum conflatur. 887.

Si in Exp. memoratis in n. 873. 874., *obliquè ſpectator intueatur laminas*, aëream, & aqueam, dilatantur annuli cum oculi obliquitate, id 888.

eſt,

eſt, in hoc motu oculi *laminæ color* in determinato loco *mutatur*: major tamen eſt in n. 873.
889. dilatatio: quod probat *obliquitate radiorum colorem magis mutari, ſi lamina denſiori medio, quàm ſi rariori circumdetur.*

T. 13. fig. 5. Cujus propoſitionis demonſtrationem ex refractionis legibus facile deducimus. Sint L & *l* laminæ tenues; hæc medio denſiori, illa medio rariori circumdata; ſint ambæ ejuſdem craſſitiei: ſi in has incidant radii AB, *ab*, æqualiter ad laminas inclinati, in L refractio fiet, accedendo ad perpendicularem (620.); in *l* contra refringitur radius recedendo a perpendiculari (621.); & licèt BD & *bd* ſint æquales, *bc* longitudine ſuperat BC, ideòque major datur mutatio in motu luminis in laminâ *l* quàm
890. in L. *Auctâ denſitate laminæ* L, *manente medio rariori quo circumdatur, minor dabitur* differentia inter BC & BD, ideoque minor *mutatio*
891. *coloris*: & *ſi* ita *augeatur vis refringens laminæ*, ut radii refracti, quæcunque fuerit incidentis obliquitas, ſenſibiliter inter ſe non differant, *ſenſibilis non dabitur differentia in colore laminæ, in quocunque ſitu oculus ponatur.*

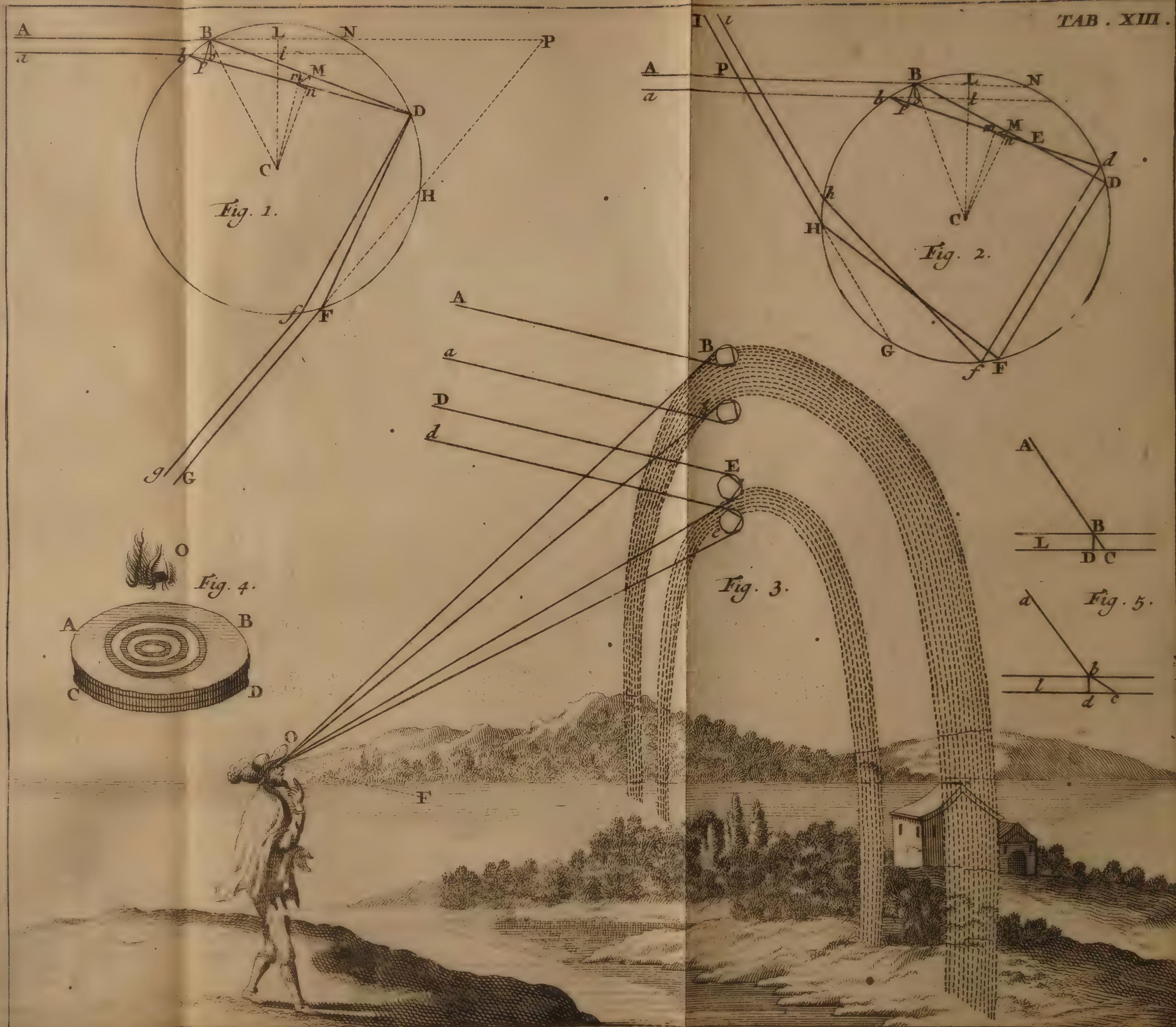
892. Ex hiſce deducimus, *quarundam laminarum colorem ex mutato oculi ſitu variari, aliarum colorem permanere.*

CAPUT XXII.

De Corporum naturalium Coloribus.

QUæ Corporum quorumcunque colores ſpectant, ex huc uſque explicatis facilè deducuntur.

Vidimus radios luminis colores ſibi peculiares &


TAB . XIII .
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.

& immutabiles habere, ita ut reflexione non 893.
mutentur (850.).

Ideò *radii à corporibus reflexi, majorem aut minorem refrangibilitatem habent pro majori aut minori refrangibilitate, quæ competit colori ipſius corporis*, In medio chartæ nigræ duo fruſta quadrata, duorum circiter pollicum, vittæ ſericæ, unum rubeum alterum violaceum, junguntur ita, ut ſeſe mutuo ad latera tangant, diſponitur charta nigra, ut à lumine per feneſtram cubiculum intranti vittæ probè illuminentur: ſi ſpectator trans priſma vittas intueatur, colores ſeparati apparent. (*Exp.*).

Si eædem vittæ ſericæ flammâ candelæ illu- 894.
minentur; ad ſex pedum diſtantiam detur lens convexa, de qua in n. 842., ad diſtantiam circiter ſex pedum, in chartâ albâ dabitur repræſentatio vittæ rubræ, ad minorem diſtantiam alîus repræſentationem exactam habemus. Determinatur ubi repræſentationes ſunt exactæ, ſi fila nigra trajiciant ſuperficiem vittarum, nam hæc fila diſtincta apparent in exactâ repræſentatione, (*Exp.*).

Corporum colores varios dari, quia radii diverſi 895.
à corporibus diverſè coloratis reflectuntur, & corpus illius coloris apparere, qui oritur ex permixtione radiorum reflexorum, non modo ex præcedentibus experimentis deducitur, ſed etiam directis demonſtratur. Dentur duo corpora quæcunque, unum rubrum, alterum cœruleum, illuminentur hæc ſucceſſivè, in loco obſcuro, coloribus imaginis coloratæ, refractione priſmatis formatæ, ſinguli colores ab ambobus quidem reflectuntur, ſed radii rubri magnâ copiâ à corpore rubro repercutiuntur, dum paucos ex his reflectit corpus cœruleum, ut ex collatione coloris rubri amborum corporum clarè patet; contrarium obſervatur in radiis cœruleis, qui à corpo-

pore cœruleo magnâ copiâ reflectuntur, dum à corpore rubro pauci tantum, reflexione redeunt. (*Exp.*).

Radii, qui à corpore non reflectuntur, in hoc penetrant, ibique innumeras reflexiones & refractiones patiuntur, ut inter num. 830. & 831. explicavimus, donec tandem ſeſe jun-
896. gant particulis ipſius corporis (553.). Ideò *corpus eo citius incaleſcit, quo minori copiâ reflectit lu-*
897. *men.* Idcirco *corpus album*, quod ferè omnes radios quibus illuſtratur reflectit (856.), *omnium lentiſſimè incaleſcit, dum corpus nigrum*, in quod ferè omnes radii penetrant, quia pauci tantùm reflectuntur (833.), *citius aliis calorem acquirit.*

Ut autem determinemus conſtitutionem ſuperficierum corporum, à qua color pendet, debemus attendere ad minimas particulas, ex quibus hæ ſuperficies formantur; Particulæ hæ ſunt translucidæ (829.), & ſeparantur medio, denſitate differente cum ipſis particulis (831.); ſunt etiam tenues, aliter ſuperficies quaſi corpore translucido obtegeretur (831.), & color à particulis infra has pendêret. In omni ergo ſuperficie corporis colorati dantur laminæ innumeræ exiguæ tenues; minuendo autem laminam, ſervatâ hujus craſſitie, non hujus proprietates, quantum ad luminis reflexionem, mutantur; nam lamina minima, cum relatione ad radios luminis, magna admodum eſt: Idcirco demonſtrata in Capite præcedenti, ad haſce laminas in ſuperficiebus corporum applicari poſſunt. Unde ſequentes deducimus concluſiones.

898. *Pendet color corporis à craſſitie, & denſitate partium corporis, quæ in ſuperficie interjacent meatus in corpore* (877.).

899. *Eo magis vividus & magis homogeneus eſt color, quo partes ſunt tenuiores* (885 886. 887.).

900. *Cæteris paribus, partes memoratæ craſſitiem omnium ma-*

maximam habent, ſi corpus fuerit rubrum, omnium minimam, ſi violaceum (848.).

Partes corporum denſitate medium in interſtitiis multum ſuperant (889. 890. 891.). 901.

Denſitas hæc minor eſt in caudis pavonum & in genere in *corporibus, quorum color pro diverſo oculi ſitu variat* (888. 890.). 902.

Color corporis obſcurior & fuſcior eſt, ſi medium denſius poros intret (878.); tunc enim partes à quibus color pendet, medio denſiori quàm ante, circumdantur. 903.

Experimur hoc in omnibus corporibus, quæ intimè ab aquâ aut oleo penetrantur: exſiccatis corporibus priſtinum recuperant colorem, niſi in quibuſdam occaſionibus, in quibus, actione aquæ aut olei, quædam partes ſunt ſublatæ, aut quando partes quædam aquæ aut olei, cum partibus corporis ita conjunguntur, ut lamellarum craſſities mutetur. 904.

Ex ſimili cauſâ deducuntur mutationes in coloribus quorundam liquidorum, ex permixtione cum aliis liquidis. *Sæpe particulæ ſalinæ, natantes in uno liquido, ſeſe jungunt particulis ſalinis natantibus in alio: aut, ex actione particularum ſupervenientium, ſeparantur particulæ junctæ, quibus omnibus mutatur* particularum craſſities, & cum hac *liquidorum color* (875).

Liquidi aliquando diverſus eſt color, ſi radiis reflexis, quàm ſi tranſmiſſis, videatur: unde hoc oriatur antea vidimus (873.). Infuſio ligni nephritici, non nimium ſatura, reflexis radiis cærulea apparet, & flava videtur; ſi inter lumen oculum detur phiala infuſionem continens. (*Exp.*). 905.

Si in infuſione ligni nephritici infundatur ſpiritus aceti vini, flava apparet quomodocunque videatur. (*Exp.*). 906.

In hoc caſu particularum craſſities mutatur, &

& radii per ſingulas particulas tranſmiſſi intercipiuntur; licèt verò liquor inter oculum & lumen ponatur radiis reflexis videtur, nam tales radios ad oculum pervenire ex variis reflexionibus, quas lumen in liquido patitur, facile concipimus. Hicce autem color ſolus ſenſibilis eſt, quia radii directè per liquidum penetrare non poſſunt.

907. Ex hoc ipſo deducimus, quare *liquidum coloratum, in vitro figuræ coni inverſi, ſi detur inter oculum & lumen, diverſi coloris appareat, in variis vaſeos partibus*; in inferiori parte non omnes radii per particulas tranſmiſſi intercipiuntur, magis ac magis intercipiuntur, quo majori copiâ liquidum inter oculum & lumen detur; donec tandem omnes intercipiantur, & ſoli à particulis reflexi liquidum penetrent; in quo caſu color coincidit cum colore liquidi, radiis reflexis viſi.

908. *Nubes* ſæpe *pulcherrimè coloratæ apparent*? conſtant ex particulis aqueis quibus interjacet aër, *pro variâ* ideò *particularum aquearum craſſitie*, color diverſus in nube dabitur (875.).

FINIS LIBRI TERTII.

INSTITUTIONES PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ

LIBRI IV.

Pars I. De Mundi Syſtemate.

CAPUT I.

Idea Generalis Syſtematis Planetarii.

SPatium nullis limitibus terminari poſſe (17.) qui attentè conſideraverit, vix inficias ire poterit, ſupremam omnipotentem intelligentiam, quam terricolis arcto in campo demonſtravit, ſapientiam ubique manifeſtam feciſſe. Quem hìc arctum dico campum, in immenſum captum noſtrum ſuperat; arctum tamen cum ſpatio infinito collatum.

Tellus noſtra cum ſedecim aliis corporibus, (non plura novimus) *in determinato ſpatio movetur*; non ultra determinatos limites, neque à ſe mutuo recedunt; neque ad ſe mutuo accedunt hæc corpora; & immutatis legibus motus horum ſubjiciuntur. 909.

DEFINITIO I.

Congeries hæc ſeptemdecim corporum vocatur Syſtema Planetarium. 910.

Cir-

Circa hæc ſola ferè tota verſatur ars Aſtronomica; de his etiam præcipuè acturus ſum in hoc opere; reliqua Univerſum conſtituentia corpora nimium à nobis diſtant, ita ut horum motus, ſi moventur, à nobis obſervari nequeant; inter hæc nobis ſenſibilia ſunt ſola lucida, & quidem inſigniora tantùm, & quæ à nobis cæteris minus diſtant: etiam illorum quæ Teleſcopio deteguntur, plurima oculo inermi viſibilia non ſunt.

DEFINITIO. 2.

911. Corpora hæc omnia dicuntur *Stellæ fixæ.*

Fixæ vocantur, quia eundem ſitum inter ſe ſenſibiliter ſervant; circa hæc pecularia quædam, in ſequentibus, memoranda erunt.

912. Quod autem Syſtema Planetarium ſpectat: *In hoc* ſeptemdecim dari *corpora* diximus; *omnia ſunt ſphærica: Unicum proprio lumine lucet; reliqua ſunt opaca, & mutuato lumine viſibilia ſunt.*

913. *Sol eſt corpus* illud *lucidum, & omnium in Syſtemate Planetario longè maximum; in hujus medio quieſcit*, ſaltem exiguo motu tantùm agitatur.

DEFINITIO 3.

914. Reliqua ſedecim vocantur *Planetæ.*

Hi in duas claſſes dividuntur: ſex dicuntur Planetæ primarii; decem vocantur Planetæ ſecundarii. Quando de Planetis, nullâ adjectâ diſtinctione, loquimur, primarios intelligimus.

915. *Primarii Planetæ motibus ſuis Solem cingunt*, & ad diverſas ab hoc diſtantias, in curvis, in ſe redeuntibus, feruntur.

916. *Planeta ſecundarius circa primarium revolvitur*, & hunc in motu ſuo circa Solem comitatur.

917. *Planetæ in motibus ſuis lineas Ellipticas* (229.), a circulis non admodum differentes, *deſcribunt.*

Et

Et ſingulæ lineæ *hæ fixæ ſunt*, ſaltem, niſi poſt longum tempus, exigua in ſitu mutatio obſervatur.

Ita ſingulorum Planetarum primariorum orbitæ diſponuntur, ut focorum alter cadat in centro Solis; ſi Ellipſis A B *a b* repræſentet orbitam Planetæ, centrum Solis eſt F. 918; T. 3. fig. 11.

DEFINITIO 4.

Diſtantia, inter centrum Solis & centrum orbitæ, vocatur Planetæ Excentricitas: ut F C. 919.

In ſingulis revolutionibus Planeta ſemel ad Solem accedit, & ſemel ab hoc recedit; daturque ad diſtantiam omnium maximam in extremitate *a* axeos majoris orbitæ; & ad diſtantiam omnium minimam in extremitate oppoſitâ A. 920.

DEFINITIO 5.

Diſtantia Planetæ à Sole vocatur Media, *quæ æqualiter cum maximâ & minimâ differt.* Ad hanc datur Planeta in extremitatibus B, *b*, axeos minoris. 921.

DEFINITIO 6.

Punctum orbitæ, in quo Planeta à Sole maximè diſtat, vocatur Aphelium. Ut *a*. 922.

DEFINITIO 7.

Punctum orbitæ, in quo planeta minimè à Sole diſtat, vocatur Perihelium. Ut A. 923.

DEFINITIO. 8.

Nomine communi puncta hæc vocantur *Auges* ſeu *Apſides*. 924.

DEFINITIO. 9.

Linea quæ apſides conjungit, id eſt, axis major orbitæ, *vocatur* linea Apſidum. 925.

Orbita unaquæque in plano datur, quod per centrum Solis tranſit. 926.

DEFINITIO. 10.

Planum orbitæ Telluris vocatur Planum Eclipticæ. 927.

Hoc quaquaverſum continuatum concipitur;

&

& ad ſitum planorum reliquarum orbitarum, reſpectu hujus, attendunt Aſtronomi.

DEFINITIO 11.

928. *Puncta in quibus orbitæ ſecant planum Eclipticæ vocantur* Nodi.

DEFINITIO 12.

929. *Linea quæ jungit orbitæ cujuſcunque Nodos*, id eſt communis ſectio plani orbitæ, cum Plano Eclipticæ, *vocatur* Linea Nodorum.

930. *Planetæ non æquali celeritate in omnibus punctis*
931. *orbitæ ſuæ fertur; quo minus à Sole diſtat, eo celerius movetur*; & *tempora, in quibus arcus varii orbitæ percurruntur, ſunt inter ſe ut areæ, lineis ad centrum Solis ductis, formatæ*; Arcus A G & G B percurruntur in temporibus, quæ ſunt inter ſe, ut areæ triangulorum mixtorum A F G, G F B

932. *Omnes Planetæ verſus eandem partem feruntur*; & horum motus, in orbitis ſuis, eſt contrarius motui, quem quotidie in omnibus corporibus cœleſtibus obſervamus, quo in uno die tellurem circumferri videntur, de quo in ſequentibus.

DEFINITIO 13.

933. *Motus, qualis eſt Planetarum in orbitis, dicitur* in conſequentiâ, *&* directus.

DEFINITIO 14

934. *Motus contrarius dicitur* in antecedentiâ; *aliquando etiam* retrogradus.

935. *Quo à Sole magis removentur Planetæ, eo in orbitis lentiùs feruntur*; ita ut tempora periodica magis diſtantium majora ſint, & ex majori orbitâ percurſâ, & ex lentiori motu.

DEFINITIO 15.

936. Axis Planetæ *dicitur linea, quæ per centrum Planetæ tranſit, & circa quam hicce rotatur.*

937. *Planetæ*, ſaltem plerique, *& Sol ipſe circa axes revolvuntur*: duo dantur circa quos, hujus reſpectu, obſervationes inſtituere non licuit, qui hoc

hoc motu probabiliter non deſtituuntur.

Motus hicce conſpirat cum motu Planetarum in orbitis, id eſt, *eſt in conſequentiâ.* 938.

Axes ipſi *motu parallelo feruntur*, ita, ut ſingula axeos Planetæ puncta lineas æquales & ſimiles deſcribant. 939.

DEFINITIO 16.

Axeos extremitates dicuntur Planetæ Poli. 940.

Planetarum à Sole diſtantias ſatis accuratè inter ſe conferunt Aſtronomi; ita ut totius Syſtematis ideam habeamus. Orbium dimenſiones in hoc ſchemate repræſentantur, in quo puncta N N, ſingulorum orbium Nodos deſignant. 941. T. 14.

Nondum tamen *hujus ſyſtematis dimenſiones, cum ullâ menſurâ nobis notâ in ſuperficie Telluris, conferre poſſumus*; obſervationes enim, circa talem collationem inſtitutas, erroris expertes eſt Aſtronomus non afferet. 942.

Ut autem variæ ſyſtematis partes inter ſe conferantur, ponimus mediam Telluris à Sole diſtantiam, dividi in 1000. partes æquales, quæ, in menſurandis reliquis dimenſionibus, adhibentur. 943.

Sol ☉ in medio ſyſtematis, ut ante dictum, exiguo motu agitatur, circa axem revolvitur in ſpatio 25. dierum: & axis ad planum Eclipticæ inclinatur, efficiens angulum 87. gr. 30′. 944.

Planetarum omnium minimè à Sole diſtat Mercurius ☿; Hujus diſtantia media à Sole eſt 387: Excentricitas eſt 80; Inclinatio orbitæ, id eſt, angulus à plano orbitæ cum plano Eclipticæ formatus, eſt 6. gr. 52′.: In tempore 87. dierum, 23. horarum, revolutionem circa Solem peragit. 945.

Inſequitur Venus ♀; cujus diſtantia media à Sole eſt 723: Excentricitas 5: Inclinatio orbitæ 3. gr. 23′.: Tempus periodicum 224. dier 946.

17. hor.: Circa axem rotatur in 23. horis.

947. Planeta tertius ordine à Sole, eſt Tellus noſtra ♁, hujus diſtantia media à Sole eſt 1000.: Excentricitas 169: In ipſo plano Eclipticæ movetur. Tempus periodicum eſt 365. dier. 5. hor. 51′: Circa axem in ſpatio 23. hor. 56′. 4″. revolvitur: Axis cum plano Eclipticæ efficit angulum 66. gr. 31′.

948. Mars ♂ à Sole in mediâ diſtantiâ removetur 1524.: Excentricitas eſt 141.: Inclinatio orbitæ 1. gr. 52.′: Tempus periodicum 686. dier. 23. hor.. Circa axem revolutionem peragit in 24. hor. 40′.

949. Jupiter ♃ Planetarum maximus, à Sole diſtat mediâ remotione 5201.: Excentricitas 250.: Inclinatio orbitæ, 1. gr. 20′.: Tempus periodicum 4332. dier. 12. hor.: Circa axem revolvitur in 9. hor. 56′.

950. Saturni ♄ Planetarum remotiſſimi à Sole diſtantia media eſt 9538.: Excentricitas 547.: Orbitæ inclinatio 2. gr. 30′.: Tempus periodicum 10759. dier. 7. hor.. Hic annulo circumdatur, qui Planetam non tangit, & hunc nunquam deſerit: niſi adhibito Teleſcopio viſibilis non eſt.

Datâ diſtantiâ mediâ, addendo excentricitatem, detegitur maxima diſtantia; ſubtractâ verò excentricitate ex mediâ diſtantiâ, determinatur diſtantia minima (921.).

951. Tres Planetæ, Mars, Jupiter, & Saturnus, qui ultra Tellurem à Sole removentur, dicuntur *ſuperiores. Inferiores* Planetæ vocantur Venus & Mercurius.

952. *Inter primarios Planetas tres ſecundariis ſtipantur.*

Circa Saturnum quinque Planetæ, ſatellites dicti, moventur: Circa Jovem quatuor: Circa Tellurem unus, Luna nempe.

Pla-

Planetæ ſecundarii, Lunâ exceptâ, nudis oçulis non deteguntur.

953. *Satellites circa primarios deſcribunt areas, lineis ad centra primariorum, ductis temporibus proportionales*; ut reſpectu centri Solis de primariis dictum (931.).

954. *Luna circa Tellurem in ellypſi movetur, cujus focorum alter occupat Telluris centrum*, à quo Lunæ diſtantia media eſt ſemidiametrorum Telluris $60\frac{1}{2}$.: 955. *Excentricitas mutationi obnoxia eſt*, media eſt ſemidiametrorum $3\frac{1}{3}$.: 956. Planum *orbitæ*, cum plano Eclipticæ, efficit angulum circiter 5. gr., ſed *non conſtans eſt* hæc *inclinatio*. 957. *In motu Lunæ circa Tellurem, non motu parallelo feruntur, neque linea Apſidum, neque linea Nodorum*; ſed *hæc in antecedentia, illa in conſequentia fertur*; prima in 9. circiter annis revolutionem peragit, ſecunda in 19. Annis. Lunæ tempus periodicum, circa tellurem eſt 27. dierum & 7. circiter horarum; & exactiſſimè in eodem tempore circa axem rotatur.

958. Planetarum circumjovialium primus ſeu intimus, à Jovis centro diſtat diametros Jovis $2\frac{5}{6}$.: circa Jovem circumvolvitur in uno die 18. hor. 28′.

Secundi diſtantia eſt diametrorum Jovis $4\frac{1}{2}$.: tempus periodicum 3. dier. 13. hor. 18′.

Tertii diſtantia eſt $7\frac{1}{6}$. diam.: Tempus periodicum 7. dier. 4. hor.

Quartus diſtat $12\frac{2}{3}$. diam.: Revolvitur in tempore 16. dier. 18. hor. 5′.

959. Primus ſeu intimus Saturni Satelles, à centoro Saturni diſtat $\frac{39}{40}$. diam. Annuli: Tempus periodicum 1. diei, 21. hor. 18′.

Secundi diſtantia eſt diam. Ann. $1\frac{1}{4}$.: Tempus periodicum 2. dier. 17. hor. 41.′.

Tertii diſtantia eſt $1\frac{3}{4}$. diam. Ann.: Tempus periodicum 4. dier. 13. hor. 47′.

Quarti diſtantia 4. diam. Ann.: Tempus periodicum 15. dier. 22. hor. 41′.

Quinti diſtantia 12. diam. Ann.: Tempus periodicum 79. dier. 7. hor. 53′.

960. De motu horum, ut & Jovialium Satellitum, circa axes, nil certi huc usque ex obſervationibus Aſtronomicis determinari poteſt.

Si ad diſtantias & Tempora periodica Planetarum attendamus, hanc regulam in noſtro Syſtemate, ubicunque plurima corpora circa idem
961. punctum revolvuntur, id eſt, *circa Solem, Saturnum, & Jovem*, obtinêre videmus: *Quadrata Temporum periodicorum eſſe inter ſe, ut cubos diſtantiarum mediarum à centro.*

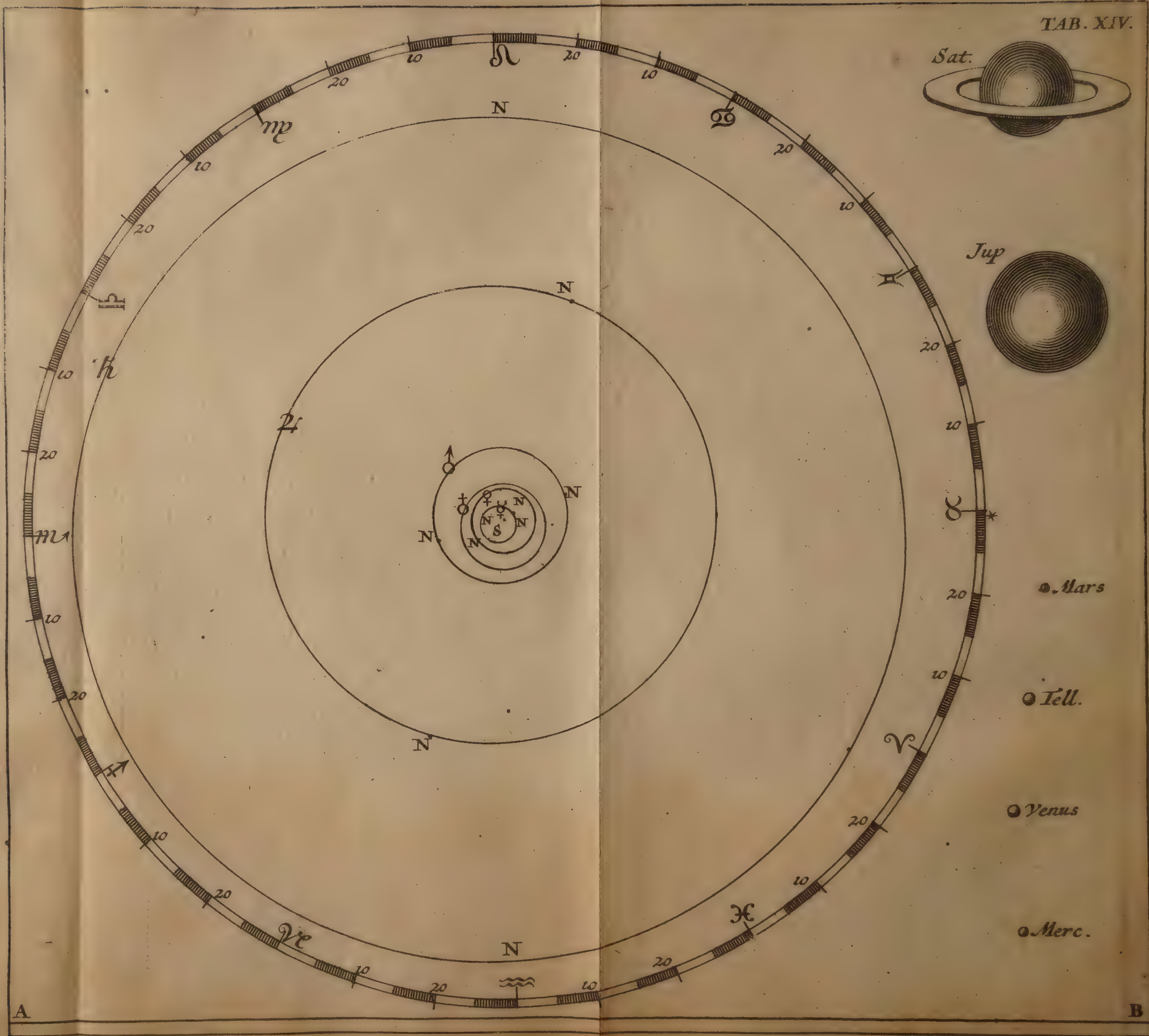
962. Dimenſionum ipſorum corporum, in noſtro
T. 14. ſyſtemate, ideam damus in ſchemate, in quo omnes Planetæ primarii, ut & Saturni annulus, ſecundum dimenſiones ſuas, delineantur. Sol, cujus magnitudo omnes alias excedit, repræſentatur circulo maximo, id eſt, terminante repræſentationem Syſtematis.

Hæ dimenſiones ſatis exactè proportiones corporum inter ſe exhibent, ſi tellurem excipiamus, quæ, ex ratione jam tradita (942.), cum cæteris corporibus ita conferri non poteſt, ut de errore dubium nullum ſuperſit.

963. *Menſuratur* tamen *Telluris diameter*, & eſt 3400669. perticarum, quarum ſingulæ continent 12. pedes Rhenolandicos; ſed licèt inter ſe, & cum Solis diametro, conferantur cæterorum Planetarum diametri, quot pedes hæ contineant exactè, niſi poſt, in tempore opportuno, inſtituendas obſervationes, determinari non poterit.

964. Inter corpora, Syſtema Planetarium componen-

TAB. XIV.



nentia, *ſola Luna cum Tellure confertur*; hujus diameter eſt ad Lunæ diametrum, ut $40\frac{7}{23}$ ad 11.

Planetæ ſecundarii reliqui ab Aſtronomis non menſurantur, quoſdam tamen magnitudine Tellurem excedere, in dubium vix vocari poteſt. 965.

Præter corpora huc uſque memorata, in ſyſtemate planetario, quædam alia per tempus videntur, quæ ad Solem accedunt, deinde ab hoc recedunt, & inviſibilia fiunt; *Cometæ* dicuntur. 966. Hi *plerumque caudati apparent, & cauda ſemper à Sole averſa datur. In motu ſuo deſcribunt* 967. *areas, lineis ad centrum Solis ductis, temporibus proportionales*, ut de Planetis dictum (931. 953.)

Circa Cometas probabile eſt, illos in orbitis ellypticis admodum extentricis moveri; ita ut inviſibiles ſint, quando à Sole remotiorem orbitæ partem occupant, quod ex quorundam periodis ſatis regularibus deducitur; & ex obſervationibus conſtat, *quoſdam portiones Ellypſium valdè excentricarum, in quarum foco centrum Solis erat, in motu ſuo deſcripſiſſe.* 968. 969.

Quam huc uſque ideam Syſtematis Planetarii dedi, Aſtronomicis nititur obſervationibus; &, de huc uſque dictis, nulla lis eſt inter Aſtronomos, ſi excipiamus, quæ lineam ellypticam & motum Telluris ſpectant.

Quidam Planetarum orbitas non eſſe ellypticas, ſed illos, in motu, aliam ovalem deſcribere contendunt: ex obſervationibus Tichonis Brahe deduxit Keplerus, lineas has eſſe ellypticas; & curvas alias à Planetis non poſſe deſcribi, in parte ſequenti videbimus.

Qui Tellurem quieſcere contendunt, nullo Aſtronomico aut Phyſico nituntur argumento; id eſt, ex Phænomenis non ratiocinantur: neglectâ Syſtematis ſimplicitate, & in hoc motu-

um analogiâ, ſententiam ſuam obſervationibus non contrariari defendunt; in quo illos errare, in parte ſequenti videbimus.

CAPUT II.

De motu apparenti.

QUi, lecto capite præcedenti, cœlum intuebitur, illud ſe, quod ibi exponitur, ſyſtema contemplari vix credet; & exactior motuum cœleſtium conſideratio dubium augebit. Nil
970. mirum, *in cœlis præter falſas motuum apparentias vix quicquam obſervamus.*

Variis motibus agitatus ſpectator, qui ſe quieſcere cogitat, & intuetur corpora, circa quorum diſtantiam & magnitudinem falſa fert judicia, vulgaris eſt cœlorum contemplator. Per multa ſæcula verum Mundi Syſtema, cœlum etiam exactius obſervantes, latuit.

971. Explicandum autem nobis eſt, quomodo omnia, quæ circa corpora cœleſtia obſervantur, reſpectu ſpectatoris in Tellure, locum habeant in Syſtemate expoſito; id eſt, ex veris motibus apparentias deducemus. Quod fieri non poteſt, niſi quibuſdam generalibus præmiſſis, de motu apparenti in genere.

Motum verum nullâ arte à nobis obſervari poſſe, extra omne dubium eſt; ſolus motus relativus ſub ſenſus cadit; de eo etiam tantùm agitur in capite præcedenti: Quis affirmare aut negare cum ratione poterit, non motu communi omnia corpora nobis nota, per ſpatia immenſa transferri?

972. *Motus relativus ab apparenti diſtinguendus eſt*; hic enim eſt mutatio viſa in ſitu corporum, & pendet à mutatione in picturâ in fundo oculi;
nam

nam objecta illam inter ſe relationem apparentem habent, quæ datur in oculo inter objectorum repræſentationes; videntur enim ut in oculo depinguntur (710.); & mutatio in hac picturâ ex corporum motu, ferè ſemper differt cum mutatione relationis inter ipſa corpora; ut ex picturæ formatione ſequitur.

Cœlum nihil eſt præter ſpatium immenſum, quod 973.
videri non poteſt, & nigrum apparêret (833.), niſi continuò radii luminis innumeri, à corporibus cœleſtibus manantes Atmoſphæram penetrarent. Plerique per rectas lineas, ab illis corporibus ad nos, perveniunt, multi tamen in Atmoſphærâ varias patiuntur reflexiones & totam Atmoſphæram illuminant; inde de die, etiam abſque nubium reflexione, corpora illuſtrantur, ad quæ radii ſolares directè pervenire nequeunt.

Radii hi ſunt heterogenei, & quidem albi; nam corpora dantur hiſce radiis illuſtrata, quæ alba apparent; & hæc, per priſmata viſa, ad extremitates coloribus tinguntur; quod in colore homogeneo non obtinet (860.); etiam circulus chartæ albæ, diametri ſemi pollicis, panno nigro ſuperimpoſitus, ſi hiſce radiis illuminetur, per priſma oblongus apparet, & iidem colores, qui in radiis ſolaribus obſervantur (848.), eodem modo hìc videntur; quæ omnia minimè obtinerent, ſi aër, ut à plurimis ſtatuitur, foret liquidum cœruleum, id eſt, per quod ſoli radii cœrulei, ſaltem maximâ copiâ, tranſeunt.

Dum cœlum nigrum intuemur, radii albi memorati *oculos intrant, unde color cœruleus cœlorum oritur.* Quia adſueti ſumus colorem videre, ubi objectum datur coloratum, etiam ad objectum refertur color cœlorum; cùm autem hic verſus omnes partes æqualiter obſervetur, *concipimus ſuperficiem cavam ſphæricam, in cujus centro ipſi poſiti* 975.

ſumus: ſuperficiem hanc ut opacam, ideoque *ultra omnia corpora nobis viſibilia remotam, imaginamur.*

Quando inter planum & oculum datur Corpus, de cujus diſtantiâ judicium ferre non poſſumus, plano applicatum nobis apparet corpus, quæcunque fuerit diſtantia inter hoc & planum; nulla enim datur ratio, quare partes plani, quæ ad latera imaginis corporis in oculo depinguntur, non ad eandem diſtantiam cum corpore apparêrent.

976. Inde etiam *omnia corpora cæleſtia*, (quorum minimè à nobis diſtans, Luna nempè, ita removetur, ut judicium de diſtantiâ non detur (726.),) *ad ſphæram imaginariam, memoratam, referuntur; & omnia æque remota apparent; & in ſuperficie ſphæræ cavæ moveri videntur.* Sic Luna inter ſtellas fixas concipitur, licet illius diſtantia vix rationem ſenſibilem habeat ad Saturni diſtantiam, quæ ipſa evaneſcit collata cum immenſâ ſtellarum fixarum remotione. Non mirum eſt igitur, ſi de magnitudine corporum cœleſtium & cœlorum immenſitate nil noſcat vulgus.

Deducimus ex dictis, quomodo ex dato motu corporis cujuſcunque, & noto motu Telluris, motus apparens determinetur. Sphæram diximus concipi ultra ſtellas fixas, in cujus centro datur ſpectator (975.): orbita Telluris adeò eſt exigua reſpectu diametri hujus ſphæræ, ut ex translato cum Tellure, ſpectatore, centrum

977. ſphæræ ſenſibiliter non mutetur; Quare *in omnibus ſuperficiei Telluris punctis, & in tempore quocunque, eandem Terricolæ imaginantur* ſphæram, *ad quam corpora cæleſtia referunt*; & quam, in ſequentibus, nominabimus *ſphæram ſtellarum fixarum.*

978. Hiſce poſitis, *ſi per Tellurem, & corpus, lineam concipiamus, quæ ultra corpus continuata ſphæram memoratam ſecat, habemus punctum*, ad quod corpus memoratum refertur, & *quod eſt locus apparens corporis.*

Dum

Dum corpus, aut Tellus, aut ambo, moventur, agitatur hæc linea, & *motus apparens eſt* 979.
linea, quam inter ſtellas fixas deſcribit extremitas *lineæ* memoratæ, *tranſeuntis per Tellurem & corpus, cujus motus apparens obſervatur.*

Idcirco *eadem apparentia ex translatâ Tellure ſe-* 980.
quuntur, quàm ex translato corpore, & eadem etiam ex motu amborum deduci poſſunt.

Si autem *Corpus & Tellus ita moveantur, ut li-* 981.
nea, quæ per hæc corpora tranſit, motu parallelo feratur, corpus inter ſtellas fixas quieſcere videbitur; quia ſpatium, in hoc caſu, ab extremitate lineæ inter ſtellas percurſum, non ſuperat ſpatium à Tellure percurſum; linea autem æqualis toti ſpatio, quod à Tellure poteſt percurri, ad diſtantiam ſtellarum fixarum remota, nobis ſenſibilis non eſt.

Ex motu Telluris circa axem etiam *datur motus* 982.
apparens, qui ſuo tempore, ex fundamentis in hoc capite poſitis, facilè deducetur.

Motum apparentem à relativo differre, & ex motu ſpectatoris variari, navigantes quotidie experiuntur.

CAPUT III.

De Phænomenis Solis ex motu Telluris in orbitâ.

SIt Sol in S; Tellus in orbitâ ſuâ in T; *r s* T. 15.
ſphæra ſtellarum fixarum; locus apparens fig. 1.
Solis eſt *s* (978.). *Dum Tellus in orbitâ transfer-* 983.
tur à T in *t*, *Sol moveri videtur*, & percurrere arcum *s r* (979.), qui menſurat angulum *r* S *s*, æqualem angulo T S *t*; ita, ut celeritas motus apparentis Solis pendeat, à celeritate motus angularis Telluris, reſpectu centri Solis; qui motus ex duplici cauſâ creſcit; ex imminutâ di-

ſtantiâ à Sole, & ex auctâ celeritate Telluris: quæ ambæ cauſæ ſemper concurrunt (931.);
984. quare *motus apparentis Solis inæqualitas ſenſibilis eſt.*
985. *In integrâ Telluris revolutione*, etiam *integrum circulum Sol percurrere videtur.*

DEFINITIO I.

986. *Via* hæc *apparens Solis* Linea Ecliptica *vocatur.* Eſt ſectio ſphæræ ſtellarum fixarum cum plano Eclipticæ, ad hanc ſphæram uſque continuato.

Dividitur hæc via in duodecim partes æquales, quæ ſingulæ continent 30. gr.; partes hæ vocantur Signa, & nominibus dantur; Aries ♈, Taurus ♉, Gemini ♊, Cancer ♋, Leo ♌, Virgo ♍, Libra ♎, Scorpius ♏, Sagittarius ♐, Capricornus ♑, Aquarius ♒, Piſces ♓. Unde hæ partes nomina mutuatæ ſint, ubi de ſtellis fixis acturi ſumus, videbimus.

987. *Diutius in percurrendis ſex ſignis primis hæret Sol, quàm in ſex poſterioribus, daturque differentia novem dierum.*

988. Licet circulus nullum habeat *principium* aut finem, ubi tamen in hoc puncta varia determinanda ſunt, quoddam punctum pro principio habendum eſt; hoc, *in lineâ Eclipticâ, eſt primum punctum Arietis*; quomodo determinetur,
989. in ſequentibus videbimus. Non eſt fixum inter ſtellas fixas; idcirco *orbitæ Planetarum*, quæ adeò parum mutantur, ut pro immutabilibus haberi poſſint (917.), *non eundem reſpectu hujus puncti ſitum ſervant.*

DEFINITIO 2.

990. *Diſtantia Solis à primo puncto Arietis, in conſequentiâ menſurata, dicitur* Solis Longitudo.

991. *Longitudines cæterorum corporum cœleſtium, eo-*
922. *dem modo in Eclipticâ menſurantur: Ad hanc referuntur, ſi circulus major per corpus concipiatur perpendicularis ad Eclipticam*; punctum enim, in quo hæc

hæc ab illo circulo ſecatur, determinat corporis longitudinem.

DEFINITIO 3.

Diſtantia corporis cœleſtis à lineâ Eclipticâ, vocatur illius Latitudo. Eſt arcus circuli majoris, ad Eclipticam perpendicularis, inter corpus & Eclipticam interceptus. 993.

DEFINITIO 4.

Si in centro ſphæræ ſtellarum fixarum, ad planum Eclipticæ, concipiamus lineam perpendicularem, puncta, in quibus hæc memoratam ſphæram ſecat, vocantur Poli Eclipticæ. 994.

DEFINITIO 5.

Zodiacus *eſt* Zona, *quæ concipitur in cœlis, quam in duas partes æquales ſecat linea Ecliptica, & quæ, ab utraque parte terminatur circulo lineæ Eclipticæ parallelo, & ab hac octo gradibus diſtanti.* Propter exiguam orbium Planetarum, ut & Lunæ, inclinationem ad planum Eclipticæ, *nunquam extra Zodiacum, corpora ulla ſyſtematis Planetarii apparent.* 995. 996.

DEFINITIO 6.

Inter hæc, quæ eandem habent longitudinem dicuntur in conjunctione. 997.

DEFINITIO. 7.

In oppoſitione *dicuntur, quorum longitudines differunt* 180. *gr.* 998.

CAPUT IV.

De Phænomenis Planetarum inferiorum, ex horum, & Telluris, motibus in orbitis ſuis.

Sit S Sol; AVB*v* orbita Planetæ inferioris; Tellus in orbitâ ſuâ T; *avb* portio ſphæræ T. 15. fig. 2.

ſtellarum fixarum; Locus apparens Solis eſt v (978.).

Si ex Tellure, ad orbitam Planetæ, ducantur tangentes T A *a*, T B *b*, clarè patet, nunquam ad majorem diſtantiam, quàm v *a* aut v *b* à Sole, in motu apparenti, removeri Planetam; & hunc illum, in motu apparenti circa Tellurem, quaſi comitari.

DEFINITIO I.

999. *Diſtantia apparens Planetæ à Sole, dicitur illius*
1000. *Elongatio.* v *a* aut v *b* eſt *elongatio maxima*: hæc ex duabus cauſis *variat*; quia nempè & Tellus & Planeta in lineis ellypticis revolvuntur (917.).

1001. *Planeta*, citiùs quàm Tellus, revolutionem peragit (935.); ideò *in motu ſuo, inter Tellurem & Solem tranſit, & deinde ultra Solem reſpectu Telluris movetur: ita, ut duobus modis cum Sole in conjunctione ſit, nunquam* autem *in oppoſitione.*

Ut ideam habeamus motus apparentis Planetæ, concipere debemus, cum Tellure moveri lineas T B *b*, T S v, T A *a*; ita ut puncta A, V, B, & *v*, dum Tellus revolutionem peragit, orbitam Planetæ circumrotentur; Planeta verò, qui celerius revolvitur, per hæc puncta ſucceſſivè iterum atque iterum tranſit.

1002. *Dum* ab V in D in orbitâ fertur, inter fixas ab v verſus d moveri videtur; in hoc caſu, *motus apparens eſt in antecedentiâ & Planeta eſt retro-*
1003. *gradus.* In D *ſtationarius* dicitur; quia *per aliquod tempus, in eodem loco, inter ſtellas fixas apparet*: hoc obtinet, ubi Planetæ orbita, in loco, in quo Planeta verſatur, ad orbitam Telluris, in loco in quo hæc datur, ita inclinatur, ut ductâ lineâ *t d* lineæ T D parallelâ, & parum ab hac diſtanti, D *d* ſit ad T *t*, ut Planetâ celeritas, in orbitâ, ad Telluris celeritatem; hæ lineolæ eodem tempore percurruntur (5▪.); & linea, quæ per Tellurem & Planetam ducitur, motu

pa-

parallelo fertur, quo locus Planetæ apparens non mutatur (981.).

Inter *d* & B magis ad orbitam Telluris inclinatur Planetæ orbita, quare extremitas lineæ tranſeuntis per Tellurem & Planetam; licèt Pla- 1004.
neta celerius Tellure moveatur, *in conſequentiâ* fertur; verſus quam partem *etiam dirigitur motus apparens Planetæ* (979.). Cùm tamen motus apparens Solis motum apparentem Planetæ ſuperet, elongatio augetur, quæ poſito Planetâ in B eſt maxima. Dum arcum B *v* Planeta percurrit in conſequentiâ etiam eſt motus apparens, & motum Solis apparentem ſuperat, ad quem accedit, & transgreditur, ab hoc recedendo, donec pervenerit ad A. Inter A & E motus in conſequentiâ continuatur; ſed Sol, cujus motus apparens in hoc caſu velocior eſt, ut de arcu *d* B explicatum, ad Planetam accedit, & minuitur elongatio. In E, eodem modo ac in D, ſtationarius eſt *Planeta*, inter E & V iterum 1005.
retrogradus eſt.

Planetæ orbita ad planum Eclipticæ inclinatur (945. 946.), idèo *non in lineâ Eclipticâ moveri videtur*, *ſed* nunc minus nunc magis ab hac diſtat, & *in curvâ irregulari ferri videtur*, *quæ interdum Eclipticam ſecat.*

Sit N V N orbita Planetæ; cujus nodi N, N; T. 15.
ſit S Sol; T *t* Telluris orbita in plano Eclipti- fig. 1.
cæ; Tellus T; Planeta V. Si V A concipiatur per Planetam ad planum Eclipticâ perpendicularis, angulus V T A, aut potius arcus qui hunc menſurat, eſt latitudo Planetæ (993.): vocatur hæc *latitudo Geocentrica*, ut diſtinguatur à latitudine Planetæ ex Sole viſi, quæ *Heliocentrica* dicitur, & eſt in hoc caſu angulus V S A; de illa hìc agitur, Phænomena ex Tellure viſa examinamus.

Quando Planeta eſt in Nodo, *in lineâ Eclipticâ* 1006.

apparet, & curva à Planetâ, motu apparenti in Zodiaco deſcripta, ſecat lineam Eclipticam; *re-*
1007 *cedendo à Nodo augetur Planetæ latitudo, quæ etiam pro Telluris ſitu variatur*; ſic manente Planetâ in V, major eſt latitudo ſi Tellus ſit in T, quàm ſi foret in *t*. Si, manente Tellure, Planetam ex V ad *v* translatum concipiamus, ex duplici cauſâ angulus *v* T B minor erit angulo V T A, ex acceſſu Planetæ ad nodum, & ex receſſu ſpectatoris.

Si nunc conſideremus Tellurem & Planetam continuò moveri, facilè concipiemus mutari omnibus momentis latitudinem ex utraque cauſâ. Hæ interdum contrariè agunt, interdum, in augendâ aut minuendâ latitudine, conſpirant; unde neceſſariò oritur motus apparens in curvâ irregulari, ut ante dictum, quæ Eclipticam ſecat, quoties nodos transgreditur Planeta, id eſt, bis in ſingulis hujus revolutionibus; curva etiam hæc, ab utraque parte, non ultra certos limites in Zodiaco ab Eclipticâ recedit.

Teleſcopio etiam deteguntur Phænomena notabilia Planetarum inferiorum, quæ ab horum opacitate pendent.

T. 15. Sit S. Sol; T Tellus; A, B, C, v, D, E, F, V,
fig. 4. Planeta inferior, Venus ex. gr., in orbitâ. Hic mutuato à Sole lumine lucet, & hæmiſphærium Soli obverſum tantum illuminatur, hæmiſphærium alterum inviſibile eſt: Idcirco ſola pars hæmiſphærii illuminati, quæ Telluri obvertitur, ex hac videri poteſt: in V Planeta videri non poteſt, in v rotundus appareret, niſi radii ſolares impedirent quo minus videatur.

1008. Ex v progrediendo, *Planeta continuò decreſcit*, in D habet figuram *d*, in *e* & *f* delineatur, ut in E & F apparet, ulteriuſque decreſcit, *donec evaneſcat* in V; *deinde iterum creſcit ſucceſſivè mutando figuram*, donec totum hæmiſphærium illu-

luminatum Tellurem verſus dirigatur.

Quando nodus datur in V, aut in viciniis, 1009.
Planeta in ipſo diſco Solis, & quaſi Soli applicatus, *videtur*, & *obſervatur macula nigra, quæ ſuper Solis ſuperficie movetur:* in hoc caſu, propriè loquendo, Planetam non videmus, ſed ubi radios ſolares intercipiat decernimus.

Quo minus à Tellure diſtat Planeta, eo major 1010.
apparet (727.), & magis lucidus, ſed dum ad Tellurem accedit, pars lucida viſibilis minuitur, ita ut ex unâ cauſâ creſcat lumen, ex aliâ minuatur; *daturque diſtantia quædam media, ad quam lux reflexa eſt maxima.*

CAPUT V.

De Phænomenis Planetarum ſuperiorum, ex horum & Telluris motibus in orbitis ſuis.

IN multis, cum explicatis circa Planetas inferiores, coincidunt ſuperiorum motus apparentes, in multis differunt. *Non ſemper hi So-* 1011.
lem comitantur, ſed ſæpe in oppoſitione obſervantur;
in motu tamen, ut de inferioribus dictum, *non* 1012.
ſemper in conſequentiâ ferri videntur, ſed ſæpe ſtationarii, ſæpe retrogradi ſunt.

Sit M Planeta ſuperior, ex. gr. Mars, in or- 1013.
bitâ; A T H B orbita Telluris. Tempus perio- T. 15.
dicum Telluris brevius eſt tempore periodico fig. 5.
Martis (935.); ideò inter hunc & Solem in motu ſuo tranſit Tellus, in quo caſu Planeta in F, inter ſtellas fixas Soli oppoſitus, apparet. Per M ducantur lineæ B M, A M, orbitam Telluris tangentes, quæ continuatæ in G & D in ſphærâ ſtellarum fixarum pertingunt. Con-

ci-

cipiamus, dum Planeta in orbitâ transfertur; lineas has etiam moveri, ita ut puncta A & B, in quibus lineæ per Planetam tranſeuntes orbitam Telluris tangunt, in tempore periodico Planetæ revolutionem peragant. Cùm autem Tellus celerius revolvatur, per puncta A & B in motu ſuo tranſit. In hoc motu ultra F D & F G à loco Planetæ e Sole viſo non removetur locus apparens è Tellure. Sit in hujus orbitâ punctum T tale, ut ductâ lineâ *t m* parallelâ lineæ T M, T *t* ſit ad M *m*, ut Telluris celeritas ad Planetæ celeritatem; in quo caſu hæ lineolæ eodem tempore percurruntur (52.); interea quieſcere videtur Planeta (981.), & ſtationarius dicitur. Eodem modo ſtationarius eſt, poſitâ Tellure in H. In motu Telluris inter T & H, Planeta ab E per F in antecedentiâ moveri videtur & retrogradus dicitur, dum reliquam orbitæ ſuæ partem percurrit Tellus, directus eſt Planeta.

1014. *Phænomena circa latitudinem ſimilia ſunt iis, quæ explicata ſunt reſpectu Planetarum inferiorum* (1005).

1015. *Jupiter & Saturnus* ad magnam diſtantiam Telluris orbitam cingunt, quare ubique ferè tota illorum hæmiſphæria, quæ à Sole illuminantur, è Tellure viſibilia ſunt; ideò *ſemper rotundi apparent* hi Planetæ.

1016. Quia minus diſtat *Mars*, *paululum gibboſus apparet*, *inter conjunctionem & oppoſitionem cum Sole.*

CAPUT VI.

De Phænomenis Satellitum, ex motu horum in orbitis. Ubi de Eclipſibus Solis & Lunæ.

1017. *SAtellites Jovis & Saturni ſemper in motu primarios ſuos comitantur, & nunquam ultra certos limi-*

limites, qui ex horum, à Primariis, diſtantiis facilè determinantur, *ab utraque parte recedere videntur; alterniſque vicibus in antecedentiâ & in conſequentiâ feruntur.* Aliquando omnes ad eandem partem Primarii dantur, aliquando inter ipſos Primarius obſervatur; omnes *ſemper aut in* 1018.
eâdem lineâ rectâ diſponuntur, aut parum ab hac diſtant. Quæ omnia ex motu circa Primarios, in planis exiguos inter ſe, & cum plano Eclipticæ, angulos efficientibus, facilè deducuntur.

Non omnes Saturni aut Jovis *Satellites* ſemper 1019.
ſimul viſibiles ſunt. *Quando inter Primarium & Tellurem dantur ab ipſo Primario diſtingui non poſſunt; aliquando à Primario obteguntur, ſæpe in umbram Primarii immerguntur.*

DEFINITIO I.

Talis in umbram immerſio dicitur *Satellitis* 1020.
Eclipſis.

Sit S Sol; T *t* Telluris orbita, I Jupiter; T. 16.
M *m* orbita ſecundarii Jovialis. Dum ab M ad *m* fig. 2.
movetur ſecundarius, Eclipſin patitur; & à Sole non illuminatus inviſibilis eſt. Poſitâ Tellure verſus T, immerſio in umbram facile obſervatur, emerſio contra magis ſenſibilis eſt, poſitâ Tellure in *t*.

Inter *Saturni* comites *annulum* dari diximus 1021.
(950.); circa quem notandum, illum *nunquam à ſpectatore in Tellure latiorem videri, quam in Tab. 14. repræſentatur; & aliquando inviſibilem eſſe;* quando nempe planum annuli continuatum per Tellurem tranſit: annuli enim craſſities ſenſibilis non eſt. Etiam non videtur annulus, quando hujus planum continuatum, inter Solem & Tellurem tranſit; tunc enim ſuperficies annuli illuminata à Tellure avertitur: in utroque caſu Saturnus rotundus apparet, in ultimo tamen, ex radiis ab annulo interceptis, faſcia nigra in Planetæ ſuperficie obſervatur, ſimilis illi, quæ ab umbrâ annuli pendet.

Tel-

Telluris Satellitis, Lunæ nempe, Phænomena noſtri reſpectu notabiliora ſunt, & peculiariter explicanda.

1022. *Sæpiſſimè Soli conjungitur, totieſque huic opponitur,* non tamen in ſingulis revolutionibus Lunæ in orbitâ; nam dum *Luna* poſt revolutionem integram 27. dier. 7. hor. iterum redit ad locum inter ſtellas fixas, in quo cum Sole fuit conjuncta, Sol ex hoc loco receſſit, & ab hoc circi-

1023. ter diſtat 27. gr. (947. 983. 985.); itaque *conjunctiones vicinæ diſtant viginti novem diebus cum ſemiſſe.*

DEFINITIO 2.

1024. Menſis Lunaris periodicus, *eſt tempus revolutionis Lunæ in orbitâ.*

DEFINITIO 3.

1025. Menſis Lunaris Synodicus, *ſeu* lunatio, *eſt tempus, quod Luna impendit inter conjunctiones cum Sole proximas.*

1026. *Inviſibilis eſt Luna in conjunctione cum Sole;* quia

T. 16. hæmiſphærium illuminatum à Tellure avertitur.

fig. 2. Sit Tellus T; Luna in N inter Solem & Tellurem; hæmiſphærium illuminatum erit *mli,*

1027. quod in Tellure videri non poteſt. *Dum Luna,* in orbitâ, *à conjunctione ad oppoſitionem, fertur,* pars illuminata, quæ ſemper Solem verſus dirigitur, *continuò magis ac magis ſpectatoribus in Tellure viſibilis eſt;* & in punctis A, B, C, ſucceſſivè figu-

1028. ras *a, b, c,* acquirit Luna. In P, *in oppoſitione cum Sole, rotunda apparet; deinde* per D, E, F, tranſeundo *decreſcit,* ut in *d, e, f,* repræſentatur.

DEFINITIO 4.

1029. *Conjunctio Lunæ cum Sole vocatur* Novilunium. Poſt conjunctionem Luna quaſi renaſci videtur.

DEFINITIO 5.

1030. *Oppoſitio Lunæ cum Sole vocatur* Plenilunium; quia Luna pleno orbe lucida apparet.

DE-

DEFINITIO 6.

Nomine communi oppoſitio & conjunctio Satellitis cum Sole vocantur Syzygiæ. 1031.

In A & F pars Lunæ obſcura, radiis à Tellure reflexis, paululum illuminatur; ideò videtur à ſpectatore cui Sol viſibilis non eſt, id eſt, in primo caſu poſt occaſum Solis, in ſecundo ante hujus ortum. 1032.

DEFINITIO 7.

Quando Solis lumen à Lunâ intercipitur ita ut in totum, aut pro parte, reſpectu ſpectatoris cujuſcunque in Tellure, Sol obtegatur, Sol dicitur Eclipſin *pati.* 1033.

Propriè loquendo, hæc eſt Eclipſis Telluris, in cujus ſuperficiem cadit Lunæ umbra aut penumbra.

DEFINITIO 8.

Lunæ Eclipſis *eſt obſcuratio Lunæ ex umbrâ Telluris.* 1034.

Nunquam Solis Eclipſis obſervatur, niſi quando Novilunium celebratur. 1035.

Nunquam Luna deliquium patitur, niſi in Plenilunio. 1036.

Non tamen *in ſingulis Syzygiis Luminaria deficiunt*; quia Luna non in Plano Eclipticæ movetur (956.), in quo ſemper dantur Sol & Tellus; quare, propter latitudinem Lunæ, hujus umbra, in Novilunio, ſæpe Tellurem non tangit; & ipſa, in Plenilunio, ad latus umbræ Telluris tranſit. 1037.

Quando autem Lunæ latitudo aut nulla aut exigua eſt, id eſt, *quando in Nodo, aut propè hunc, verſatur Luna in Syzygiis, Eclipſis obſervatur*; in hoc caſu in Eclipticâ, aut parum ab hac diſtans, apparet Luna; & inde nomen ſuum habet hæc linea. 1038.

Ut quæ Lunæ Eclipſin ſpectant clarius pateant, ſit Lunæ ſemita O O; planum Eclipticæ R R; in hoc ſemper datur centrum umbræ T. 16. fig. 3.

bræ Telluris (927. 926.); Nodus orbitæ Lunæ eſt N.

Si umbra Telluris ſit in A, non obſcuratur Luna, quæ in F tranſit.

1339. *Si* minus à Nodo diſtet Luna in Plenilunio, ut in G, umbra Telluris datur in B, & *Luna pro parte obſcuratur*; hæc *Eclipſis dicitur Partialis.*

1040. *Si*, poſitâ umbrâ in D, Plenilunium celebretur, *in totum tenebris obtegitur Luna* in I; in L in umbram cadit, in H ex hac exit; & *Eclipſis dicitur Totalis.*

1041. *Centralis vocatur Eclipſis, quando centrum Lunæ tranſit per centrum Umbræ, quod in ipſo Nodo* N *tantùm obtinet.*

De Telluris umbrâ huc uſque locuti ſumus; quia, quando de Tellure loquimur, cum hac conjunctam etiam intelligimus Atmoſphæram,

1042. de qua alibi (462); *de Atmoſphæræ umbrâ* propriè *agitur in Eclipſibus Lunaribus*; ipſius enim Telluris umbra ad Lunam non pertingit.

T. 17. fig. 1. Sit T Tellus, Atmoſphærâ F D G G D F circumdata. Radii ſolares B D, B D, Atmoſphæram tangentes, rectâ progrediuntur, & Atmoſphæræ umbram terminant, extra quam ſi Luna detur, immediatè à radiis Solaribus illuminatur, non verò eodem modo, inter B D & B D, illuſtratur.

1043. *Radii, qui obliquè Atmoſphæram intrant*, refractionem patiuntur (613.); & dum ad Tellurem accedunt, continuò in medium denſius atque denſius penetrant (473. 468.); ideoque omnibus momentis inflectuntur (613.) & *per curvas moventur.* Sic radii E F, E F, in curvis F G, F G Tellurem tangentibus, Atmoſphæram penetrant. Omne lumen inter E F, E F, à Tellure intercipitur, & Radii G A, G A terminant Telluris umbram.

Lumen autem inter E F & B D, ab Atmo-

ſphæ-

ſphærâ refractum, diſpergitur inter G A & B D continuatam, & ultra A, mucronem umbræ Telluris, lumina ab omnibus partibus confunduntur, ſed recedendo à Tellure continuò debiliora ſunt: ita ut *Umbra Atmoſphæræ* non ſit 1044.
umbra perfecta ſed *lumen debile*, quo Luna in Eclipſi viſibilis *eſt*.

Atmoſphæræ umbra eſt conica; quia Solis dia- 1045.
meter Atmoſphæræ diametrum, quæ vix à Telluris diametro differt, ſuperat; & conus hicce *ad Martem non pertingit*, ut ex obſervationibus immediatis conſtat: umbræ autem diameter, in loco, ubi ab orbitâ Lunæ ſecatur, à Telluris diametro vix quartâ parte ſuperatur.

Simili ratiocinio, quo probavimus Lunam in Atmoſphæræ umbram cadere, quando in plenilunio Luna in Nodo, aut propè hunc datur, probatur Lunæ umbram in Tellurem cadere *in Novilunio, quando aut in Nodo aut prope* 1046.
Nodum Luna verſatur, ideòque in hoc caſu *Solem Eclipſin pati*; circa quam varia ſunt notanda.

Sit Sol S; Luna T; cadat hujus umbra in T. 16.
planum quodcunque in G H. Umbra hæc pe- fig. 4.
numbrâ circumdatur; nam ultra L & E. planum hoc ab integro Solis Hæmiſphærio illuminatur; ab L accedendo ad H, & ab E ad G lumen continuò minuitur, & in viciniis G & H, radii, ab exiguâ tantùm parte ſuperficiei Solis, ad planum perveniunt.

DEFINITIO 9.

Lux hæc *imminuta, qua, ab omni parte, um-* 1047.
bra G H *circumdatur, vocatur* penumbra.

Simili *penumbrâ* Telluris umbra, *in Eclipſi Lu-* 1048.
nari, circumdatur, ſed hæc tantum in viciniis umbræ ſenſibilis eſt, & ideo *exiguam habet latitudinem; integra* autem *poteſt obſervari* à ſpecta- 1049.
tore, poſito in Plano, in quod umbra cadit, qui caſus *in Eclipſi Solari* extat. Spectator in I

aut

aut F ſemidiametrum Solis tantúm videre poteſt, reliquum diametri à Lunâ obtegitur; & ab L progrediendo verſus H, Sol a Lunâ continuo magis magis ac magis obtegitur, donec in ipſa umbrâ planè inviſibilis ſit.

1050. Ex hiſce ſequitur *Solarem dari Eclipſin, licèt Lunæ umbra Tellurem non tangat, ſi modo penum-*
1051. *bra ad hujus ſuperficiem perveniat.* Etiam *non in omnibus locis, in quibus Sol viſibilis eſt, Eclipſin ob-*
1052. *ſervari; & in locis, in quibus obſervatur, diverſam eſſe*, pro ut umbra, aut pars varia penumbræ, per locum tranſit.

1053. *Lunæ Eclipſis* verò *ubique eadem eſt, ubi Luna, durante Eclipſi, viſibilis eſt.*

1054. *Quando umbra ipſa Lunæ in Tellurem cadit, Totalis dicitur Solis Eclipſis, ſi penumbra tantùm pertingat ad Tellurem, Partialis dicitur*, illudque in genere conſiderando Eclipſin.

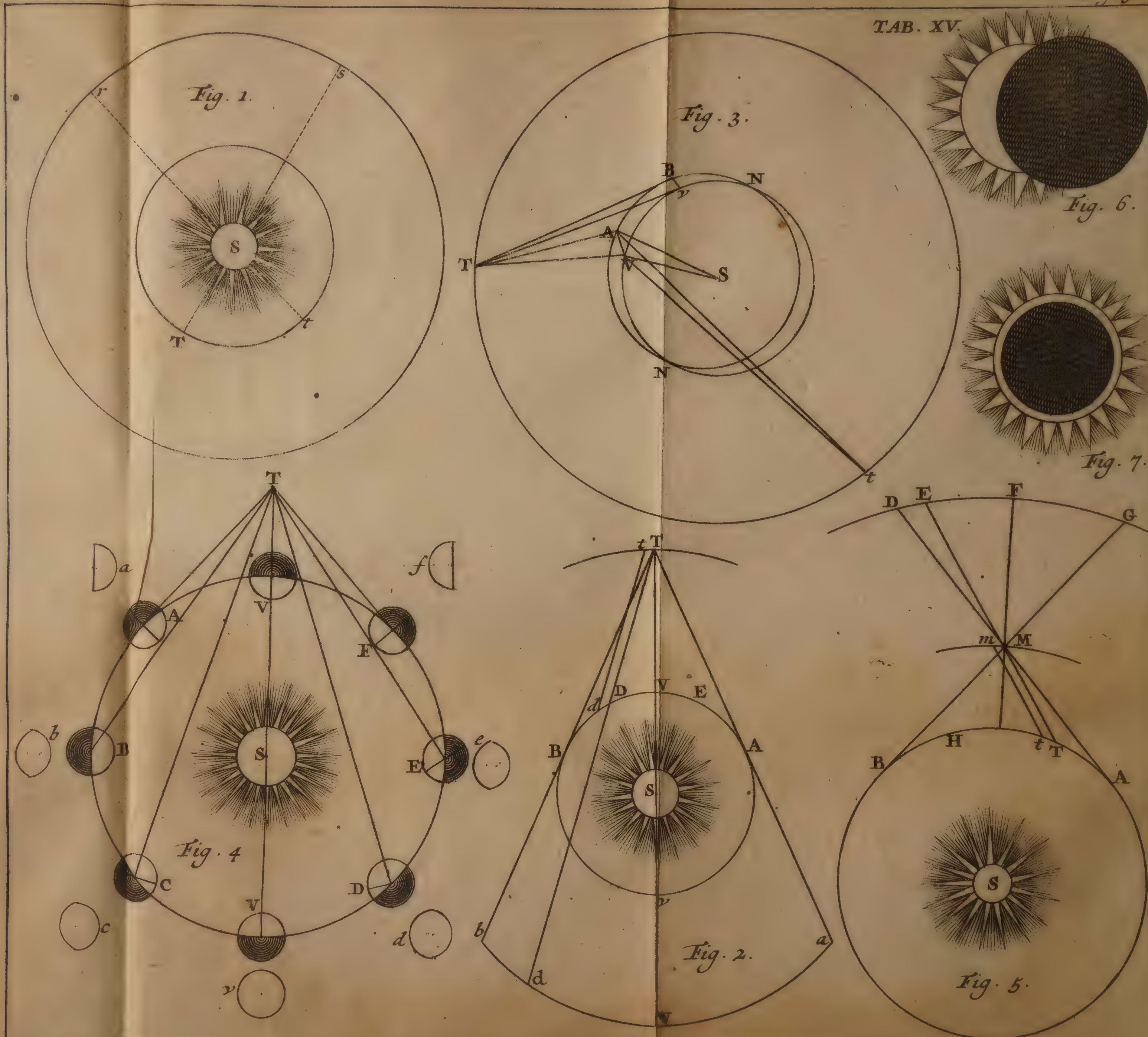
1055. Quantum autem ad loca peculiaria, *Totalis dicitur, in illis locis in quibus umbra tranſit; Centralis in illis*, in quibus centrum umbræ tranſit, id eſt, *in quibus centrum Lunæ obtegit Solis centrum*; tandem *Partialis dicitur, ubi penumbra tantùm tranſit.*

1056. *Quo umbra* GH *latior eſt, eo in pluribus locis Eclipſis totalis eſt, & diutius Sol in totum obſcuratur.* Diverſa verò eſt hæc umbræ latitudo, pro variâ Lunæ à Tellure, & hujus à Sole, diſtantiâ.

1057. *Si Lunæ Eclipſis detur, poſitâ Tellure in Perihelio*, & *Lunâ in Apogeo*, id eſt, ad diſtantiam à Tellure maximam, umbra Lunæ ad Tellurem non pertingit, & *Luna integrum Solem non obtegit*; *Annularis* talis *dicitur Eclipſis.*

CA-

TAB. XV.


Fig. 1.
r
s
S
T
t
Fig. 3.
B
N
v
A
V
T
S
N
t
Fig. 6.
Fig. 7.
T
a
f
A
V
F
b
B
S
E
e
Fig. 4
C
D
c
V
d
v
t T
d
D
V
E
B
A
S
v
b
a
d
Fig. 2.
V
D
E
F
G
m
M
H
B
t
T
A
S
Fig. 5.

CAPUT VII.

De Phænomenis ex motu Solis, Planetarum, & Lunæ, circa axes.

Solis motus circa axem, ſenſibilis eſt ex maculis, quæ 1058.
in Solis ſuperficie ſæpiſſimè obſervantur; hæ ſingulis diebus ſitum ſuum & figuram mutari, & nunc celerius nunc tardius ferri, videntur: quæ omnia ex motu ſuperficiei ſphæricæ facilè deducuntur: & Sol, qui, ſi tali motu non agitaretur, ſemel tantùm in integro anno totam ſuperficiem Telluri ſucceſſivè obverteret, nunc illam integram, in minori quàm unius menſis ſpatio, Terrîcolis videndam præbet.

Similia ſunt Phænomena ex rotatione *Jovis*, 1059.
Martis, *& Veneris*, *circa axes*, qui *motus*, *ex maculis in Planetarum ſuperficiebus*, *ſenſibiles ſunt*.

Dum tellus circa axem rotatur, ſpectator, qui transfertur, ſe quieſcere, omnia verò corpora cœleſtia moveri, imaginatur.

DEFINITIO I.

Puncta, *in ſphærâ ſtellarum fixarum*, *in quibus* 1060.
axis Telluris, *ab utraque parte continuatus*, *pertingit*, *vocantur* Poli Mundi.

DEFINITIO 2.

Motus apparens, *ex motu Telluris circa axem*, 1061.
vocatur Motus diurnus.

DEFINITIO 3.

Concipitur Planum per centrum Telluris tranſiens, 1062.
ad hujus axem perpendiculare, *quaquaverſum continuatum*, *& circulus*, *in quo ſphæram ſtellarum fixarum ſecat*, *vocatur* Æquator cœleſtis.

In motu Telluris circa Solem movetur Æquator, 1063.
ſed cùm planum hujus circuli motu paral-

le-

leloferatur(939), *Æquator cæleſtis non mutatur*(994.)

DEFINITIO 4.

1064. *Circuli, quorum plana per axem Telluris tranſeunt, vocantur* Meridiani.

1065. *Omnes per polos Mundi tranſeunt, & ad Æquatorem perpendiculares ſunt.*

DEFINITIO 5.

1066. *Arcus Meridiani cujuſcunque, inter Æquatorem & Sidus interceptus, vocatur* Declinatio Sideris.

T. 16. fig. 5. Sit, in tellure T, ſpectator, qui viſum dirigit per TA; poſt aliquod tempus, ubi linea TA, ex motu Telluris, translata erit in T*a*, ſi per eandem lineam viſum ſpectator dirigat, corpus A translatum apparebit per arcum *a*A; ubi verò linea ad priſtinum ſitum TA redierit, corpus integram revolutionem peregiſſe videbitur. Si autem viſum per Telluris axem dirigat, quia dum illa rotatur hic quieſcit, corpus, quod in axe
1067. videtur, non translatum apparebit: ideò *in Polis Mundi motus diurnus non obſervatur* (1060.). Corpora autem in horum viciniis, circa polos rotari clarum eſt; & corpus motu diurno circulum eo majorem deſcribere, circa polum immobilem, quo magis ab hoc diſtat. Ideò tota
1068. *ſphæra ſtellarum fixarum, circa axem Telluris continuatum, revolvere videtur, in eo tempore, in quo Tellus revera circa axem rotatur.* Motus ergo diurnus communis eſt omnibus corporibus cæleſtibus, niſi quatenus turbatur motibus antea memoratis.

Æquator ab utroque polo æqualiter diſtat, & dividit cœlum in duo hæmiſphæria, quorum puncta media ſunt Poli, qui ergo à ſingulis pun-
1069. ctis Æquatoris æqualiter diſtant; *corpora* idcirco *cæleſtia, quæ ſunt in Æquatore, motu diurno ipſum Æquatorem deſcribere videntur*, circulum omnium maximum, qui motu diurno deſcribi

po-

poteſt: *reliqua corpora circulos Æquatori parallelos deſcribunt.* 1070

Axis Telluris ad planum Eclipticæ inclinatur, & efficit angulum 66. gr. 31′. (947.); *diſtant* ideò *Poli Mundi, à Polis Ecliptica, gradibus* 23. 29′; *& angulum* 23. *gr.* 29′. *cum plano Ecliptica format planum Æquatoris.* Planum utrumque per Telluris centrum tranſit, cùm autem hoc pro centro ſphæræ ſtellarum fixarum haberi poſſit (975. 977.), ſequitur *Æquatorem & lineam Eclipticam eſſe circulos majores, qui* ad ſe mutuo inclinantur, & *ſeſe mutuo ſecant, in duobus punctis oppoſitis, principio Arietis & principio Libra;* quæ puncta in viâ Solis hiſce interſectionibus determinantur (980.). 1071. 1072.

Quando Sol eſt in illis punctis, motu diurno Æquatorem deſcribere videtur (1069.); *dum* motu ſuo apparenti *in Eclipticâ transfertur*, continuò magis ac magis ab Æquatore recedit, augeturque hujus declinatio, & *circulos de die in diem minores deſcribit* (1070). *; donec ad diſtantiam maximam ab Æquatore pervenerit, qua eſt* 23. *gr.* 29′. (1071.): deinde *iterum ad Æquatorem accedit, hunc prætergreditur, etiam* 23. *gr.* 29′., *ad Polum oppoſitum accedens.* 1073. 1074. 1075.

DEFINITIO 6

Circuli, à Sole motu diurno deſcripti, ab Æquatore maximè diſtantes, id eſt 23. gr. 29′., *vocantur* Tropici. 1076.

Unus tangit Lineam Eclipticam in primo gradu Cancri & dicitur Tropicus Cancri; alter, Tropicus Capricorni nominatus, per primum punctum ſigni Capricorni tranſit, ibique Eclipticam lineam tangit.

DEFINITIO 7.

Polus Mundi Tropico Cancri vicinus, vocatur Polus Arcticus, *&* Septentrionalis; *oppoſitus* Antarcticus *nuncupatur, etiam* Auſtralis. 1077.

DEFINITIO 8.

1078. *Circuli*, à Polis Eclipticæ motu diurno deſcripti, id eſt, *à Polis Mundi* 23. *gr.* 29′. *diſtantes*, *nominantur* Circuli Polares.

Circulus Polaris Arcticus dicitur, qui Polum Arcticum circumdat: à Polo Antarctico alter nomen ſuum mutuatur.

1079. Supereſt *Lunæ motus circa axem*, cujus *effectus eſt, quod eadem Lunæ facies in perpetuum Telluri obvertatur.*

T. 16. fig. 2. Sit Luna in N, facies Telluri obverſa eſt *m n i*; ſi Luna circa axem non rotaretur, & ſingula puncta per lineas parallelas translata forent, linea *m i* coincideret cum lineâ *l n* in ſitu Lunæ in B, & hemiſphærium memoratum *m n i* daretur in *l m n*; ſed quia, dum Luna quartam partem orbitæ deſcribit, etiam quartam partem revolutionis circa axem peragit, facies quæ daretur in *l m n*, nunc datur in *m n i*, id eſt iterum Telluri obverſa. Eodem modo probatur, hanc eandem faciem *m n i*, in ſitu Lunæ in P, ſpectatori in Tellure eſſe conſpicuam, & in E etiam Telluri obverti: ut & in omnibus aliis punctis orbitæ Lunæ.

1080. *Axis Lunæ ad planum orbitæ* non eſt perpendicularis, ſed *paululum* ad hoc *inclinatur*: axis in motu ſuo circa Tellurem parallelismum ſervat, ut de Planetis primariis dictum (939.); idcirco ſitum ſuum mutat reſpectu ſpectatoris in Tellure, cui nunc unus, deinde alter Lunæ Polus

1081. viſibilis eſt, unde hæc *motu* quodam *libratorio agitata videtur*. Alius etiam in *Lunâ* obſervatur motus libratorius; motus circa axem eſt æquabilis, & in orbitâ celeritate inæquali fertur (953.); idcirco verſante Lunâ in Perigeo, id eſt, ad diſtantiam minimam à Tellure ubi celerrimè in orbitâ movetur (953.), pars ſuperficiei, quæ, ex motu in orbitâ, Telluri obvertitur, non tota ex motu circa axem avertitur, ideò pars ſuperfi-

ficiei Lunæ, antea non viſa, ad latus detegitur; quæ, ubi Luna pervenit ad Apogeum, iterum inviſibilis eſt.

CAPUT VIII.

De Phænomenis Telluris ſuperficiem, & peculiares hujus partes, ſpectantibus.

PHænomena cœleſtia, huc uſque examinata, explicavimus, ſpectatorem conſiderando agitatum motibus, quibus Tellus reverâ agitatur. Illum nunc ſuperficiei Telluris impoſitum, & per varias hujus partes translatum, conſideramus.

Phænomenon primum hìc notandum, eſt *ex interpoſitâ Tellure, dimidium cœlorum viſum fugere ſpectatoris, poſiti in illius ſuperficie.* 1082.

DEFINITIO I.

Circulus in cœlis, qui ſeparat partem viſibilem ab inviſibili, quando radii, inæqualitatibus in Telluris ſuperficie, non intercipiuntur, *vocatur* Horizon. 1083.

Cùm altitudo, ad quam ſpectator ſupra Telluris ſuperficiem poſſit elevari, admodum exigua ſit, relata ad Telluris ſemidiametrum, oculus ſpectatoris poteſt haberi pro poſito in ipſâ ſuperficie.

Sit Tellus T; ſpectator in S; P E *p e* ſphæra ſtellarum fixarum; ſi per S concipiatur planum H H Tellurem tangens, erit hoc Horizontis planum, cujus ſectio cum ſphærâ ſtellarum fixarum eſt Horizon. Per centrum Telluris concipitur planum *h h*, ad H H parallelum; diſtantia *h* H inſenſibilis eſt, propter immenſam ſtellarum fixarum diſtantiam; poteſt ideò hujus T. 16, fig. 6.

 pla-

plani ſectio cum ſphærâ memoratâ pro Horizonte H H uſurpari (981.).

DEFINITIO 2.

1084. *Adſcenſus ſiderum ſupra Horizontem, vocatur horum* Ortus.

DEFINITIO 3.

1085. *Deſcenſus infra horizontem dicitur ſiderum* Occaſus.

DEFINITIO 4.

1086. *Si per centrum Telluris & Spectatorem concipiamus lineam*, quæ neceſſario horizonti perpendicularis eſt, *inter ſtellas fixas pertinget in puncto Z, quod vocatur* Zenit.

DEFINITIO 5.

1087. *Punctum, huic oppoſitum*, N *vocatur* Nadir.

DEFINITIO 6.

1088. *Sectio plani Meridiani, per ſpectatorem tranſeuntis, cum Horizonte, vocatur* Linea Meridiana. A ſeptentrione ad auſtrum dirigitur.

DEFINITIO 7.

1089. *Pars cœlorum* Orientalis *dicitur illa, ad quam corpora ſupra horizontem adſcendere videmus; & punctum* Orientis *illud, in quo perpendicularis ad lineam Meridianam, verſus hanc partem per ſpectatorem ducta, ſphæram ſtellarum fixarum ſecat.*

DEFINITIO 8.

1090. *Punctum huic oppoſitum vocatur punctum* Occidentis; *& pars* Occidentalis *cœlorum Orientali opponitur.*

DEFINITIO 9.

1091. Amplitudo *eſt arcus Horizontis, inter punctum Orientis, aut Occidentis, & punctum, in quo ſidus oritur aut occidit, interceptus.* Prima dicitur ortiva, altera occidua: utraque eſt aut ſeptentrionalis aut meridionalis.

DEFINITIO 10.

1092. Altitudo *ſideris ſupra horizontem, vocatur arcus circuli perpendicularis ad Horizontem, in cu-*

juſ

jus centro eſt ſpectator, horizonte & ſidere terminatus.

Quando agitur de corporibus remotis, altitudo ſenſibiliter non differt, ſive ſpectator detur in ſuperficie Telluris, ſive in hujus centro. Corpora minus diſtantia altiora apparent poſito ſpectatore in centro.

DEFINITIO II.

Differentia altitudinis ſideris, pro diverſo ſitu ſpe- 1093.
ctatoris, in centro, aut in ſuperficie Telluris, vocatur Sideris Parallaxis.

Solius Lunæ Parallaxis obſervationibus determina- 1094.
tur: reliquorum corporum ſyſtematis Planetarii diſtantiæ nimiæ ſunt, ut cum ſemidiametro Telluris conferantur; & Parallaxis pendet à ratione, quam ſemidiameter Telluris ad diſtantiam Planetæ habet; idcirco ipſius *Martis, in oppoſitione* 1095.
cum Sole, Parallaxis obſervationes ſubtiliſſimas effugit.

Ubi *Parallaxis* datur, *adſcenſu corporis ſupra ho-* 1096.
rizontem minuitur, & in Zenit nulla eſt.

Altitudo apparens ſiderum, mutatur etiam ex aliâ cauſâ, quæ reſpectu omnium corporum Cœleſtium indiſcriminatim locum habet. *Ex* 1097.
Atmoſphæræ refractione radii inflectuntur (1043.), & *Sidera altiora apparent* (620.); *quo* tamen *altio-* 1098.
ra ſunt, eo minor eſt hæc inflexio (634.); quia radii minus obliquè in Atmoſphæræ ſuperficiem incidunt. *In Zenit refractio nulla eſt* (625.); *etiam* 1099.
ad diſtantiam viginti, aut triginta, graduum à Zenit ſenſibilis non eſt.

Cùm *ex* hac *refractione Sidera* eleventur, *viſi-* 1100.
bilia ſunt antequam ad horizontem perveniunt.

Hæc omnia generaliter Telluris ſuperficiem T. 16.
ſpectant, hujus variæ partes nunc ſunt exami- fig. 9.
nandæ: determinantur hæ, referendo ad Tellurem varios circulos, quos in cœlis antea conſi-

1101. deravimus; ſic *in Tellure conſideramus Æquatorem, Meridianos, Tropicos, circulos Polares*: quibus circulis eodem modo Telluris ſuperficies dividitur, ac, circulis in cœlis, ſphæra ſtellarum fixarum: Quare circuli hi ita ſibi mutuo reſpondent, ut ductâ lineâ ex centro Telluris ad circulum in cœlis, hæc per circulum in Tellure tranſeat. Si poli fuerint P, *p*; Æquator erit E*e*; Tropici TT, *tt*; circuli polares AA, *aa*.

DEFINITIO 12.

1102. Meridianus Loci *dicitur ille, qui per locum ipſum tranſit.*

1103. *Hujus planum ad Horizontem eſt perpendiculare*, quia per centrum Telluris & ſpectatorem tranſit.

1104. *Linea Meridiana in Loco quocunque ducta, eſt pars Meridiani Loci* (1088.).

DEFINITIO 13.

1105. Latitudo Loci *eſt hujus diſtantia ab Æquatore*, id eſt, arcus Meridiani interceptus inter Locum & Æquatorem.

DEFINITIO 14.

1106. *Circuli paralleli ad Æquatorem, vocantur* Circuli Latitudinis; ut B*b*.

Determinatâ Latitudine Loci, determinatur circulus Latitudinis, qui per Locum tranſit, ut autem ſitus variorum Locorum inter ſe conferantur, in ſingulis circulis Loca notanda ſunt, quod fit concipiendo Meridianum, per Locum quemcunque notabilem tranſeuntem, qui, ſectione ſuâ, in ſingulis circulis Latitudinis, punctum determinat, à quo diſtantiæ Locorum menſurantur.

DEFINITIO 15.

1107. *Meridianus memoratus, ad arbitrium ſumtus, vocatur* Primus Meridianus.

DE-

DEFINITIO 16

Diſtantia loci à primo Meridiano, in circulo Latitudinis Loci menſurata, vocatur Loci Longitudo. 1108.

Aſtronomi omnia referunt ad Meridianum Loci, in quo obſervationes ſuas inſtituunt. 1109.

In explicandis Phænomenis, quæ varias Telluris ſuperficiei partes ſpectant, conſiderabimus ſpectatorem à Polo verſus Æquatorem incedentem; ſolumque motum diurnum primo conſiderabimus.

Quando ſpectator in ipſo Polo Telluris T *datur* in 1110.
S, cum Horizonte coincidit Æquator cœleſtis T. 10.
E*e*, & Polus Mundi P eſt in Zenit; in hoc caſu, fig. 7.
quia Circuli ad Horizontem paralleli, etiam ad Æquatorem paralleli ſunt; omnia corpora cœleſtia motu parallelo ad Horizontem moveri videntur (1070.), in circulis, qui repræſentantur per lineas A*a*, B *b*. *corpora cœleſtia in Hemiſphærio E P e nunquam occidunt, reliqua nunquam videntur. Horizon* 1111.
in hoc ſitu dicitur parallelus, aut ſphæra parallela.

Si ſpectator in Tellure T *à polo recedat*, & de- 1112.
tur in S, *Horizon dicitur obliquus, aut ſphæra ob-* T. 16.
liqua; axis P*p* tunc inclinatur ad Horizontem fig. 6.
hh, eo magis, quo ſpectator magis à polo removetur.

DEFINITIO 17.

Angulus, quem axis Telluris cum Horizonte efficit, vocatur Altitudo Poli (1092.). 1113.

Hæc *Poli altitudo æqualis eſt latitudini.* Altitudo 1114.
Poli eſt angulus P T *h*, cujus menſura eſt arcus P *h*, latitudo menſuratur arcu, qui in Tellure reſpondet arcui Z E in cœlis (1105.): Hic autem æqualis eſt arcui P *h*; utriuſque enim Complementum, ad quadrantem circuli, eſt arcus Z P.

In hoc ſitu Spectatoris, quia Æquator ad Ho- 1115.
rizontem inclinatur, *omnia corpora cœleſtia in circulis*

culis ad Horizontem, *inclinatis* lineis A*a*, B*b*; repræſentatis, *motu diurno feruntur* (1070.).

1116. *Quædam corpora cæleſtia in ſingulis Telluris revolutionibus oriuntur & occidunt*, illa nempe, quæ dantur inter parallelos ad Æquatorem *Bb* & *bi*; quia omnes paralleli, inter hos, Horizonte ſecantur.

Plana Æquatoris & Horizontis per Telluris centrum tranſeunt; hi circuli ideo ſeſe mutuo ſecant in duas partes æquales, & dimidium Æ-
1117. quatoris ſupra Horizontem datur: Idcirco *corpora cæleſtia*, *quæ in Æquatore dantur*, *per ſemi revolutionem Telluris circa axem* (1069.), *ſupra Horizontem verſantur*; &, propter æquabilitatem motus circa axem, *per æquale tempus inviſibilia ſunt*.

1118. *Hæc* etiam *in puncto Orientis oriuntur*, *& in puncto Occidentis infra Horizontem cadunt*; nam ſectio planorum Æquatoris, & Horizontis, perpendicularis eſt ad planum perpendiculare ad ambo illa plana; hoc autem planum eſt planum Meridiani loci (1065. 1103.), quare ſectio memorata ad lineam Meridianam, normalis eſt (1104.); ideòque per puncta Orientis & Occidentis tranſit (1089. 1090.).

1119. *Corpora inter Æquatorem & parallelum* B*b*, *qui Horizontem tangit*, ut in circulo A*a*, *diutius ſupra Horizontem*, *quàm infra Horizontem verſantur*; *& differentia hæc eſt eo major*, *quo magis circulus* ut A*a*, *ad Polum*, *qui ſupra Horizontem elevatur*,
1120. *accedit*; Contra, *ex acceſſu corporis ad Polum oppoſitum*, *minuitur mora ſupra Horizontem*.

1121. *Inæqualitas* hæc *inter moram corporis ſupra Horizontem & moram infra Horizontem*, *augetur*, *cum auctâ altitudine Poli*, propter diminutionem anguli ab Æquatore & ejus parallelis cum Horizonte formati.

1122. *Corpora*, *quorum diſtantia à Polo æqualis eſt hujus altitudini*, *nunquam occidunt*, talis enim eſt diſtan-

ſtantia circuli B*b*, qui Horizontem tangit, & cujus pars nulla infra Horizontem pervenit. *Corpora, à Polo minus diſtantia, ne quidem ad Horizontem pertingunt.*

Simili ratiocinio patet, *Corpora, quorum di-* 1123.
ſtantia à Polo oppoſito, non ſuperat altitudinem Poli, nunquam ſupra Horizontem adſcendere, & *ſemper inviſibilia eſſe.*

Per Zenit Z *tranſeunt corpora, quorum diſtantia* 1124.
EZ, *ab Æquatore, æqualis eſt altitudini Poli;* æqualis enim EZ eſt latitudini loci, cui æqualis Poli altitudo (1114.)

Quando ſpectator S à Polo quantum poteſt re- 1125.
ceſſit, *ad Æquatorem pervenit,* cujus puncta æ- T. 16.
qualiter ab utroque Polo diſtant (1062. 1101.); fig 8.
Tunc axis P*p* in Horizonte datur, cum quo Æquator angulum rectum efficit (1062. 1101.) quare *Horizon dicitur Rectus, aut ſphæra recta.*

Horizon in duas partes æquales ſecat omnes circulos parallelos ad Æquatorem, qui per lineas A*a*, B*b* repræſentantur; ideò *omnia corpora* 1126.
cæleſtia, ſingulis Telluris revolutionibus, oriuntur, & occidunt, & per tempora æqualia viſibilia ſunt & latent.

Ipſe *Æquator per Zenit tranſit; ideòque omnia* 1127.
corpora quæ in hoc dantur.

Si, quæ de motu diurno explicavimus, ad corpora applicentur, de quorum aliis motibus apparentibus antea actum, facilè determinantur phænomena ex motibus conjunctis, quæ Solem ſpectant cæteris notabiliora ſunt, & ideò peculiariter explicanda.

DEFINITIO 18.

Dies Naturalis vocatur Tempus lapſum inter re- 1128
ceſſum Solis à Meridiano loci, & acceſſum ſequentem ad eundem Meridianum.

Dies hic differt à tempore revolutionis Telluris 1129.
circa axem; quæ tempora æqualia forent, ſi im-

mobilis inter Stellas fixas apparêret Sol; ſed dum motu diurno, in tempore unius revolutionis Telluris circa Axem, Sol circumfertur ab Oriente in Occidentem, id eſt, in antecedentia (1068), motu contrario in Eclipticâ movetur (983), *quo* tardius ad Meridianum pertingit.

Cùm autem non ſingulis diebus Sol ſpatium æquale percurrat in Eclipticâ (984), non æqualiter ſinguli *Dies Naturales* excedunt revolutionem Telluris circa axem; ideoque Dies hi *ſunt inæquales inter ſe.*

Etiam aliâ ex cauſâ dies naturales inæquales ſunt, nempe ex inclinatione Eclipticæ reſpectu Æquatoris, unde ſequitur inæqualiter, in variis punctis, ad Æquatorem viam Solis annuam inclinari; & licet æqualiter in Eclipticâ ſingulis diebus progrederetur Sol, non æqualiter dies naturales Tempus revolutionis circa axem excederent; nam reſoluto motu Solis in duos motus (289.), quorum unus parallelus eſt Æquatori, alter huic perpendicularis, ille ſolus conſiderandus erit in determinando exceſſu memorato, & inæqualem eſſe ex diverſâ inclinatione indicatâ clarum eſt.

Hæ duæ cauſæ inæqualitatis ſæpe concurrunt, ſæpe contrariè agunt.

1130. *Dies ſinguli naturales dividuntur in viginti quatuor partes æquales, quæ Horæ dicuntur. Singulæ Horæ dividuntur in Minuta ſexaginta, & ſingula Minuta in Minuta ſecunda ſexaginta, & ſic*
1131. *ulterius. Partes has Temporis in variis diebus, variare*, ex dictis (1129.), clarè patet; ad æqualitatem ab Aſtromonis reducuntur, conſiderando numerum Horarum in integrâ Solis revolutione in Eclipticâ, & totum Tempus in tot partes æquales dividendo, quot dantur Horæ; quarum viginti quatuor pro uno die habentur.
1132 tur. *Tempus, cujus partes* hac methodo *ad æquali-*

litatem reducuntur, vocatur Tempus medium; & ipſa reductio vocatur Temporis Æquatio.

De diebus & horis Temporis medii ſemper agitur in determinandis periodis motuum cæleſtium. 1133.

DEFINITIO 19

Dies Artificialis *eſt mora Solis ſupra Horizontem.* 1134.

De hoc ſemper agitur, quando de Die loquimur, hunc opponendo Nocti. *In determinanda dierum artificialium longitudine ad Temporis æquationem non attendemus.* 1135.

Ortum Solis ſemper præcedit, & occaſum inſequitur, crepuſculum; hoc nomine deſignamus lucem illam dubiam, quæ vulgo Aurora *&* Veſper *vocatur.* 1136.

Oriuntur crepuſcula ex Atmoſphærâ, quæ radiis ſolaribus illuſtratur, & cujus particulæ lumen quaquaverſum *reflectunt;* unde radii quidam *ad nos* perveniunt. *licèt Sol octodecim gradibus infra horizontem deprimatur.* 1137.

In ſphæra rectâ, id eſt, pro omnibus, quæ ſub Æquatore vivunt (1125.); *dies & noctes per totum annum ſunt æquales inter ſe* (1126.), nempe duodecim horarum (1131.). 1138.

In ſphærâ obliquâ dies majores aut minores ſunt, pro variâ diſtantiâ Solis ab Æquatore, unum aut alterum Polum verſus (111[illegible] 1110.); quos verſus ab Æquatore recedit 23. gr. 29′. (107[illegible]. 1075.). 1139.

In ipſo Æquatore datur circiter 22. *Martis, &* 23. *Septembris, & dies nocti æquatur* (1117.), *quod ubique terrarum obtinet, ſolis Polis exceptis.* 1140.

DEFINITIO 20.

Puncta Ecliptica, in quibus ab Æquatore ſecatur (1072.), *vocantur* Æquinoctialia. Quia in his punctis verſatur Sol ubi datur æqualitas memorata dierum & noctium. 1141.

DEFINITIO 21.

Puncta Ecliptica, in quibus Tropici circulum hunc tangunt (1076.), *dicuntur* Solſtitialia. Quia per ali- 1142.

aliquot dies, quando ad hæc accedit Sol, & ultra tranſit, ſenſibiliter declinationem non mutat, & ſenſibiliter dierum longitudo non variat.

1143. *Sub Polis*, ſi dentur incolæ, ſemel in anno Solem orientem & occidentem obſervant, & *dies unicus cum unicâ nocte integrum annum abſolvunt*. Supra horizontem verſatur Sol, dum dimidiam Eclipticæ partem percurrit (1071. 1110.),
1144. per reliquum Tempus ſub Horizonte latet. *Dies tamen protrahitur ex refractione* (1100.) *& crepuſcula ſunt admodum diuturna*, durant enim quamdiu declinatio Solis verſus Polum latentem non ſuperat 18. gr. (1137.).

1145. *Reſpectu Poli Arctici* in ſex ſignis primis, ab Ariete ad Libram, Sol ſupra Horizontem verſatur; ideò in hoc Polo *dies noctem ſuperat novem diebus naturalibus* (987.), *præter diminutionem noctis ex refractione* (1144.).

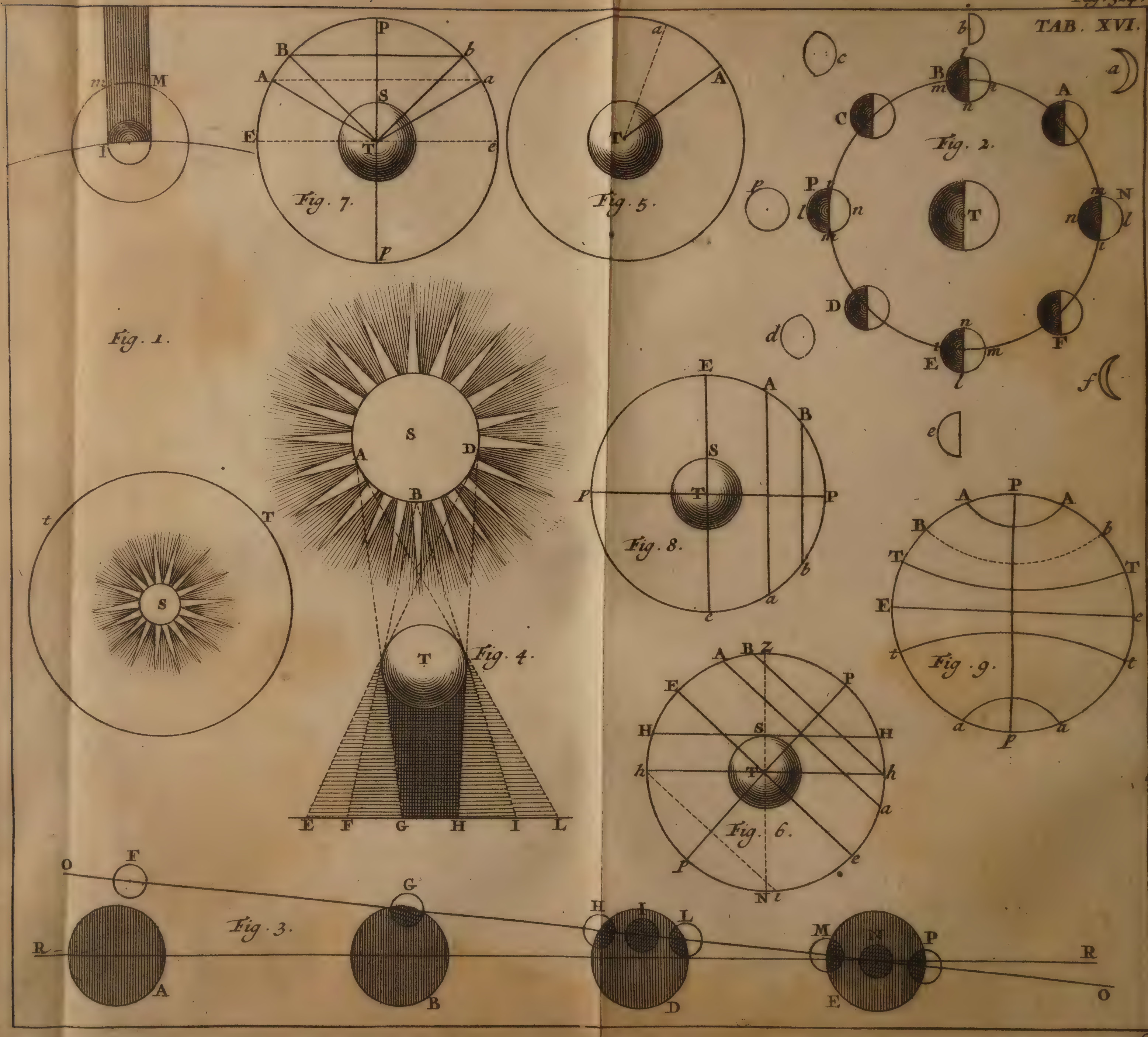
Hiſce generalibus, quæ ſpectant diverſos Horizontis ſitus, expoſitis, quædam magis peculiaria ſunt examinanda.

1146. *Dividitur tota Telluris ſuperficies in quinque Zo-*
1147. *nas*. Prima *inter duos Tropicos* T T, *t t*, *contine-*
T. 16. *tur*, vocatur *Zona Torrida*: duæ dantur Tempe-
fig. 9. ratæ, & duæ Frigidæ. *Temperata* Septentriona-
1148. lis, *Tropico* Cancri T T, *& Circulo Polari* Arctico A A, *terminatur*: Zona Temperata Auſtralis inter Tropicum *t t*, & Circulum Polarem
1149. *a a*, continetur. *Frigidæ Zonæ circulis polaribus circumſcribuntur*, *& Poli harum centra occupant*.

1150. *In Zonâ Torridâ* elevatio Poli minor eſt 23. gr 29'. (1147. 1114.), & diſtantia Solis ab Æquatore, Polum verſus qui ſupra Horizontem datur, bis in anno æquatur altitudini Poli (1074. 1075.); ideo *bis in anno*, *in meridie*, *per Zenit tranſit Sol* (1124.). Ex quâ eâdem ratione in ipſis
1151. Zonæ hujus limitibus, *ſub Tropicis* nempe, *ſe-*

mel

TAB. XVI.



mel tantùm ad Zenit accedit Sol in integro anno (1074. 1075. 1076.)

In Zonis Temperatis & Frigidis altitudo Poli minima excedit maximam diſtantiam Solis ab Æquatore (1074 1148. 1149.); ideò *nunquam* in hiſce *per Zenit tranſit Sol* (1124.). *Ad majorem* tamen *altitudinem eodem die adſcendit Sol, quo minor eſt altitudo Poli*; quia eo minor etiam eſt inclinatio circulorum motus diurni ad Horizontem. 1152. 1153.

In Zonâ Torridâ, & Zonis Temperatis; ſingulis diebus naturalibus oritur & occidit Sol (1116. 1122.); nam diſtantia Solis à Polo ſemper ſuperat Poli altitudinem (1074. 1147. 1148.). *Inæquales* tamen *ubique, ſolo Æquatore excepto* (1139.), *ſunt Dies artificiales inter ſe* (1119.), quæ inæqualitas eo major eſt, quo minus à Zona Frigida locus diſtat (1121.). 1154. 1155.

In circulis autem *Polaribus*, in quibus Zonæ Temperatæ à Frigidis ſeparantur, altitudo Poli æqualis eſt diſtantiæ Solis à Polo, quando datur in Tropico vicino (1076. 1078.); ideoque in hoc caſu, id eſt, *ſemel in anno, integram Sol, in motu diurno, peragit revolutionem, in qua infra Horizontem non deſcendit.* (1122.) 1156.

Ubique autem *in Zonâ Frigidâ* Altitudo Poli ſuperat diſtantiam minimam Solis à Polo (1076. 1149.); idcirco, *per aliquot revolutiones Telluris*, datur *Sol* ad diſtantiam à polo illâ altitudine Poli minorem, & per totum hocce tempus *non occidit*, ne quidem ad Horizontem pertingit (1122.). Ubi autem diſtantia à Polo, in receſſu Solis ab hoc, altitudinem Poli, aut loci latitudinem (1114.), ſuperat, ſingulis diebus naturalibus oritur & occidit Sol (1116.); deinde *infra Horizontem*, motu Polum oppoſitum verſus, *eodem modo moratur, ac* de motu *ſupra horizontem* dictum (1123.). 1157. 1158.

Tempora hæc, in quibus Sol integras revolutiones ſupra Horizontem & infra Horizontem in motu diurno peragit, eo majora ſunt,
1159. id eſt, *dies & nox longiſſimæ, eo diutius durant, quo locus in Zonâ frigidâ minùs à Polo diſtat*, donec tandem in ipſo Polo integrum annum abſorbeant. (1143.).

Ex eâdem cauſâ, obliquitate nempe Eclipticæ reſpectu Æquatoris, ex qua profluunt, quæ dierum inæqualitatem, in variis locis diverſam, ſpectant, deducimus etiam diverſitatem Tempeſtatum, quæ ſingulis annis ſibi mutuo ſuccedunt; de his reſpectu Zonarum Frigidarum & Temperatarum primò, deinde reſpectu Zonæ Torridæ, agam.

Radii Solares calorem aëri communicant, non quidem dum directè à Sole procedunt, ſed cùm à corporibus, aut Telluris ſuperficie, irregulariter reflectuntur (580.). Effectus hic eo major eſt, quo radii minùs obliquè in Telluris ſuperficiem impingunt; & quidem ex duplici cauſâ: 1. Reſoluto motu luminis in duos (289.), quorum unus ad ſuperficiem parallelus eſt, alter perpendicularis; hoc ſolo in corpora lumen agit, & auctâ obliquitate minuitur. 2. In eandem ſuperficiei Telluris partem eo majori numero agunt radii, quo magis directè accedunt.

1160. Ex hiſce deducimus *cauſas caloris augeri, dum* ex acceſſu Solis verſus Polum, qui ſupra Horizontem datur *Dies creſcunt*; quia de die in diem ad majorem altitudinem adſcendit Sol; ita ut imminutæ obliquitati ſeſe jungat mora diuturnior Solis ſupra Horizontem, quæ ad augendum calorem concurrit; etiam dum dies creſcunt noctes minuuntur, & per tempus brevius decreſcit calor de die acquiſitus.

In Zonis Septentrionalibus, ut ex hiſce ſequi-

quitur, cauſâ caloris eſt omnium maxima, cùm Sol Tropicum Cancri attingit (1077.). *Non ta-* 1161.
men, ubi cauſa caloris eſt maxima, ipſe calor eſt maximus; nam hic augetur quamdiu calor, interdiu acquiſitus, non in totum de nocte tollitur: licèt enim quotidiana augmenta minuantur, quamdiu augmentum datur, creſcit calor. Sic etiam *frigus maximè intenſum non eſt in die breviſ-* 1162.
ſimâ, in qua radiorum ſolarium obliquitas eſt maxima, & abſentia Solis maximè diuturna; ſed frigus creſcit, quamdiu diminutio caloris durat: circa quam idem ratiocinium, quàm circa caloris augmentum, inſtitui poteſt.

Dividitur annus in quatuor tempeſtates; calidiſſi- 1163.
ma vocatur Æſtas; maximè frigida Hyems; temperata quæ Hyemem ſequitur Ver; Autumnus Æſtatem ab Hyeme ſeparat.

In regionibus Septentrionalibus, in initio Veris, 1164.
Sol in principio Arietis apparet: in initio Æſtatis Sol ad Tropicum Cancri pertingit. Ubi Sol ad principium Libræ pervenit incheatur Autumnus: Tropicum Capricorni percurrit Sol motu diurno in initio Hyemis, quæ omnia ex explicatis (1161. 1162.) facilè deducuntur.

In regionibus auſtralibus Æſtas cum Hyeme memorata coincidit, ver cum Autumno, & vice ver- 1165.
ſa.

Cauſæ generales, à quibus diviſio memorata pendet, ſæpe turbantur cauſis peculiaria loca ſpectantibus; præcipuè *in Zonâ Torridâ*, de qua 1166.
ſeparatim agendum diximus. In pleriſque hujus Zonæ locis *duæ tantum obſervantur Tempeſtates, Æſtas & Hyems, quæ ſiccitate & humiditate* potiſſimum *diſtinguuntur.*

Quando Sol ad Zenit alicujus loci accedit, pluviæ 1167.
dantur ferè continuæ, unde Calor minuitur; quod *tempus ad Hyemem refertur. Recedente Sole,* 1168.
mi-

minuuntur pluviæ, *calor augetur, & tempus hoc ad Æſtatem refertur.*

1169. *In medio Zonæ Torridæ duæ dantur Æſtates & totidem Hyemes*; quia bis ad Zenit accedit Sol (1150.).

Ad latera hujus Zonæ, licèt Sol bis ad Zenit accedat; cùm inter acceſſus breve tempus detur, ambo Hyemes confunduntur; quare duæ tantum tempeſtates in integro anno obſervantur.

CAPUT IX.

De Phænomenis ex motû Axeos Telluris.

TElluris Axem motu Parallelo transferri diximus (939.); non conſideravimus motum exiguum, quo reverâ agitatur, de quo nunc agendum nobis eſt.

1170. *Axis Telluris, ſervatâ inclinatione* 66. gr. 31′. *ad planum Eclipticæ, in antecedentiâ revolvitur*, id eſt, ſucceſſivè verſus omnes partes dirigitur; *&* hujus extremitates, *Poli* nempe *Mundi, circa Polos Eclipticæ circulos deſcribunt* ab Oriente verſus

1171. Occidentem. Hæc autem *revolutio abſolvitur circiter tempore viginti quinque millium annorum, quæ periodus Annus Magnus vocatur.*

Cùm Tellus ab hujus incolis pro immobili habeatur, motus hic ad corpora cœleſtia refertur, ut de aliis motibus dictum. Ideò dum Poli mundi in antecedentiâ, circa Polos Eclipticæ, moventur, & ſucceſſivè per omnia puncta, 23. gr. 29′. diſtantia ab his Polis, tranſeunt, hæc ipſa puncta, aut potius Stellæ fixæ, quæ in his dantur, ſucceſſivè ad Polos Mundi accedunt, & in conſequentiâ ferri videntur, & deſcribere circulos, qui reverâ à Polis Mundi de-

ſcri-

ſcribuntur, circa Polos Eclipticæ, qui, in centris poſiti, ſoli quieſcunt. Nam cum ſtellis memoratis & reliquæ, quia omnes eundem ſitum erga ſe mutuo ſervant (911.), etiam translatæ apparent.

Idcirco integra *ſphæra Stellarum fixarum circa Axem, per Polos Ecliptica tranſeuntem, rotari in conſequentiâ videtur*; & ſingulæ Stellæ circulos Eclipticæ parallelos, motu apparenti, deſcribunt; quo motu latitudo Stellarum non mutatur. 1172.

Planum Æquatoris cum Axe Telluris angulum efficit rectum; ideò, motu memorato Axeos, rotatur ſectio hujus Plani cum Plano Ecliptieæ; quare *prima puncta Arietis & Libræ* (1072.), quæ ſemper opponuntur, *in ſpatio circiter viginti quinque millium annorum totam lineam Eclipticam in antecedentiâ percurrunt*: pro immobilibus tamen habentur à Terræ incolis, qui ipſas ſtellas fixas in conſequentiâ translatas imaginantur. (1172.) 1173.

CAPUT X.

De Stellis fixis.

STellas fixas diximus eſſe corpora lucida, ita remota, ut horum diſtantiæ cum diſtantiis ullis, in Syſtemate Planetario, non conferri poſſint. *Non* enim *ſubtiliſſimis obſervationibus Aſtronomi potuère Polos Mundi translatos obſervare in motu Telluris annuo*, licèt circulos orbitæ Telluris æquales in cœlis deſcribant. (939.) 1174.

DEFINITIO I.

Translatio hæc Poli vocatur *Parallaxis annua*. 1175.

Diſtantiam ſtellarum immenſam eſſe, etiam ex obſervationibus ope teleſcopiorum deduci-

tur.

1176. tur. *Si Stella fixa* quæcunque, ex maximè lucidis & conſpicuis, *conſpiciatur adhibito Teleſcopio*, per quod diameter Solis diametro orbitæ annuæ æqualis appareret, *quaſi punctum lucidum, ſine ſenſibili magnitudine, apparebit*: minores enim omnes Stellæ per Teleſcopia, quàm nudis oculis, apparent, nam ex ſola ſcintillatione magnitudinem ſenſibilem habere videntur.

1177. *Ut Stellæ diſtinguantur, referuntur ad varias figuras, quæ in cœlis imaginantur, & Aſteriſmi vocantur.*

1178. *In Zodiaco duodecim Aſteriſmi concipiuntur, Zodiaci Signa dicti*, nominantur ut animalia, aut res quas repræſentant: *Ariës, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius,*
1179. *Capricornus, Aquarius, Piſces. Signa hæc nomina ſua dedêre, duodecim partibus Eclipticæ* de quibus antea. (986.)

Tempore Hiparchi, ſectiones Eclipticæ & Æquatoris ſitæ erant inter Aſteriſmos Piſcis & Ariëtis, & Virginis & Libræ, & Aſteriſmi nomina dedêre illis Eclipticæ partibus, quæ per
1180. ſingulos Aſteriſmos tranſibant. & *partes Eclipticæ, ponendo initium Ariëtis, & Libræ in interſectionibus Æquatoris & Eclipticæ*, uti in illo tempore, *nomina ſervarunt, licet hæ interſectiones translatæ ſint* (1173.), unde Sol in Tauro dicitur, quando inter Stellas Aſteriſmi Ariëtis movetur.

Zodiacus partem Cœli Septentrionalem à Meridionali ſeparat.

1181. *In Septentrionali dantur Aſteriſmi, Urſa minor, Urſa major, Draco, Cepheus, Canes Venatici, Bootes, Corona Septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Lacerta, Caſiopeja, Camelopardus, Perſeus, Andromeda, Triangulum, Triangulum minus, Muſca, Auriga, Pegaſus, Equuleus, Delphin, Vulpe-*

pecula, *Anſer*, *Sagitta*, *Aquila*, *Antinous*, *Scutum Sobieskianum*, *Serpentarius*, *Serpens*, *Mons Mænalus*, *Coma Berenicis*, *Leo minor*, *Linx*.

In parte Meridionali Cœlorum Aſteriſmi, quorum 1182.
multi à nobis videri non poſſunt (1123.), *ſunt*, *Cetus*, *Eridanus*, *Lepus*, *Orion*, *Canis major*, *Monocerotes*, *Canis minor*, *Argo-navis*, *Hydra*, *Urania Sextans*, *Crater*, *Corvus*, *Centaurus*, *Lupus*, *Ara*, *Corona Auſtralis*, *Piſcis Auſtrinus*, *Phœnix*, *Grus*, *Indus*, *Pavo*, *Apus*, *Triangulum Auſtrale*, *Crux*, *Muſca*, *Chamæleon*, *Quercus Carolinum*, *Piſcis volans*, *Toucan* ſive Anſer Americanus, *Hydrus*, *Xiphias* ſive Dorado.

DEFINITIO 2.

Stellæ, quæ inter Aſteriſmos dantur, vocantur 1183.
informes.

Non omnes Stellæ æquè lucidæ apparent, & ab 1184.
Aſtronomis *ad ſex claſſes referuntur*, omnium maximè lucidæ dicuntur Primæ Magnitudinis; aliæ Secundæ, Tertiæ, &c. Magnitudinis, ad ſextam uſque.

Quædam, ne quidem ad hanc *ultimam claſſem* 1185.
referuntur, & *Nebuloſæ dicuntur*.

In Cœlis etiam *obſervamus Zonam* quandam, 1186.
non ubique ejuſdem latitudinis, *quæ* totum Cœlum circumdat, & in quibuſdam locis ſeparatur, ut dupla ſit. Propter colorem *via Lactea vocatur*. Obſervationibus, ope Teleſcopiorum conſtat, *congeriem eſſe viam hanc Stellarum innu-* 1187.
merarum, *quæ viſum* oculi inermis *fugiunt*, aut quia cæteris Stellis minores ſunt, aut quia magis diſtant.

Polum Antarcticum verſus duæ Nubeculæ, *huic* 1188.
viæ ſimiles, *dantur*, *quæ etiam ſunt congeries Stellarum minimarum*, niſi per Teleſcopia viſibilium. Præter Stellas, quæ in hiſce Nubeculis, & Viâ lacteâ, obſervantur, *maximo nume-* 1189.
ro per totum Cœlum, *adhibitis Teleſcopiis*, *minores*

Stel-

Stellæ deteguntur, quæ nudis oculis non apparent. Sæpiſſimè Stellarum congeries, inermi oculo, pro unicâ Stellâ habetur.

1190. *Inter Stellas, quædam per vices videntur, & inviſibiles fiunt, regulareſque periodos obſervant*; aliæ ſucceſſivè nunc magis lucidæ, nunc hebetiori lumine præditæ, & Teleſcopiis tantùm viſibiles, apparent; idque ſtatis temporibus. *Non* tamen *ſingulis periodis æquè claræ ſunt.*

1191. *Aliquando ſubitò Stellæ apparuere, lumine lucidiores ſuperantes, quæ deinde, ſucceſſivè decreſcentes, brevi evanuerunt, & adhuc dum latent.*

1192. Præter Stellas, etiam *in Cœlo obſervamus varias maculas albidiores & quodammodo lucidas, quæ nudis oculis inviſibiles ſunt*; inermi enim oculo horum lumen ad Stellas, quæ in ipſis dantur, refertur aut pro Stellis nebuloſis habentur. Quid autem ſint hæ maculæ, determinari non poteſt, fortè ſunt congeries Stellarum, quæ cum Stellis Teleſcopicis illam habent relationem, quàm quæ Viam lacteam formant, cum illis, quæ nudis oculis deteguntur.

LIBRI VI.

Pars II. Motuum Cœleſtium Cauſæ Phyſicæ.

CAPUT XI.

De univerſali Gravitate.

EXpoſitis corporum cœleſtium motibus, ut & Phænomenis inde oriundis, quibus legibus motus hi peragantur explicandum erit.

Le-

Leges, juxta quas corporum motus diriguntur, antea expoſuimus (144. 146. 148.) Si hisce unicam addamus, totum patet artificium, quo ingens Machina, Syſtema Planetarium, regitur.

Lex, cæteris addenda, hæc eſt. *Omnia corpora in ſe mutuo gravia ſunt: gravitas hæc materiæ quantitati proportionalis eſt: ad inæquales diſtantias eſt inverſè, ut quadratum diſtantiæ.* Iſt eſt, omnia corpora ſeſe mutuo petunt, aut verſus ſeſe mutuo tendunt, vi, quæ ſingulis particulis materiæ in ſingulas particulas competit; & vis, qua corpus in alia agit, formatur ex omnibus viribus conjunctis virium particularum ex quibus corpus conſtat; ſic vis hæc creſcit in ratione, in qua materiæ quantitas augetur; & immutabilis eſt in ſingulis particulis; ad eandem diſtantiam ſemper eadem; auctâ autem diſtantiâ decreſcit vis, ut quadratum diſtantiæ augetur. 1193. 1194. 1195.

Vim hanc gravitatem nominamus, conſiderando corpus, quod aliud verſus ſponte tendit; quia eo nomine vis hæc in Telluris viciniis datur (74.). 1196.

Conſiderando autem corpus, verſus quod aliud tendit; vim hanc vocamus attractionem. His nominibus eundem effectum, & nil præter effectum deſignamus; nam, cum omnis gravitas ſit reciproca (148.), corpora verſus ſe mutuo gravitare, idem ſignificat, quàm corpora ſeſe mutuo attrahere, aut verſus ſe mutuo ſponte tendere. 1197.

Effectum hunc pro lege Naturæ habemus (4.), quia nunquam fallit, & hujus cauſa nobis eſt ignota, & ex legibus notis minimè deduci poteſt, ut ſtatim dicetur. Nunc autem talem gravitatem reverâ dari, ex Phænomenis probandum eſt.

Planetæ primarii ſinguli in Orbitis ſuis retinentur viribus, quæ ad centrum Solis tendunt

dunt (931. 214.); ideò datur vis, qua Planetæ Solem verſus feruntur, & qua Sol reciprocè
1198 verſus illos ſingulos tendit (148.): id eſt, *Sol in Planetas, & hi in Solem gravitant.*
1199 Eodem modo patet, *ſecundarios Joviales in Jovem, & Jovem in ipſos; ut & Saturni Satellites in primarium, & hunc in illos gravitare* (953. 214. 148.).
1200 Etiam *Luna & Tellus in ſe mutuo graves ſunt* (953. 214. 148.).
1201 *Secundarii omnes in Solem gravitatem habent.* Omnes enim, motu regulari, circa Primarios ita feruntur, quaſi Primarii quieſcerent; unde liquet, illos motu communi cum Primariis ferri; id eſt, eandem vim, qua omnibus momen-
1202 tis Solem verſus feruntur Primarii, in *Secundarios* agere, & hos *eâdem celeritate cum Primariis Solem verſus ferri.* Ipſæ Secundariorum irregularitates, quæ adeo ſunt exiguæ, ut reſpectu ſolius Lunæ ſint ſenſibiles, confirmant hanc Secundariorum gravitatem in Solem; nam irregularitates omnes pendere à mutatâ gravitate Lunæ verſus Solem, pro variâ diſtantiâ, & ex eo quod lineæ, per quas ad Solem tendunt Tellus & Luna, non ſint omnino parallelæ, in ſequentibus videbimus.

Ex gravitate Secundariorum in Solem, ſe-
1203 quitur *Solem in illos gravitare* (148.).

Circa gravitatem Primariorum inter ſe, obſervarunt Aſtronomi, Saturnum viam mutare, ubi Jovi, Planetarum longè maximo, eſt pro-
1204 ximus; ita ut *Jovem & Saturnum in ſe mutuo graves eſſe*, immediatis obſervationibus conſtet.

Saturnus etiam in hoc caſu, ut Flamſtedius obſervavit, turbat motum ſatellitum Jovis, hos paululum ad ſe trahens, quod probat, & hos
1205 *Secundarios in Saturnum, & Jovem, in ipſos gravitare.* Ex quibus omnibus (1198. 1199. 1200. 1201. 1203. 1204. 1205.) collatis ſequitur, ſeptemde-

cim

cim, Syſtema Planetarium componentia, corpora in ſe mutuo gravitare, licèt de ſingulorum in ſingula gravitate obſervationes immediatas inſtituere non liceat (8.).

Legis pars ſecunda eſt (1194.), gravitatem materiæ quantitati proportionalem eſſe, id eſt, ſingulis materiæ particulis competere in ſingulas, ideòque legem gravitatis univerſalem eſſe, & ſingula corpora in alia corpora omnia gravitare; quod ex Phænomenis etiam deducitur.

Vires gravitatis ſunt ut actiones eodem tempore editæ (58.); & hæ actiones ſi translationes fuerint æquales, ſunt ut materiæ quantitates in corporibus translatis (62.64.): idcirco, cùm corpora inæqualia, ad eandem diſtantiam à corpore attrahente, æque celeriter ex gravitate moveantur (1202) vires gravitatis, materiæ quantitatis proportionem ſequi, clarum eſt. Idem experimur in omnibus corporibus *in Telluris viciniis*, quæ Tellurem verſus, materiæ quantitati proportionalem, gravitatem habent (79.). *Mutua* autem horum *omnium corporum gravitas ſenſibilis non eſt*; quia reſpectu gravitatis Tellurem verſus admodum eſt exigua, ideoque motum ex hac turbare non valet; ſaltem ut ſenſibilis detur directionis mutatio. (147.) 1206 1207

Et aliâ methodo, ex Phænomenis, hanc univerſalitatem gravitatis, ſingularum materiæ particulis in alias probari poſſe, ſtatim dicemus (1209. 1210.)

Pars legis, quam examinamus, tertia eſt, gravitatem decreſcere, quando diſtantia augetur, & eſſe inverſè ut quadratum diſtantiæ; quod ex Phænomenis quoque ſequitur.

Corpora, in quæ vis gravitatis agit pro quantitate materiæ, ut in Syſtemate noſtro, eâdem, 1208
ut diximus, celeritate feruntur, in circumſtantiis iiſdem; ita ut non interſit, utrum majora an minora ſint corpora, & moveantur quaſi eſſent æqualia. In hoc autem caſu, ſi vis punctum

ctum verſus decreſcat in ratione inverſa quadrati diſtantiæ ab hoc puncto, & corpora ad varias ab hoc ipſo diſtantias revolvantur & in circulis retineantur hac vi, quadrata temporum periodicorum erunt inter ſe, ut diſtantiarum cubi (227.). Quod æquè in lineis Ellipticis, ad quorum focos diriguntur vires, reſpectu diſtantiarum mediarum, obtinere, à Geometris demonſtratur. Hicce autem caſus in corporibus circa Solem, Saturnum, & Jovem, revolutis exſtat (961.), unde ſequitur, vim gravitatis, recedendo à centris horum corporum, decreſcere in ratione inverſa quadratorum diſtantiarum.

1209 Hoc ratiocinio, poſita gravitate materiæ quantitati proportionali, illam in ratione inverſâ quadrati diſtantiæ decreſcere demonſtramus. Ex eodem, poſitâ gravitatis diminutione juxta hanc rationem, ſequitur, gravitatem materiæ quantitati proportionalem eſſe, ut facilè liquet.

Probamus autem alio argumento, diminutionem gravitatis ſæpius memoratam rationem inverſam quadrati diſtantiæ ſequi; ita ut circa ambas, de quibus agimus, gravitatis leges, nullum dubium ſupereſſe poſſit.

1210 Planetæ moventur in Orbitis quieſcentibus (917.); & in his retinentur viribus, quæ ad punctum excentricum diriguntur (918.); Conſtat autem hæc non obtinere, niſi vis centralis decreſcat in ratione inverſâ quadrati diſtantiæ (230. 232. 236. 237.).

1211 Gravitatem etiam recedendo à Telluris centro, juxta eandem legem decreſcere, ex ſimili ratiocinio ſequitur. Luna enim in orbitâ retinetur vi, quæ ad Telluris centrum, id eſt ad punctum excentricum, tendit (954. 953. 214.): & licèt linea Apſidum non feratur motu paral-

le-

lelo, agitatio hujus, ſi ſingulas conſideremus revolutiones, admodum eſt exigua, ut hìc pro quieſcente haberi poſſit: ſi enim computatio ineatur de vi quæ retinet Lunam in orbe ita agitato, diminutionem vis gravitatis reſpectu Lunæ, parum admodum à ratione inverſâ quadrati diſtantiæ, differe detegimus, differentiamque à Solis actione pendere in ſequentibus videbimus.

Nullumque dubium circa hanc diminutionem ſupererit, ſi conſideremus, *Lunam in orbitâ retineri ex ipſâ vi, qua corpora in Telluris viciniis Tellurem verſus feruntur*, imminutâ, juxta legem diminutionis ſæpiſſimè memoratam. Diſtantia media Lunæ eſt $60\frac{1}{2}$ ſemid. Telluris; diametrum antea vidimus continere perticas Rhenolandicas 3400669 (963.); unde, ex noto tempore periodico, facilè detegimus in uno minuto primo temporis, Lunam in orbitâ percurrere perticas Rhenolandicas $16425\frac{1}{2}$. Hic arcus non eſt centeſima pars unius gradus, & pro ipſius ſubtenſâ uſurpari poteſt; eſt ideò orbitæ diameter ad hunc arcum, ut ipſe ad ſuum ſinum verſum; qui detegitur pedum Rhenol. 15, 736., & eſt acceſſus mutuus Lunæ & Telluris, ex horum corporum mutuâ actione, in uno minuto primo temporis. Celeritas, qua corpus gravitate ad aliud accedit, pendet à vi qua ab hoc alio attrahitur, cujus ſingulæ particulæ materiæ, illud attrahunt; ideò celeritates Lunæ & Telluris, in mutuo acceſſu, ſunt inverſè ut quantitates materiæ in his. Hac ergo proportione detegimus, quantum, ex memorato ſpatio 15, 736. pedum, à Lunâ percurratur, ut quantitas materiæ in utroque corpore ad quantitatem materiæ in Tellure, ita ſpatium in acceſſu ad ſe mutuo ab ambobus percurſum, ad viam à ſolâ Lunâ percurſam. Quantitates autem materiæ in Lunâ 1212.

& Tellure, ut in ſequentibus videbemus, ſunt inter ſe ut 1. & 39, 37., & eſt 40, 37. ad 39, 37., ut 15, 736. ad 15, 344. ſpatium à Lunâ percurſum; quod ergo à corpore quocunque, in ſpatio unius minuti primi, gravitate Tellurem verſus, ad diſtantiam Lunæ percurreretur (1206.). Creſcente hac vi, in ratione inverſa quadrati diſtantiæ à centro, ſpatium eodem tempore percurſum ad diſtantiam ſemidiametri Telluris, id eſt in hujus ſuperficie, erit $60\frac{1}{2} \times 60\frac{1}{2} \times 15,344$, ſcil. 56158 pedum; ſed quia in omni motu æquabiliter accelerato, ut hic, (nam conſideramus vim ad diſtantiam ſuperficiei Telluris à centro) quadrata temporum ſunt, ut ſpatia cadendo percurſa (155.), dividendo hunc numerum per 60×60 id eſt, 3600, habemus ſpatium, in Telluris viciniis, in uno minuto ſecundo à corpore percurſum, ex vi qua Luna in orbitâ retinetur, quod detegitur 15, 6. pedum Rhenolandicorum.

Si nunc examinemus gravitatem, quam quotidie experimur in omnibus corporibus, in Telluris viciniis (73.); ex demonſtratis circa pendulorum motum (182. 184.), & experimentis circa pendula inſtitutis, conſtat, corpus cadendo etiam percurrere in uno minuto ſecundo pedes Rhenolandicos, 15, 6. ideoque cadere ex vi, quæ Lunam in orbitâ retinet.

In hac computatione neglecimus conſiderationem actionis Solis; quia hæc exigua eſt; etiam alternatim nunc auget, nunc minuit Lunæ gravitatem verſus Tellurem, & circa medium lunæ pondus computatio fuit inſtituta.

Conſideravimus centra corporum in examine legis diminutionis gravitatis, licèt gravitas ſingulas corporum particulas ſpectet; quia mathe-
1213. maticâ demonſtratione conſtat, *actionem corporis*

ris ſphærici, in quo ubique partes à centro æquè diſtantes ſunt homogeneæ, conſtantis ex particulis verſus quas gravitas datur, quæ decreſcit recedendo à ſingulis, in ratione inverſâ quadrati diſtantiæ, dirigi ad corporis centrum, & recedendo ab hoc minui in eâdem ratione inverſâ quadrati diſtantiæ: ita ut tale corpus agat, quaſi omnis materia, ex qua conſtat, coacta foret in ipſo centro. Unde ſequentes deducimus concluſiones.

In ſuperficiebus corporum, in quibus materia ho- 1214.
mogenea eſt, ad diſtantias æquales à centro, gravitatem eſſe directè ut materiæ quantitatem, & inverſè ut quadratum diametri (1194. 1195.); nam in his corporibus diſtantiæ à centro ſunt ut diametri.

In ſuperficiebus corporum ſphæricorum, homoge- 1215.
neorum, æqualium, gravitates eſſe ut corporum denſitates; nam diſtantiæ à centro ſunt æquales, in quo caſu gravitatis vires ſunt ut quantitates materiæ (1194.); quæ, in corporibus æqualibus, ſunt ut denſitates (338. 79.).

In ſuperficiebus corporum ſphæricorum, inæquali- 1216.
um, homogeneorum, æquè denſorum, gravitates ſunt inverſè, ut quadrata diametrorum (1195.); quia in harum ratione ſunt diſtantiæ à centris: ſunt etiam gravitates directè ut diametrorum cubi (1194.); nam *in* hac *ratione* ſunt materiæ quantitates in ſphæris: & ratio compoſita ex directâ cuborum diametrorum, & inverſâ harum quadratorum, eſt directa *ipſarum Diametrorum.*

Ideò, *ſi & denſitates & diametri differant, gra-* 1217.
vitates in ſuperficiebus erunt in ratione compoſitâ denſitatum (1215.) *& Diametrorum* (1216.). Idcirco diviſâ gravitate in ſuperficie, per diametrum,
detegitur *denſitas,* quæ ergo *ſequitur rationem* 1218.
directam gravitatis in ſuperficie & inverſam diametri.

 In

1219. *In ſpharâ homogeneâ, cavâ, ubique ejuſdem craſſitiei corpus* ubicunque poſitum *nullam gravitatem habet*, gravitatibus oppoſitis ſeſe mutuo exactè
1220. deſtruentibus: Unde ſequitur, *in ſpharâ homogeneâ*, corpus accedendo ad centrum, centrum verſus gravitare ex ſolâ actione ſphæræ, cujus ſemidiameter eſt diſtantia corporis à centro, quæ *gravitas decreſcit, accedendo ad centrum, in ratione diſtantia à centro* (1216.); nam omnis materia, quæ ad majorem à centro diſtantiam datur, ſphæram cavam format, in qua actiones in corpus ſeſe mutuo deſtruunt (1219.).

Gravitatem huc uſque, explicatam pro lege naturæ eſſe habendam diximus, quia hujus cauſa nos latet, & quia minime pendet ab ullâ lege nobis notâ; quod clarè patebit, ſi ad ſequentia attendamus.

1221. *Gravitatem requirere præſentiam corporis attrahentis*; ſic Satellites, ex gr. Jovis, in Jovem gravitant, ubicunque hic detur (1199.).

1222. *Manente diſtantia, celeritatem, qua corpora ex gravitate feruntur, pendêre à quantitate materia in*
1223. *corpore attrahente*: Et *celeritatem non variari, quacunque fuerit maſſa corporis gravitantis* (1194.).

1224. Ulterius, *ſi gravitas pendeat à lege motus notâ, ad impactum corporis extranei referri debere*, & quia gravitas eſt continua, *impactum etiam continuum requiri*.

Si talis materia continuò in corpora impingens detur, neceſſario eſt fluida, & quidem ſubtiliſſima, quæ penetrat corpora quæcunque; corpora enim in aliis utcunque incluſa gravia ſunt.

Videat nunc Mathematicus, an fluidum adeo ſubtile, ut corporum omnium poros liberrimè permeet, & adeò rarum, ut motui corporum ſenſibiliter non obſtet, (in loco enim aëre vacuo penduli motus diutiſſimè continuatur) corpora ingentia tantâ cum vi ad ſe mutuo poſſit

pro-

propellere. Explicet quomodo hæc actio creſcat in ratione maſſæ corporis verſus quod aliud fertur (1222.). Tandem, quod omnium mihi difficillimum videtur, dicat, quomodo omnia corpora, in quocunque ſitu, eâdem manente diſtantiâ, & corpore verſus quod gravitas datur, eadem velocitate ferantur (1223.), id eſt, quomodo fluidum, quod niſi in ſuperficies, ſive ipſorum corporum, ſive illarum internarum particularum, ad quas acceſſus ex interpoſitis particulis non impeditur, actionem ſuam exerere non poteſt, communicet corporibus motum, qui in omnibus corporibus exactiſſimè ſequatur proportionem quantitatis materiæ in his, quod in gravitate ubique obtineri, hoc capite probavimus, & quod directo experimento demonſtravimus reſpectu gravitatis in Telluris viciniis (78.).

Non tamen negamus, ab ullo impactu pendere *gravitatem*, ſed illam *non ſequi ex ullo impa-* 1225. *ctu, juxta leges nobis notas agente*, clare patère contendimus, gravitatiſque cauſam nos omnino latêre fatemur.

CAPUT XII.

De Materiâ Cœleſti; ubi Vacuum dari probatur.

EXpoſitis legibus, quibus totum Syſtema Planetarium regitur, varia præmittenda erunt, antequam ad ipſius Syſtematis explicationem Phyſicam accedamus. De Materiâ cœleſti, id eſt de medio, in quibus corpora Syſtema componentia moventur, ante omnia quædam dicenda ſunt, quod paucis fieri poſſet, ſi inter omnes conſtaret Philoſophos, in rebus *inane* dari.

Probavimus antea vacuum poſſibile eſſe (15), nunc illud reverâ dari demonſtrandum nobis eſt.

1226. *Ex ſolâ motus conſideratione, vacuum dari deducitur*, quod tritum & vulgare admodum eſt argumentum, cujus vis ut pateat, conſiderandum, non quidem omnes motus ſine vacuo impoſſibiles eſſe, ſed pleroſque illorum, qui quotidie obſervantur, quod longiori diſcuſſione pleniſſimè poſſe evinci, perſuaſum habeo; ſed ſequenti conſideratione ita clarè patêre mihi videtur, ut plura addere inutile foret.

Non mutabilem figuram habent particulæ omnium minimæ; nam conſtat particula, cujus figura mutatur, ex particulis minoribus, quæ inter ſe moventur, & ideò, ſi figuram mutabilem habet, non eſt ex particulis omnium minimis.

Si autem figura harum particularum ſit immutabilis, & corpus inter has poſſit moveri, ſine tali ſeparatione particularum, quæ interſtitium vacuum relinquit, pendebit hoc à figurâ particularum, & à relatione, quam habent inter ſe, quod Mathematicus non negabit: idcirco ſi hiſce ſervatis (figurâ & relatione) augeantur particulæ, & in hoc caſu corpora ſine vacuo moveri poterunt.

Videat nunc quis, auctis particulis minimis, ut magnitudine pedem cubicum æquent, quæcunque fuerit harum figura, & cum cæteris particulis relatio, quas, in eadem ratione, cum primis auctas ponimus, utrum corpora magnitudinis cujuſcunque, inter has particulas poſſint ferri per rectas lineas, & per curvas quaſcunque, nunquam ſeparatis particulis, ut ſpatia vacua inter has dentur.

Particulas ſubtiliſſimas conceptu non aſſequimur, & ideò ſæpè his tribuimus proprietates, quæ

quæ ex harum figurâ non ſequuntur, qui corriguntur errores, ſi particulas auctas imaginemur.

Etiam *argumento, ex reſiſtentiâ deducto, vacuum dari probamus.* 1227.

Materiam inertem eſſe diximus (13), circa vocem quidam contendunt, rem ipſam nemo negat; Ex hac ſequitur, non poſſe per fluidum corpus moveri, quin patiatur reſiſtentiam (373), ideoque retardationem (386.). Reſiſtentia ex materiæ inertiâ, quam hìc ſolam conſideramus, pendet à materiæ quantitate ex loco removendæ, quæ eadem eſt, ſive partes fluidi ſint majores; ſive minores, ſi corporis celeritas maneat: unde ſequitur, in determinandis, quæ reſiſtentiam ſpectant, ad ſubtilitatem fluidi non eſſe attendendum, quamdiu hoc poros corporum permeare non poteſt; ſi enim ad illam perveniamus partium tenuitatem, ut fluidum pro parte per corpus penetret, corpori minori copiâ reſiſtet.

Concipiamus nunc Globum quemcunque, per medium ejuſdem denſitatis cum globo, tranſlatum, & cui per corporis poros tranſitus non patet; omnibus momentis retardatur, ita ut ejus velocitas tandem ad dimidium reducatur; quod fieri, mathematicâ demonſtratione conſtat, antequam corpus bis diametri longitudinem percurrat.

Ut propoſitionem hanc ad motum in fluido ſubtiliſſimo, omnium corporum poros liberrimè penetranti, & omnia replente, applicare poſſimus, concipiendum eſt, corpus ſphæricum, ſine poris, quod dari poſſe, intimè jungendo particulas materiæ, nemo inficias ibit.

Talis corporis reſiſtentiam, in fluido quocunque, à magnitudine partium fluidi non pendere, & eandem eſſe, ſive fluidi partes ſint æ-

quales, ſive utcunque inæquales inter ſe, patet.

Si omnia ſint materiâ plena, niſi per fluidum, ejuſdem denſitatis cum hoc corpore, poterit hoc moveri; nam incurrit in omnem materiam, quæ datur in locis, per quæ tranſit, & in his materia ſine interſtitiis, ut in corpore, datur; idcirco amittet dimidium velocitatis, antequam duarum diametrorum ſuarum longitudinem percurrat.

Augeatur corpus manente materiæ quantitate, & ſervato hoc homogeneo; id eſt, dentur pori in corpore, per quos materiæ partes ſubtiliſſimæ liberrimè tranſeant, & ſint hi pori æqualiter per totum corpus diſperſi. Si corpus ſic mutatum moveatur, non in totam ſuperficiem incurrit fluidum ſubtiliſſimum de quo agimus, ſed tantùm in partes ſuperficiei, quæ poros interjacent, quæ partes ſimul ſumtæ, quia corpus homogeneum ponimus, valent ſuperficiem corporis in conſtitutione primâ, ſine poris; aucto enim corpore, ſuperficies non fuit mutata, ſed tantùm dilatata, interjectis poris: ita ut corpus in utroque caſu eandem patiatur reſiſtentiam, ex impactu in ſuperficiem; & reſiſtentia in corpore dilatato major eſt ex incurſu fluidi in particulas internas corporis: quare corpus hoc citius dimidium ſui motus in ſecundo, quàm in primo caſu, amittet; id eſt, antequam duas diametros primæ magnitudinis percurrat; & ideo majorem partem velocitatis amittit, dum per duas diametros ſecundæ magnitudinis transfertur.

Hoc autem experientiæ contrarium eſt; nam globus homogeneus, aureus, plumbeus, &c. multò minus in aquâ & aëre retardantur, unde ſequitur hypotheſin, omnia ma-

te-

teriâ repleri, falſam eſſe. Vacuum ergo datur.

Vacuum dari etiam *cum Phænomenis circa gravitatem congruit*, ex quibus ſequitur, hanc materiæ quantitati proportionalem eſſe. Si omnia materiâ replentur, gravitas omnes partes verſus æqualis datur, & vires quæ verſus partes oppoſitas diriguntur, ſeſe mutuo deſtruunt, & nulla ſenſibilis gravitas obſervari poterit, directè contra experientiam. 1228.

Hiſce præmiſſis ad Materiam cœleſtem transeundum.

A motu Materiæ cœleſtis, ſi quædam detur, non pendent corporum cœleſtium motus (1225); quo *corruit illorum ſententia, qui motu communi* 1229.
cum materiâ, quâ Syſtema Planetarium replet, corpora cœleſtia translata contendunt. Quæ etiam motu Cometarum evertitur ſententia; ſi medium in Syſtemate daretur, quod in motu ſuo Planetas ſecum ferret, & etiam ſecum traheret Cometas, ſaltem ſenſibiliter hos in motu turbaret, dum ferè directè ad Solem accedunt, aut ab hoc recedunt, aut in antecendentia moventur, id eſt, motu contrario motui talis materiæ; qui motus cùm non turbari, & ſequi viam quæ à gravitate pendet, obſerventur, clarum eſt, Materiam cœleſtem, ſi detur & movetur, ſenſibilem in corpora Syſtematis Planetarii non exerere actionem; quod etiam ex parvâ hujus reſiſtentiâ deducitur; nam, ex collatis antiquiſſimis cum recentioribus obſervationibus ſenſibiliter in motibus non retardatos Planetas conſtat. Reſiſtentia tamen in aëre ſenſibilis eſt, quare denſitas medii, in quo Planetæ moventur, ferè in immenſum minor eſt, idcirco, *niſi* 1230.
tali medio ſubtiliſſimo, non repletur Syſtema Planetarium.

Materiæ verò quantitatem, quantumvis exi-

guam, per totum Syſtema poſſe diſpergi, relictis interſtitiis minimis, ex materiæ diviſibilitate, deducitur (21.).

CAPUT XIII.

De Motu Telluris.

PRæter in Capite præcedenti diſcuſſam quæſtionem, & alia datur examinanda, antequam ad totius Syſtematis explicationem accedamus.

Ut nullum dubium ſuperſit circa Syſtema, in primo capite hujus libri explicatum, probandus nobis hìc eſt Telluris motus, de quo non mirum ſi plures dubitaverint; nullis enim, niſi à ſpectatoribus in Tellure inſtitutis obſervationibus, motus cœleſtes à nobis determinari queunt, & eadem Phænomena apparent, ſive corpora ipſa transferantur, ſive ſpectator moveatur (980.); ita ut immediatis obſervationibus non conſtet, utrum motus Telluris ad corpora cœleſtia non referri debeat.

1231. *Tellurem circa Solem circumferri, ex motuum analogiâ deducitur, & ex examine legum naturæ demonſtratur.*

Quod motuum analogiam ſpectat, notandum, circa Jovem & Saturnum rotari Satellites corpore centrali minores, circa Tellurem Luna, Tellure minor, revolvitur; Tandem circa Solem girantur corpora minora Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus; Si
1232. cum his Tellus rotetur, ubique *in Syſtemate noſtro corpora minora circa majora moventur*; *in hac* autem *regulâ exceptio dabitur reſpectu Solis*, *ſi* ingens hoc corpus, *in motu*, *minimam Telluris maſſam* (962.) *cingat*,

Cir-

Circa Solem, Jovem, & Saturnum, circa quos ſingulos plurima *corpora* revolvuntur, *lentius moventur, quæ magis à corpore centrali diſtant*, 1233.
& quidem juxta hanc regulam, quadrata temporum periodicorum ſequi rationem cuborum diſtantiarum (961.); *quæ regula* applicari poteſt Telluri, ſi hæc cum cæteris Planetis circa Solem circumferatur, ut patet, ſi illius tempus periodicum, (tempus nempe in quo Sol integram revolutionem peragere videtur,) ut & diſtantia à Sole, cum cæterorum Planetarum diſtantiis & temporibus periodicis, conferantur.

Unicam autem *patitur exceptionem* regula hæc, *ſi, Sole translato, Tellus quieſcat.* In hoc caſu Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, huic regulæ in motibus ſubjiciuntur, ut & quinque Satellites Saturni, & quatuor Joviales Planetæ; ſola Luna cum Sole, circa Tellurem, proportionem omnino diverſam ſervant, & non modo celeritas Solis major eſt, quàm quæ ex hac regulâ requiritur, ſed & velocitate ad minimum vicies & ſexies Lunam vincit, licèt ad diſtantiam maximam, reſpectu Lunæ diſtantiæ, à Tellure removeatur: ita ut & hoc reſpectu motuum cœleſtium analogia turbetur.

Hiſce argumentis alia addam, quibus, motum Telluris ſequelam eſſe neceſſariam Legum naturæ, ex Phænomenis deductarum, clare patebit.

Omnia corpora in ſe mutuo gravia ſunt (1193.); ideòque *Sol* & Tellus; ſed motus, quo hæc 1233.
duo corpora verſus ſe mutuo feruntur, ex directis obſervationibus deducitur. Quodcunque horum corporum circa aliud moveatur, deſcribit areas, lineis ad centrum hujus ductis, temporibus proportionales, quod ex obſervationibus Aſtronomicis conſtat; idcirco in curvâ retinetur corpus motum, per vim, quæ ad alius

centrum dirigitur (214.): Cùm autem actioni ſemper æqualis ſit reactio (148.), *niſi Naturæ leges, quæ ubique conſtanter locum habent, in totum evertantur*, duo hæc corpora ſeſe mutuo petunt celeritatibus, quæ ſunt inverſe ut horum maſſæ (1222.).

Materiæ quantitas in Tellure ferè nulla eſt reſpectu quantitatis materiæ in Sole, ut in Capite ſequenti videbimus; quare hic *lentiſſimè movetur*, *dum celerrimè ad hunc accedit Tellus.*

Unde ſequitur Tellurem circa Solem circumferri, ne in hunc motu illo violentiſſimo cadat: (205.);

Motus hic idem Telluris ex iiſdem principiis & aliâ methodo deducitur.

Duo corpora, quæ vi quacunque ad ſe mutuo feruntur, tandem concurrent, aut continuo magis à ſe mutuo recedent, niſi utrumque ita moveatur, ut vim centrifugam habeat æqualem illi, qua aliud verſus fertur; cùm verò cor-
1235. pora quæ in ſe mutuo gravitant, preſſionibus æqualibus, ſeſe mutuo petant (148.), *non poterunt corpora hæc in motu circum ſe mutuo perſeverare*, niſi ambo ita moveantur, ut vires centrifugas æquales habeant; quod, niſi ambo circa commune ſuum gravitatis centrum, æqualibus temporibus, rotentur, non obtinet; id eſt, ſi propoſitio hæc ad *Solem & Tellurem* applicetur, *niſi circa punctum, cujus diſtantia à centro Solis eſt ad ipſius diſtantiam à centro Telluris, ut quantitas materiæ in Tellure ad materiæ quantitatem in Sole, ambo moveantur* (222. 223.): quod punctum ergo parum admodum à centro Solis diſtat. Cùm autem, quodcunque horum corporum moveatur, in motu circa aliud perſeveret, ſequitur ambo motibus memoratis ſubjici, Solemque exiguo motu agitari, dum Tellus orbem maximum deſcribit. Ex quibus ſequi-

quitur, motum Telluris ab illo negari non poſſe, qui ex legibus motus, ex Phænomenis deductis, ratiocinatur.

Probato motu Telluris annuo, & relatâ Tellure inter Planetas, exigua tantùm difficultas ſupereſt reſpectu motus circa axem, nemo enim qui de illo non dubitat, hunc negat; multi, conceſſo motu *circa axem*, Telluris annum mo- 1236.
tum negant; ſatis ergo erit in tranſitu notare, omnes Planetas, circa quos reſpectu hujus motus obſervationes inſtituere licet, circa axes rotari; & *motum* ſimilem *Telluri competere*, *uniformem motum diurnum in corporibus*, *ad diſtantias quaſcunque*, *ſatis indicare.* Quibus addendum, celeritatem Stellarum fixarum, in minori quàm viginti quatuor horarum ſpatio, revolutionem integram peragentium, vix magis probabilem eſſe, quàm à nobis concipi poteſt.

Etiam cum Naturæ legibus minime congruit 1237.
motus hic omnium corporum cœleſtium; nam, *ſi* hæc *rotentur*, circulos, quorum centrum Tellus occupat, motu æquabili, ſingulis diebus, percurrunt; id eſt, deſcribunt areas lineis ad centrum Telluris ductis temporibus proportionales; & in orbitis retinentur viribus, quæ ad centrum Telluris diriguntur (214.), & quibus, propter omnis actionis reciprocationem (148.), Tellus etiam continuò verſus illa *corpora* trahitur; ita ut *violentiſſimo motu neceſſario agitari* debeat: unde patet motum diurnum non ad ipſa corpora cœleſtia referri debere, ſed ad *Tellurem* circa axem rotantem.

Objiciunt, qui Tellurem quieſcere conten- 1238.
dunt, corpora in Telluris ſuperficie, ex vi centrifugâ, juxta tangentem ad circulum, Æquatori parallelum, debere à Tellure recedere (205.). Reſpondemus, corpora eodem motu cum ſu-

P 7 per-

perficie Telluris, in locis in quibus dantur; transferri, & ideò reſpectu punctorum ſuperficiei conari recedere per lineas ad axem perpendiculares (210.); etiam corpora gravitate ad centrum Telluris tendere (1213.); & ideò, motu ex hiſce ambobus compoſito, corpus continuò, aut moveri aut moveri conari (147. 130.); ſed quia primus motus reſpectu ſecundi eſt admodum exiguus, parum tantùm à directione verſus centrum detorquetur grave, & paululum gravitas minuitur, eo magis, quo locus magis à polo diſtat; quod cum experientiâ congruit: in ſequentibus etiam videbimus, ubi de Telluris figurâ agemus, directionem memoratam gravium, ubique dirigi perpendiculariter ad Telluris ſuperficiem, quæ non eſt exacte ſphærica. Corpus, quod in altum projicitur, non modo motu quo projicitur gaudet, ſed etiam fertur motu impreſſo illi, qui hoc projicit, aut machinæ, ex qua propellitur, id eſt, motu communi cum ſuperficie Telluris fertur; ideòque in eâdem lineâ, reſpectu ſuperficiei Telluris translatæ movetur, in qua translatum foret ſi Tellus quieſceret.

CAPUT XIV.

De Denſitate Planetarum.

SUpereſt, antequam ad Syſtematis explicationem Phyſicam tranſeamus, ut quantitates materiæ in quibuſdam corporibus, & horum denſitates, determinemus; quibus notis effectus legum, quibus hæc corpora reguntur, facilius patebunt.

Quantitates materiæ, in variis corporibus, ſunt inter, ſe ut gravitates ad eandem diſtantiam

am ab hiſce corporibus (1194.); quæ gravitates ſunt inter ſe inverſè, ut quadrata temporum periodicorum corporum revolutorum, circa varia illa corpora, ad eandem illam diſtantiam (224.). Multiplicando quantitates, quæ ſunt in hac ratione, per eandem quantitatem, cubum nempe hujus diſtantiæ, non mutatur ratio harum quantitatum; quæ ergo ſunt inter ſe, ut quotientes diviſionum cubi memorati, per quadrata temporum peridicorum memoratorum: ſed detegitur quotiens talis diviſionis, pro corpore quocunque, dividendo cubum alterius diſtantiæ cujuſcunque, per quadratum temporis periodici corporis ad hanc diſtantiam revoluti: quotientes enim tales ſunt æquales inter ſe, pro omnibus corporibus, circa idem, ad diſtantias quaſcunque motis; ut ſequitur ex æqualitate rationis inter cubos diſtantiarum, & quadrata temporum periodicorum ad has diſtantias (961.).
Ex quibus deducimus, *quantitates materiæ in cor-* 1239.
poribus quibuſcunque, in Syſtemate noſtro, eſſe inter ſe directè, ut cubos diſtantiarum ad quas, circa hæc, corpora alia revolvuntur, & inverſè ut quadrata temporum periodicorum horum corporum revolutorum.

Demonſtrantur hæc, ſeponendo agitationem corporis centralis, cujus materiæ quantitas quæritur.

Propter Solis magnitudinem, reſpectu Veneris ex. gr., quem ex Planetis ſolum conſideramus, vix ex hujus actione agitatur ille (1222). & Venus poteſt conſiderari quaſi motus circa corpus quieſcens.

Satellites Jovis & Saturni, motu quidem communi cum primariis feruntur, ſed circa ipſos, quaſi circa corpora quieſcentia, propter primariorum magnitudinem, transferuntur.

Luna autem ſatis ſenſibiliter in Tellurem agit, & hanc agitat; quare antequam, ope regulæ memoratæ (1239), cum motu Lunæ computationem inire poſſimus, de conferendâ materiæ quantitate in Tellure, cum materiæ quantitatibus in Sole, Jove, & Saturno, determi-
1240. nanda eſt *diſtantia, ad quam Luna, circa Tellurem* quieſcentem, id eſt *actione Lunæ non translatam, revolvi poſſet, in eodem tempore periodico, in quo revolutionem ſuam reverâ peragit.* Hìc etiam non attendimus ad motum communem Telluri & Lunæ, quo circa Solem ambo feruntur.

Luna in motu ſuo circa Tellurem perſeverat; ideò Tellus & illa circa commune gravitatis centrum rotantur: ut ex demonſtratis circa Tellurem & Solem (1235.) ſequitur, & Luna, vi qua Tellurem verſus tendit, revolvitur in orbitâ, cujus ſemi-diameter eſt diſtantia Lunæ à memorato communi centro gravitatis Lunæ & Telluris.

Sit L hæc Lunæ diſtantia à communi centro gravitatis; T diſtantia Telluris ab eodem centro; L + T eſt ergo diſtantia Lunæ à Tellure, & eſt $60\frac{1}{2}$ ſemidiam. Telluris; mediam enim diſtantiam hìc conſideramus. Sit D diſtantia quam quærimus, ad quam, circa Tellurem quieſcentem, gravitate ſuâ verſus Tellurem, poſſet moveri Luna, in tempore, in quo revera ad diſtantiam L, circa commune gravitatis centrum rotatur.

Propter hanc temporum periodicorum æqualitatem, vis, qua Luna ad diſtantiam D poſſet in orbitâ retineri, eſt ad vim, qua ad diſtantiam L, in orbe ſuo retinetur, ut D ad L (220.).

Sed vis, qua Luna ad Tellurem tenderet, & in

in orbitâ retineretur ad diſtantiam D, eſt ad vim, qua nunc in orbitâ retinetur cùm à Tellure diſtat L + T, ut, $\overline{L+T}^q$ ad D^q (1193.); Ergo.

$$D,\ L :: \overline{L+T}^q,\ D^q$$

Ideoque $D^c = L \times \overline{L+T}^q$ & $D^c \times \overline{L+T} = L \times \overline{L+T}^c$: unde ſequentem deducimus proportionem.

$$\overline{L+T}^c,\ D^c :: L+T,\ L.$$

Idcirco L + T, D :: L + T, ad primam ex duabus mediis proportionalibus inter L + T & L.

L + T eſt ad L, ut quantitas materiæ, in Tellure & Lunâ conjunctim, ad quantitatem materiæ in Tellure ſolâ (222. 223.): quæ quantitates materiæ, ut in ſequentibus videbimus, ſunt inter ſe, ut 40,37: ad 39,37., & prima duarum mediarum proportionalium, inter hos numeros, eſt 40,035.; ergo 40, 37. eſt ad 40,035., ut $60\frac{1}{2}$ ad diſtantiam quæſitam; quæ *detegitur* 60. *ſemidiametrorum Telluris.*

Circa hanc operationem notandum eſt, diſtantiam D, non detegi, niſi detur ratio inter maſſam Lunæ & Telluris; quæ determinari non poteſt, niſi detur ratio inter denſitatem Solis & Telluris, ad quam detegendam, ut diſtantia D nota ſit, neceſſe eſt. Quare primo tentando detegitur D, & approximando exactè determinatur. Hanc autem eſſe 60 ſemidiam. Telluris, conſtat; quia hac poſitâ detegitur, inter quantitates materiæ Telluris & Lunæ, ratio, quæ datur inter 39,37. & 1, ut in ſequentibus videbimus; qua adhibitâ proportione de-

te-

tegitur, ut vidimus, hæc ipſa diſtantia 60. ſemidiametrorum.

Hiſce præmiſſis ipſam aggredimur computationem.

Diſtantia Veneris à centro Solis eſt 723. & tempus periodicum 5393. horarum (946.).

Quartus Satelles Jovis diſtat à centro Jovis partibus 12,507. quarum Venus à Sole diſtat 723.: hujus Satellitis tempus periodicum eſt 402 horarum 5′. (958.).

Quartus Satelles Saturni diſtat à centro Saturni, partibus iiſdem 9,292.; & tempus periodicum eſt 382 horarum 41′. (959.).

Tandem diſtantia Lunæ 60. ſemidiam. Telluris à centro hujus, eſt partium memoratarum 2,909. tempus periodicum medium 655. hor. 43′.

1241. Diviſis ſingulis cubis harum diſtantiarum, reſpectivè per ſuorum temporum periodicorum quadrata, dantur in quotientibus numeri, qui ſunt inter ſe, ut materiæ quantitates in dictis corporibus centralibus (1239.); qui quotientes ſunt inter ſe ut numeri ſequentes,

1242. *Quantitates Materiæ*

in Sole;	*Jove;*	*Saturno;*	*Tellure;*
10000.	9,248.	4,223.	0,0044.

Ex obſervationibus aſtronomicis datur etiam proportio diametrorum horum corporum.

1243. *Diametri*

Solis;	*Jovis;*	*Saturni;*	*Telluris.*
10000.	1077.	889.	104.

1244. Si quantitates materiæ memoratæ per diametrorum quadrata dividantur, quotientes erunt inter ſe, ut pondera in ſuperficiebus dictorum corporum (1214.); ſunt autem quotientes hi ut numeri ſequentes.

1245. *Gravitates in ſuperficiebus*

Solis;	*Jovis;*	*Saturni;*	*Telluris;*
10000.	797,15.	534,337.	407,832.

Di-

Dividendo hos numeros per diametros, habemus proportionem denſitatum eorundem horum corporum (1218.). 1246.

Quotientes, hiſce diviſionibus detecti, ſequentium numerorum relationem habent.

	Solis;	*Jovis*;	*Saturni*;	*Telluris*.	
Denſitates	10000.	7404.	6011.	39214.	1247.

Lunæ denſitatem in capite ultimo determinabimus.

Minimè probabile eſt, corpora memorata quatuor homogenea eſſe; circa Tellurem videbimus, in capite ſequenti XVII., illam centrum verſus denſiorem eſſe, quàm verſus ſuperficiem; unde ſequitur denſitates non exactè determinari poſſe, quare tantùm *determinantur denſitates* 1248.
mediæ, id eſt, *quas corpora haberent*, *ſi ſervatâ materiæ quantitate & magnitudine corpora forent homogenea.*

Proportio memorata (1247.), *inter denſitates re-* 1249.
ſpectu omnium corporum, & computationes reliquæ reſpectu Solis, Jovis, & Saturni, ſenſibili errore expertes ſunt; quantum ad Tellurem, in his error fortè datur, corrigendus ex obſervationibus in tempore inſtituendis: Ponimus enim diſtantiam Lunæ, 60. ſemi-diam., eſſe partium 2,909. quarum Venus à Sole diſtat 723., id eſt, quarum Tellus à Sole diſtat, 1000 (946.947.); quæ Lunæ diſtanta detegitur, ponendo Solis Parallaxin horizontalem 10″, quæ tamen pro verâ abſolutè haberi non poteſt, licèt ex obſervationibus exactiſſimis, de Martis Telluri maximè vicini Parallaxi huc uſque inſtitutis, deducatur, ſed quæ nimium eſt exigua, ut circa obſervationes nulla erroris ſuſpicio ſuperſit (1095).

Errorem tamen ex malè determinatâ ratione, inter ſemidiametrum Telluris & hujus à Sole diſtantiam, non mutare determinatam Telluris

den-

denſitatem, ex ipſis computationibus circa hanc inſtitutis, deducitur.

Ex hiſce enim ſequitur, denſitates corporum eſſe inter ſe, in ratione compoſitâ ex directâ cuborum diſtantiarum corporum quæ circumferuntur, & inverſâ quadratorum temporum periodicorum horum ipſorum corporum revolutorum (1241.): Ut & inverſâ cuborum diametrorum corporum centralium, quorum denſitates quæruntur (1244. 1246.); ratio ex his compoſita, eſt compoſita ex ratione directâ fractionis, cujus numerator eſt cubus diſtantiæ corporis revoluti, & denominator cubus diametri corporis centralis, & ratione inverſâ quadrati temporis periodici corporis circumacti. Fractio autem talis datur, ſi nota ſit ratio inter diametrum corporis centralis & diſtantiam corporis revolutis ab hoc centro, licèt hæc diſtantia cum nullâ aliâ poſſit conferri; ratio autem hæc reſpectu Telluris & Lunæ, æque ac reſpectu cæterorum corporum datur, quare & Telluris denſitatis ratio ad reliquorum corporum denſitates exactè detegitur.

CAPUT XV.

Totius Syſtematis Planetarii explicatio Phyſica.

IN parte primâ hujus libri, motus corporum in Syſtemate Planetario expoſuimus, quomodo hi, ex legibus Naturæ (144. 146. 148. 1193. 1194. 1195.) ſequantur explicandum eſt; id eſt, quomodo, corporibus his ſemel motis, in motibus quos obſervamus perſeverent.

1250. Concipiamus Solem & Mercurium, ſi ſibi permittantur, ad ſe mutuo accedent (1193.): Si autem projiciantur, poterunt circa commune

gra-

gravitatis centrum, æqualibus temporibus, revolvi; & Ellypticas lineas immobiles deſcribere (1235. 1195. 230.), & in illo motu perſeverare: conſtat enim mathematicâ demonſtratione, in hoc caſu, corpora circa commune centrum gravitatis deſcribere Ellypſes ſimiles illi, quam unum circa alterum quieſcens, iiſdem viribus, poſſet deſcribere: centrum hoc, propter magnitudinem Solis (223.), vix ab ipſo Solis centro diſtat.

Concipiamus ulterius, ad majorem à Sole diſtantiam, Venerem projici, turbabit hic paululum Mercurii motum, qui etiam, actione ſuâ in Venerem, hunc paululum à viâ deflectet, & ambo Solem, nunc eandem partem verſus, nunc ad partes diverſas, trahent; ſed omnes has irregularitates inſenſibiles eſſe videbimus, ſi Solis magnitudinem conſideremus; & ideò hæc tria corpora tendere ad punctum in viciniis Solis inter hæc corpora; quod ergo parum admodum diſtat à communi centro gravitatis omnium.

Si ſucceſſive Tellus, Mars, & reliqui Planetæ, ad diſtantias diverſas à Sole, projiciantur, idem ratiocinium locum habebit. Unde ſequitur *omnes Planetas revolvi circa, omnium corporum Syſtema componentium, commune centrum gravita-* 1251.
tis, quod parum à Sole diſtat, & Planetas ſeſe mutuo ſenſibiliter in motibus non turbare; unde *ſinguli lineas deſcribunt, quas circa Solem de-* 1252.
ſcriberent, ſi quiſque ſolus cum Sole in Syſtemate Planetario exiſteret; id eſt, Ellypſes immobiles: nam has ex vi gravitatis deſcribi conſtat (1195. 230.), nullaſque alias lineas excentricas immobiles, ex vi centrali ad diſtantias æquales æqualiter agenti, deſcribi poſſe mathematicè evinci ſæpe jam notavimus.

Cla

Clarius etiam patebit, omnes Planetas ad punctum in viciniis Solis tendere, ſi conſideremus quantitatem materiæ in Sole, millies & magis, materiæ quantitatem in Jove, Planetarum longè maximo, ſuperare (1242.)

1253. Dum *Planetæ* omnes revolvuntur, licèt parum tantùm agitent *Solem*, hunc tamen *agitant*, & diverſè trahunt, pro vario illorum ſitu inter ſe, unde motus exiguus in Sole oritur, qui ſemper pendet à motu jam acquiſito, & mutatione in hoc ex actione memoratâ, quæ omnibus momentis mutatur.

1254. Hujus verò *Solis agitationis effectus eſt, Planetas ſeſe mutuo minus, in motibus Ellypticis circa Solem turbare, quàm ſi Sol in medio Syſtematis quieſceret.* Jupiter, ex gr., ſi æqualiter à Mercurio & Sole diſtet, æquali celeritate ad ſe trahet hæc duo corpora (1222. 1223.), unde ſitus reſpectu Solis minus turbatur, quàm ſi Sol hoc motu non agitaretur, & Mercurius ſolus ad Jovem tenderet: pro variis Mercurii & Solis à Jove diſtantiis, unus aut alter magis attrahitur, & ſemper in ſitu reſpectivo minor mutatio datur, dum ambo verſus eandem partem feruntur, quàm ſi, Sole quieſcente, Mercurius ſolus verſus Jovem moveretur.

Ratiocinium hoc ad omnes Planetarum magis à Sole diſtantium actiones, in minus diſtantes, applicari poteſt. Quod attinet horum actionem in illos, pro vario ſitu ad Solem trahunt Planetam, aut hunc à Sole ſeparant, & integram conſiderando revolutionem reſpectivam, id eſt, motum à conjunctione ad conjunctionem ſequentem, turbatio minor eſt, quàm ſi Sol immobilis ſtaret.

1255. *Magnitudo Solis, cum cæteris corporibus Syſtematis noſtri collati, in cauſâ eſt*, ut ex ante demonſtratis patet, *parum Planetas ſeſe mutuo turbare*,

cùm

cùm tamen non infinita ſit hæc magnitudo, non in totum actiones mutuæ contemnendæ ſunt.

Diximus obſervationibus Aſtronomicis conſtare, Jovem viam Saturni mutare, ubi huic eſt proximus (1204.); quare hæc turbatio præ cæteris ſenſibilis ſit, ex lege gravitatis deducitur.

Actiones Jovis in Saturnum, quando huic 1256.
eſt proximus, & Solis in eundem Planetam, qua hic in orbitâ retinetur, ſunt inter ſe directè ut quantitates materiæ in Jove & Sole (1194.) nempe ut 9, 248. ad 10000. (1242.); & inverſè ut quadrata diſtantiarum Jovis & Solis à Saturno (1195.), id eſt directè ut 81. ad 16.; nam diſtantiæ, Saturni & Jovis à Sole, ſunt ferè ut 9. ad 5,; quare *ubi Jupiter Saturno eſt proximus*, 1257.
diſtantiæ hujus à Jove & Sole ſunt ut 4. ad 9. Ratio compoſita ex memoratis duabus eſt 749. ad 160000., aut 1. ad 214.; hæc *Jovis actio cum Saturni gravitate in Solem conſpirat*, & ideò *hanc parte* $\frac{1}{214}$ *auget*: unde non mirum turbationem ſenſibilem eſſe.

Non conſideramus hìc vim, qua Jupiter Solem trahit, nam hac orbita Saturni non mutatur, & explicandum erat, quare Saturnum à viâ deflexum obſervent Aſtronomi; actione tamen Jovis in Solem, magis ad Saturnum trahitur Sol, & ſitus reſpectivus horum corporum magis turbatur, quam obſervationibus Aſtronomicis detegitur. Vis qua Jupiter in ſitu memorato trahit Solem, & qua ideò hic Saturnum verſus trahitur, eſt ad vim qua Jupiter Saturnum trahit, ut 16. ad 25. (1195.), id eſt ut 479. ad 749., qui numerus exprimit vim, qua Saturnus ad Jovem tendit, quando gravitas Saturni in Solem exprimitur per 160000. Si colligamus in unam ſummam vires Jovis, quibus Sa-

Saturnum & Solem trahit; erit vis, qua, ex interpoſito Jove, hæc corpora ad ſe mutuo tendunt, ad gravitatem Saturni in Solem, ut 1228, ad 160000.; ſed gravitas hæc eſt ad gravitatem Solis in Saturnum, ut 10000. ad 4.,223.(1194.
1258. 1242.) id eſt ut 160000. ad 67,5. quare *acceſſus mutuus Solis & Saturni, eſt ad augmentum hujus acceſſus ex actione Jovis interpoſiti*, ut 160067. ad 1228. aut *ut* 130., *ad* 1. Hæc notabilis eſt, & omnium longè maxima, turbatio in motu Planetæ primarii cujuscunque, hæc etiam in unico tàntum caſu locum habet; nam, recedente Jove à Saturno, brevi inſenſibilis eſt turbatio motus Saturni.

In eodem ſitu Jovis, Saturno proximi, hujus vis licèt in hoc caſu ſit omnium maxima, non æquè ſenſibilis eſt, ad viam Jovis circa Solem mutandam. Actio Saturni ad Jovem trahendum, eſt ad illius actionem, qua Solem trahit, ut 81. ad 16. (1195.) celerius ergo Jovem trahit, & cùm eandem partem verſus trahantur, differentia harum virium eſt vis, cum qua ex Saturni actione, Jupiter & Sol à ſe mutuo ſeparantur (256.); quæ ideo eſt ad gravitatem Solis in Saturnum, ut 65. ad 16. Hæc autem Solis gravitas in Saturnum eſt ad gravitatem Jovis in Solem, ut 4, 223. ad 10000. (1194. 1242.), & ut 25. ad 81. (1195.) id eſt ut 106. ad 810000, aut ut 16. ad 122756.; eſt idcirco vis turbans Saturni ad Jovis gravitatem in Solem, ut 65.
1259. ad 122756, aut ut 1. ad 1888.; ita *ex actione maximâ Saturni, parte tantum* $\frac{1}{1888}$ *minuitur gravitas Jovis in Solem*, quæ turbatio inſenſibilis eſt.

Reliquæ Planetarum mutuæ perturbationes ſunt multò minores, ut patebit determinando illam, quæ omnium harum maxima eſt, Jovis in Martem, quæ computatione ſimili præcedenti detegitur.

Di-

Diſtantiæ Jovis à Marte & Sole, quando Mars inter hunc & Jovem in eâdem lineâ datur, ſunt circiter ut 7. ad 10. (948. 949.); quare vires, cum quibus Jupiter hæc corpora trahit, ſunt ut 100. ad 49. (1195.), quarum virium differentia eſt ad gravitatem Solis in Jovem, ut 51. ad 49. Gravitas hæc Solis in Jovem, eſt ad gravitatem Martis in Solem, ut 9,248. ad 10000. (1194. 1242.), & ut 9. ad 100. (1195.); id eſt ut 83. ad 1000000.; aut ut 49. ad 590443.; & vis perturbans Jovis ad gravitatem Martis in Solem, ut 51. ad 590443; aut ut 1. ad 11577: Quare *Martis gravitas in Solem, parte tantùm* $\frac{1}{11577}$, *actione Jovis illi proximi minuitur.* 1260.

Quantumvis perturbationes hæ, *ex actione Planetarum in ſe mutuo* ſint exiguæ, & licèt, quæ in ſitu Planetarum diverſo locum habent, quodammodo ſeſe mutuo compenſent, hiſce tamen paululum mutatur proportio, in qua decreſcit vis, quæ Planetas in orbitis retinet, ita ut non exactè minuatur in ratione inverſa quadrati diſtantiæ, idcirco licèt ſenſibiliter quieſcant orbitæ, *poſt multas revolutiones ſitus harum orbitarum paululum mutatus obſervatur* (233. 917.). 1261.

Ex hiſce omnibus ſequitur Planetas in principio, ad diſtantias ad quas à Sole moventur, ſemel projectos, in motibus, legibus ante expoſitis, perſeverare: excentricitatemque orbitarum pendere à celeritate, & directione primæ projectionis. Motus autem hi diutiſſimè conſervari poſſunt, propter materiæ cœleſtis exiguam reſiſtentiam. 1262.

Patet etiam, quare lineis ad centrum Solis ductis deſcribant areas temporibus proportionales; quia nempe cæteræ gravitates in Syſtemate exiguæ ſunt, reſpectu gravitatis Solem verſus (1252.); ideòque hac ſolâ in orbitis retinentur

tur Planetæ, unde hæc arearum proportio ſequitur (213.). Motus etiam in lineis Ellypticis lentiſſimè translatis, ex lege gravitatis ſequitur; hæ enim immobiles eſſent, ſi in Solem tantùm graves eſſent Planetæ (230. 1195.); ex actione autem mutuâ Planetarum lenta orbium agitatio deducitur (1261.). Quod autem ſpectat proportionem, quæ inter cubos diſtantiarum & temporum periodicorum quadrata obſervatur, ſequitur hæc quoque ex gravitatis lege (227. 1195.); ita ut ſi hiſce addamus, quæ de deflectione Saturni diximus (1204. 1257.), nihil explicandum ſuperſit, circa motum Planetarum primariorum.

1263. *Cometarum motus à lege Gravitatis pendere*, etiam ex obſervationibus deducitur; & horum reſpectu, ut circa Planetas dictum, Solis gravitas prævalet, & hac gravitate à viâ rectâ deflectuntur (967. 214.); viæ autem curvaturam ab hac eâdem gravitate etiam pendere ex eo ſequitur, quod corpus ex hac gravitate deſcribat aut Ellypſin, aut Parabolam aut Hyperbolam (230. 231. 195.); quales lineas deſcripſiſſe hos Cometas conſtat, quorum Trajectoriæ fuere determinatæ.

1264. *Satellites Jovis & Saturni circa primarios iiſdem legibus moventur, quibus primarii circa Solem rotantur* (931. 953. 961.), quare motuum horum explicatio (1262.) ad illos etiam referri poteſt, nam in tribus hiſce caſibus, circa Solem, Jovem & Saturnum, dantur corpora minora, ad varias diſtantias, circa corpus multò majus revoluta.

1265. *Dum ſecundarii circa primarium rotantur, omnes motu communi moveri poſſe*, clarum eſt, quo non turbantur motus reſpectivi, quibus inter ſe agitantur, quia diverſis impreſſionibus corpus eodem tempore ferri poteſt (146.); Motus primario

rio cum ſatellitibus ſuis communis, eſt motus primarii circa Solem.

Turbantur tamen *ſecundariorum motus ex Solis* 1266. *actione*, verſus quem pro vario ſitu nunc primario celerius, nunc tardius, feruntur, plerumque etiam per directiones diverſas in centro Solis concurrentes; hæ irregularitates, quæ exiguæ ſunt, in ſatellitibus Saturni & Jovis obſervari non poſſunt, licèt reverâ ſimiles ſint illis, quæ in motu Lunæ obſervantur; minima hujus deviatio nobis admodum eſt ſenſibilis; exactiſſimè autem Lunæ irregularitates ex Theoriâ gravitatis ſequi, in capite ſequenti patebit.

CAPUT XVI.

Motus Lunæ Explicatio Phyſica.

LUnam & Tellurem ſemel projectas, circa 1267. commune gravitatis centrum in motu perſeverare poſſe conſtat (1250.); Si impreſſione communi quacunque ferantur, per lineas rectas parallelas inter ſe, ut de ſatellitibus Jovis & Saturni dictum (1265.), motus hic non turbabit motum circa centrum commune gravitatis, quod ſolum directionem hanc ſequetur, quia reſpectu amborum corporum quieſcit. Corpora verò motu compoſito, ex hac impreſſione & motu circa commune gravitatis centrum feruntur (147.); id eſt circa hoc translatum girantur, ut circa idem quieſcens ante hujus motum. Si omnibus momentis novæ impreſſiones, communes ambobus corporibus, in hæc agant, poterit omnibus momentis mutari via centri gravitatis, quæ mutatio ſimilis erit illi, quam ſubirent corpora ipſa, ſi motu reſpectivo carêrent.

Ex hiſce deducimus, ſi, dum Luna & Tellus circa commune centrum gravitatis in gyrum moventur, ambæ projiciantur, viam centri gravitatis ex actione Solis, in utrumque corpus agenti, illam eſſe, quam corpus, eodem modo projectum, circa Solem deſcribere poſſet.

1268. Unde ſequitur *Lunam motum Telluris turbare, & centrum commune gravitatis horum corporum deſcribere orbitam, circa Solem, quam huc uſque à Tellure ipſâ deſcriptam diximus*; quia ad actionem

1269. Lunæ huc uſque non attendimus; *Tellus* autem *deſcribit curvam irregularem.*

1270. Poſito Sole in S; ſit in F centrum commune

T. 17. gravitatis Lunæ Q & Telluris M, in Plenilu-

Fig. 2. nio: poſt integram Lunationem, id eſt iterum in Plenilunio, ſit hocce centrum in A; & ſit FDA orbita, quam Telluris vocamus, & in qua memoratum centrum gravitatis reverâ movetur.

Sit Lunatio hæc diviſa in quatuor partes æquales; poſt primam centrum gravitatis erit in E, Luna in P, Tellus in L; lapſâ ſecunda temporis parte, in Novilunio, centrum gravitatis erit in D, Luna in R, Tellus in I; in quadraturâ ſequenti, centrum gravitatis erit in B, Luna in O, Tellus in H; tandem in Plenilunio poſito centro gravitatis in A, Luna erit in N, Tellus in G: quæ omnia ſequuntur ex revolutione Telluris & Lunæ circa commune centrum gravitatis, dum hoc in orbitâ circa Solem movetur.

Videmus ergo Tellurem moveri in curvâ MLIHG, quæ in ſingulis Lunationibus bis inflectitur, quæ curva etiam in ſe non redit, quia inflectiones, in variis revolutionibus circa Solem, non coincidunt; quia duodecim Lunationes cum tertiâ parte circiter ſingulis annis abſolvuntur.

Irre-

Irregularitas hæc *motus Telluris*, quæ ex legi- 1271.
bus Naturæ deducitur, *nimium eſt exigua, ut in obſervationibus Aſtronomicis ſenſibilis ſit*; quare ſine errore ponimus, centrum ipſum Telluris orbitam FDA percurrere; nam MQ, aut DI, diſtantia maxima Telluris ab hac orbitâ, eſt circiter pars quadrageſima diſtantiæ MQ, quæ ipſa non eſt trecenteſima pars diſtantiæ FS.

Etiam, *in explicandis quæ Lunam ſpectant, ne-* 1272.
gligimus conſiderationem motus Telluris, circa ſæpius *memoratum centrum gravitatis*; *ſed ponimus illam revolvere ad diſtantiam à centro Telluris* 60. *ſemid.*; quia, ut ante demonſtravimus (1240.), ad hanc diſtantiam, in ſuo tempore periodico, revolvere poſſet circa Tellurem quieſcentem, aut translatam in orbitâ, in qua ex Lunæ actione non turbaretur. Multo facilius hac methodo Lunæ irregularitates deteguntur, quæ eædem ſunt, ut facile patet, ſive Luna circa commune centrum gravitatis Lunæ & Telluris, ſive circa ipſum Telluris centrum rotetur.

Sit Sol S; Tellus in T; Lunæ orbita ALB 1273.
l; Tandem detur Luna in A in quadraturâ; T 1.
per AS verſus Solem tendit, eodem modo, & Fig. 3.
eadem celeritate, qua Tellus, verſus S per TS fertur; quia diſtantiæ AS & TS ſunt æquales: repræſentetur celeritas hæc per TS aut AS, poterit motus, quo Luna conatur deſcendere per AS, reſolvi in duos, formato parallelogrammo ADST; ita ut Luna conetur moveri per AD & AT, celeritatibus, quæ hiſce lineis repræſentantur (147.).

Preſſione per AD agenti, Luna eâdem celeritate, & eandem partem verſus cum Tellure fertur; propter lineas parallelas & æquales TS & AD; quare ex hoc motu relatio inter Lunam & Tellurem non mutâtur; preſſio autem per AT cum gravitate *Lunæ in Tellurem* conſpi- 1274.

rat, & *augetur gravitas* hæc *ex actione Solis, quando Luna in quadraturis datur: eſtque augmentum ad Telluris gravitatem in Solem, ut* A T, *Lunæ diſtantia à Tellure, ad* T S, *Telluris diſtantiam à Sole;* Preſſiones autem per A T & T S hiſce ipſis lineis repræſentari ex eo facile liquet, quod gravitates ſint preſſiones, quæ in corpora mota ut in quieſcentia agunt (152); quæque ideo ſingulis momentis generant augmenta velocitatum in ratione ipſarum gravitatum (65. 1194.), in qua eadem ratione ſunt ergo velocitates eodem tempore genitæ.

1275. *Manente* T S, *Telluris diſtantiâ à Sole, creſcit & minuitur augmentum* memoratum gravitatis *in ratione* lineæ A T, *diſtantiæ Lunæ à Tellure.*

Manente autem hac Lunæ diſtantiâ à Tellure A T, ſi augeatur T S minor erit A T reſpectu A S; ideo licèt non mutaretur vis, qua Tellus & Luna Solem verſus cadunt, augmentum minus erit, & eo minus, quo major eſt T S, quæ licet aucta eandem tamen quantitatem repræſentat; ideo erit inverſè ut TS; vis autem gravitatis non manet, quando T S augetur, ſed minuitur; quare & eo reſpectu minuitur augmentum memoratum, & quidem in eâdem ratione cum hac vi gravitatis; ideòque in ratione inverſâ quadrati diſtantiæ TS (1195.); ſi hæc diminutio cum ſtatim memoratâ conjun-
1276. gatur, videmus *augmentum*, de quo agimus, *ſequi rationem inverſam cubi diſtantiæ Telluris à Sole.*

1277. *Manente Telluris à Sole diſtantiâ, Lunæ gravitas in Tellurem lentius in Quadraturis decreſcit, quàm pro ratione inverſâ Quadrati diſtantiæ à Telluris centro*; nam ſi augmentum, in hoc caſu, ſequeretur inverſam hanc rationem quadrati diſtantiæ, quam ſequitur gravitas ex Telluris actione (1195.), non turbaretur hæc ratio; augmentum

verò

verò creſcit, dum gravitas ipſa minuitur; quare augmentum, quando diſtantia augetur, ſemper majus eſt quàm requiritur, ideòque diminutio minor.

Augmentum hoc determinatur *in mediis Lunæ à Tellure & hujus à Sole diſtantiis*: ſint A T & TS hæ diſtantiæ mediæ; eſt *augmentum* quæſitum ad gravitatem Telluris in Solem ut A T ad T S (1274.); *eſt* etiam hæc gravitas Telluris in Solem *ad gravitatem Lunæ in Tellurem*, (quia corpora hæc hiſce gravitatibus in orbitis retinentur) directè ut T S ad T A, & *inversè ut quadratum temporis periodici Telluris circa Solem ad tempus Lunæ circa Tellurem* (225. 1223.): eſt idcirco augmentum quæſitum ad gravitatem Lunæ in Tellurem, in ratione compoſitâ, ex hiſce rationibus: *id eſt*, in ratione memoratâ inverſâ temporum periodicorum Telluris & Lunæ, cæteris rationibus ſeſe mutuo deſtruentibus. Tempora hæc dantur & ſunt inverſè horum quadrata *ut* 1. *ad* 178, 73. 1278.

Sit nunc Luna in L, in quo ſitu Sol Lunam & Tellurem, per eandem lineam, ad ſe trahit, ſed non æqualiter; Lunam majori cum vi, quia minus ab illo diſtat: differentia harum virium eſt vis, qua Luna à Tellure retrahitur, & qua gravitas Lunæ in Tellurem minuitur. 1279.

Vires, quibus Luna in L, & Tellus in T, verſus Solem tendunt, ſunt inter ſe ut quadrata linearum S T & S L (1195.), & differentia virium, id eſt vis turbans, ad vim qua Tellus verſus Solem deſcendit, ut differentia horum quadratorum ad quadratum lineæ L S, id eſt, quam proximè, ut dupla L T ad L S aut T S; nam hæ lineæ parum admodum inter ſe differunt; & *differentia quadratorum, quorum radices* 1280.
parum inter ſe differunt, eſt ſervatâ proportione dupla illius, quæ inter radices datur.

Si ergo T S, ut antea, repræſentet vim, qua Tellus verſus Solem deſcendit, L *l* repræſentabit vim turbantem & gravitatem minuentem, dum in quadraturis vis turbans per A T repræſentatur (1273.).

1281. Detur Luna in *l*; iterum cum Tellure, per eandem lineam, à Sole attrahitur; ſed quia Tellus minus diſtat, celerius hæc verſus Solem movetur (1195.); ita ut detur vis, quæ Tellurem à Luná ſeparat, differentia nempe virium Lunam & Tellurem trahentium; quæ vis cum gravitate Lunæ in Tellurem contrariè agit, & hanc minuit; eodem modo ac ex majori gravitate Lunæ in Solem, poſitâ illâ in L, demonſtratum fuit. In *l* etiam vis ſeparans à vi ſeparante in L vix differt; hæc enim ut vidimus proportionalis eſt differentiæ quadratorum linearum T S & L S, & illa, ut ſimili demonſtratione evincitur, differentiæ quadratorum linearum *l* S & T S; quæ differentiæ, propter exiguam L *l* reſpectu T S, vix inter ſe differunt; ita ut vis, quæ minuit gravitatem Lunæ in *l* etiam repræſentetur per L *l*.

1282. *Major tamen paululum eſt vis perturbans in conjunctione* in L, *quam in oppoſitione* in *l*; nam poſitis differentiis æqualibus inter radices, quadrata ſervata proportione, eo magis differunt, quo minora ſunt; & ſic ſervatâ proportione magis differunt vires in L & T quam in T & *l*, quæ etiam minores ſunt (1195.).

1283. Concludimus ex his, *vim quæ in Syzygiis gravitatem Lunæ minuit, duplam eſſe illius, quæ hanc auget in quadraturis; nempe* ut L *l* ad A T. Quare in Syzygiis, Lunæ gravitas ex actione Solis minuitur parte, quæ eſt ad totam gravitatem, *ut* 1. *ad* 89, 36; nam in quadraturis augmentum gravitatis eſt ad ipſam, ut 1. ad 178, 73. (1278.).

In

In Syzygiis vis perturbans ſequitur eandem pro- 1284.
portionem cum ſemiſſe hujus, id eſt cum vi
perturbante in quadraturis (1283.); *eſt* ergo *di-
rectè ut diſtantia Lunæ à Tellure* (1275.), *&* in-
verſè ut cubus diſtantiæ Telluris à Sole (1276.).

In Syzygiis gravitas Lunæ in Tellurem, in receſſu 1285.
*illius ab hujus centro, magis minuitur, quam juxta
rationem inverſam quadrati diſtantiæ, ab hoc cen-
tro*; in hac enim ratione minueretur, ſi vis
ablatitia perturbans eandem ſequeretur ratio-
nem; cùm autem hæc contra creſcat, quando
diſtantia augetur (1284.) ſemper diminutio major
eſt, quam juxta hanc rationem.

Tandem ſit Luna in F, loco quocunque in- 1286.
termedio inter Quadraturam & Syzygiam, So-
lem verſus trahitur per FS, à quo cùm minus
diſtet, quàm Tellus T, majori cum vi quàm
Tellus trahitur: Sit vis, quâ Luna ad Solem
tendit, ad vim, quâ Tellus ad eundem fertur,
ut FM ad TS, quæ etiam in præcedentibus,
eandem Telluris gravitatem deſignat. Forme-
tur Parallelogrammum FHMI, cujus diago-
nalis ſit FM, & cujus latus FH ſit parallelum,
& æquale, lineæ TS. Gravitas Lunæ Solem
verſus reſolvitur in duas vires, unam per FH, al-
teram per FI; & hæ lineæ deſignant preſſio-
nes, quibus Luna per ipſas moveri conatur (134.).
Actio per FH communis eſt Lunæ & Telluri,
quæ, æquali vi per lineam huic parallelam,
etiam ad Solem tendit; ita ut, hoc motu Lu-
næ, hujus ſitus reſpectu Telluris non mutetur,
& vis perturbans ſit ſola preſſio per FI.

Propter immenſam Solis diſtantiam, pars MS
lineæ MF exigua eſt reſpectu totius, & angu-
lus FST, ubi maximus eſt, ut AST, vix
ſextam unius gradus partem ſuperat; unde ſe-
quitur, lineas MI & SN admodum eſſe vici-
nas, punctaque I & N vix diſtare, & ſine er-

rore ſenſibili poſſe confundi; qui tamen error, quantumvis ſit contemnendus, in conſideratione integræ revolutionis, compenſatur errore contrario, poſitâ Lunâ in E. Vis ergo perturbans deſignatur per FN.

n87. Notandum, *quando linea E S ſola pars E F conſideratur, hanc pro parallelâ haberi linea L l*, propter exiguum angulum, quem hæ lineæ efficiunt.

n88. Ex puncto N ducatur perpendiculum NQ ad lineam FT, continuatam ſi neceſſe fuerit, per quam Luna in Tellurem gravitat; & conſtruatur parallelogrammum FPNQ rectangulum; concipiamus vim per FN reſolutam in duas, per FQ & FP agentes, & hiſce lineis repræſentatas (134.): Actione per FQ, gravitas minuitur, in caſu hujus figuræ, augetur quando punctum Q inter F & T cadit: preſſione autem per FP Luna in orbitâ trahitur verſus Syzygiam vicinam L, & acceleratur aut retardatur Lunæ motus, pro ut vis hæc cum motu Lunæ conſpirat, aut contrariè agit.

In viciniis Syzygiæ minuitur Lunæ gravitas, & linea FQ, quæ diminutionis hujus proportionem ſequitur, minuitur recedendo à Syzygiâ donec evaneſcat, ad diſtantiam ab hac 54. gr. 44'.; ad majorem Lunæ à Syzygiâ diſtantiam Q inter F & T cadit, & ex Solis actione gravitas Lunæ in Tellurem augetur.

Vis per FP in Syzygiâ L nulla eſt, recedendo ab hac augetur ad octantem uſque, punctum medium inter Syzygiam & Quadraturam, minuitur iterum donec in B etiam nulla ſit.

1289. Inter B & *l* aut *l* & A, motus perturbantes eodem modo determinantur, ac in parte oppoſitâ inferiori ALB orbitæ; in E & F æqualis eſt gravitatis diminutio, & in illo ſitu æquali

vi

vi in orbitâ verſus Syzygiam *l* trahitur, quâ in F verſus Syzygiam L pellitur.

Ex hiſce ſequitur, *in motu Lunæ à Syzygiâ ad Quadraturam*, inter L & B ut & *l* & A, *gravitatem Lunæ in Tellurem continuò augeri & Lunam in motu continuò retardari. In motu* autem *à Quadraturâ ad Syzygiam*, inter B & *l* ut & A & L, *minuitur omnibus momentis Lunæ gravitas, & hujus motus in orbitâ acceleratur.* 1290. 1291.

Determinantur vires à quibus effectus hi pendent, conferendo has cum vi notâ, quâ gravitas in Quadraturis augetur (1278.), & quæ per Lunæ diſtantiam à centro Telluris repræſentatur.

Lineæ MI, HF, ST, ex conſtructione ſunt 1292. æquales; ideò, cum puncta I & N confundantur, MN valet ST, & MS æqualis eſt NT. Lineæ MF & ST repræſentant vires, quibus Luna in F & Tellus in T Solem S verſus feruntur; ſunt ergo ut quadratum lineæ TS ad quadratum lineæ FS (1195.); quare, cùm FG ſit differentia harum linearum, differunt inter ſe FM & TS duplâ GF (1280.), & addendo GF lineæ FM, differentia inter GM & TS, id eſt MS, erit tripla lineæ FG; quantum ergo etiam valet NT: FE autem eſt dupla FG (1287.); ideò NT ad FE ut tria ad duo.

Continuetur FT, ſi neceſſè fuerit, & ad hanc, ex E, ducatur perpendicularis EV; triangula EVF, & NQT, rectangula, erunt ſimilia, propter angulos alternos VFE & QTN (1287.): Idcirco NT ad FE, id eſt, tria ad duo, ut NQ, æqualis FP, ad EV; quæ ergo proportionalis eſt duabus tertiis partibus vis, quæ exprimitur per FP; ſed EV eſt ſinus anguli ETV ad centrum, dupli anguli EFV ad circumferentiam, æqualis angulo FTL, diſtantiæ Lunæ à Syzygiâ. Idcirco, *ut radius*, 1293

T A, aut T E, *ad ſeſqui-ſinum duplæ diſtantiæ Lunæ à Syzygiâ*, nempe F P, *ita augmentum gravitatis in quadraturis*, quod radio T A deſignatur, *ad vim, quæ motum Lunæ in orbitâ accelerat aut retardat.*

Computatio diminutionis gravitatis, &, in minori diſtantiâ à Quadraturis, hujus augmenti, ex iiſdem principiis deducitur.

Repræſentatur hæc diminutio lineâ FQ, quæ valet Q T, minus radio, ſed ex conſideratione triangulorum ſtatim memoratorum ſeſqui V F, valet Q T; ideò ſeſqui V T plus dimidio radio deſignat diminutionem gravitatis quæſitam; &

1294. *radius eſt ad ſummam aut differentiam ſeſqui co-ſinus duplæ diſtantiæ Lunæ à Syzygiâ & dimidii radii, ut augmentum gravitatis in Quadraturis ad diminutionem, aut augmentum, gravitatis in ſitu Lunæ de quo computatio initur.*

Differentiâ inter co-ſinum & dimidium radium utimur, quando angulus, cujus eſt co-ſinus, angulum rectum ſuperat; quia in hoc caſu utimur co-ſinu complementi anguli ad duos angulos rectos; quando in hoc eodem caſu ſeſqui co-ſinus, quo utimur, ſemi-radium ſuperat, quantitas detecta eſt addititia, id eſt, gravitatem auget, quod ubique inter Quadraturam & 35 gr. 16′. ab hac obtinet.

1295. *Vires hæ, quæcunque fuerit orbitæ Lunaris figura, exactè determinantur*; nam conferuntur cum augmento gravitatis in Quadraturis, poſitâ Lunâ in Quadraturâ ad eandem diſtantiam à Tellure, ad quam reverà datur in loco de quo agitur; augmentum vero hoc in omni Caſu detegitur (1278. 1276. 1275.).

Licèt extra ſcopum hujus operis ſit, computum, motus Lunæ tradere, neceſſe duxi breviter exponere, quâ methodo vires, quibus Luna regitur, detegantur; quia eo facilius effe-

ctum

ctum generalem virium concipimus, quo exactius ipſas novimus.

Ut nunc motum Lunæ examinemus, ſingulatim hujus variæ irregularitates perpendendæ ſunt, quod ut ſine confuſione fiat, pleraſque in initio hujus examinis removemus irregularitates, & concipimus Lunam in circulo motam circa Tellurem, in quâ curvâ retineri poſſe ex gravitate conſtat (230. 1195.). Ex actione Solis turbatur hic motus, & *orbita magis convexa* 1296.
eſt in Quadraturis quàm in Syzygiis. Nam curvæ, à corpore vi centrali deſcriptæ, convexitas eo major eſt, quo vis centralis majori cum vi corpus omnibus momentis ex viâ detorquet; etiam eo major eſt, quo corpus lentius movetur, quia vis centralis diutius agens majorem edit effectum in inflectendâ corporis viâ. Ex cauſis contrariis minuitur convexitas curvæ. Ambæ concurrunt in augendâ orbitæ convexitate in Quadraturis (1290.), & hac minuendâ in Syzygiis (1291.).

Ex his ſequitur circularem orbitæ Lunaris figuram in ovalem mutari, cujus major axis per Quadraturas tranſit; ut partes magis convexæ in Quadraturis dentur. Quare *Luna minus à* 1297.
Tellure in Syzygiis, magis in Quadraturis diſtat; & non mirum Lunam ad Tellurem accedere, licet gravitas hujus minuatur; quia acceſſus non eſt effectus immediatus hujus diminutionis, ſed inflectionis orbitæ verſus Quadraturas.

Motus Lunæ, ſublatâ Solis actione, non eſt in circulo, ſed Ellypſi, cujus focorum alter cum Telluris centro coincidit (954. 230. 1195.); nam orbita Lunæ eſt excentrica & vi gravitatis in hac retinetur.

Demonſtrata ergo non exactè ad motum Lunæ applicari poſſunt; cùm autem vires, quæ deviationes explicatas generant, in Lunam re-

verâ agant, Ellypſis, quam Luna ſublato Sole
1298. deſcriberet, mutatur, &, *cæteris paribus, propoſitiones n.* 1296. 1297. *ad Lunæ motum applicari poſſunt.* Id eſt Ellypſeos (quam Luna ſublato Sole deſcriberet, in quocunque ſitu reſpectu Solis detur,) figura, poſito Sole, mutatur paululum; partes quæ in Quadraturis dantur convexiores fiunt, contra quæ per Syzygias tranſeunt ex convexitate amittunt, unde etiam variationes in diſtantiis neceſſario ſequuntur.

1299. *In Quadraturis & Syzygiis*, vis perturbans, cum vi gravitatis Tellurem verſus, in eâdem lineâ agit (1273. 1279. 1281.); ideòque vis quæ continuò in Lunam agit, & hanc in orbitâ retinet, ad centrum Telluris dirigitur, & *Luna deſcribit areas, lineis ad* hoc *centrum ductis, temporibus proportionales* (213.).

1300. *In aliis orbitæ punctis*, ut F, præter vim, quæ in Lineâ FT agit, datur & alia, cujus directio ad FT eſt perpendicularis (1288.), quæ hìc per FP repræſentatur: directio vis ex ambabus compoſita dirigitur paululum ad latus lineæ FT, & non tendit ad Telluris centrum (130.); quare *areæ lineis ad centrum Telluris ductis non ſunt exactè temporibus proportionales* (214.). In octantibus FP eſt omnium maxima; & vis, quæ per hanc lineam repræſentatur, eſt ad gravitatem Lunæ verſus Tellurem, in hoc puncto, in mediis Lunæ & Solis diſtantiis, ut 1. ad 119, 49. (1293.) quare directio vis compoſitæ, ex actionibus Solis & Telluris in Lunam, cum lineâ FT efficit angulum circiter ſemi gradus.

Variis irregularitatibus aliis ſubjicitur motus Lunæ, ita ut, curvam omnino irregularem deſcribat; quam ut computationibus, quantum
1301. fieri poteſt exactiſſimis, ſubjiciant, ad *Ellypſin* reducunt *Aſtronomi*, quam *variis motibus agitatam*,

tam, etiam mutabilem, concipiunt, ne Luna hanc deſerat.

Circa vires centrales notavimus, corpus non deſcribere Ellypſin, ſi vis centralis, qua in orbitâ retinetur, in aliâ ratione decreſcat, quam in ratione inverſâ quadrati diſtantiæ; curvam tamen ſæpe poſſe reduci ad Ellypſin mobilem (233.): quæ circa focum rotatur, & cujus motus aliquando verſus eandem partem, cum motu corporis (234.) aliquando in contrariam partem fertur (235.).

Ex hiſce ſequitur, Lunæ orbitam ad Ellypticam referri non poſſe, niſi quatuor motibus ſingulis revolutionibus hanc agitatam concipiamus; id eſt, niſi linea Apſidum, id eſt major axis Ellypſeos, quæ per centrum Telluris tranſit, bis progrediatur, & bis regrediatur.

Progrediuntur Apſides Lunâ in Syzygiis verſante 1302.
(234. 1285.) aut potius in motu Lunæ, inter puncta à Syzygiis 54. gr. 44'. diſtantia (1294.).
In Quadraturis, & inter puncta ab his diſtantia 1303.
35. gr. 16', *Apſides regrediuntur*, id eſt in antecedentiâ moventur (235. 1277. 1293.).

Vires à quibus *progreſſus* & regreſſus *Apſidum* 1304.
pendent ſunt vires motum Lunæ turbantes, antea explicatæ; ideo, cùm vis turbans in Syzygiis, ſit dupla vis turbantis in Quadraturis (1283.) progreſſus, *integrâ conſideratâ Lunæ revolutione, regreſſum ſuperat, cæteris paribus.*

In circulo, cujus centrum in centro virium datur, diminutio vis, in receſſu à centro, nullum edit effectum; quia in hac lineâ non à centro recedit corpus; Idcirco effectus diminutionis hujus eſt eo major, quo à tali circulo magis differt curva, quam corpus deſcribit.

In orbitâ Ellypticâ, cujus Focorum alter cum
virium centro coincidit, curvatura *in Apſidibus* 1305.
omnium maximè à tali circulo differt, & *effi-*

ciunt

ctus diminutionis vis in receſſu à virium centro, eſt
1306. *omnium maximus.* *Si orbita* hæc *parum fuerit excentrica, in extremitatibus axeos minoris* parum admodum à circulo memorato differt Ellypſis, & *diminutionis effectus eſt omnium minimus.*

1307. *Progreſſus, & regreſſus, Apſidum* pendent à proportione, juxta quam decreſcit vis gravitatis recedendo à Telluris centro (234. 235.); *eſt* ideò *effectus diminutionis vis centralis.*

Varias ſubit mutationes explicatus Apſidum
1308. motus, *omnium celerrimè progrediuntur Apſides, in Lunæ revolutione, poſitâ Apſidum lineâ in Syzygiis* (1302. 1307. 1305.); *& in hoc ipſo caſu omnium lentiſſimè*, in eâdem revolutione *remeant* (1303. 1307. 1306.); quia, propter exiguam Lunæ excentricitatem, parum, ab extremitatibus axeos minoris obitæ diſtant Quadraturæ.

1309. *Poſitâ lineâ Apſidum in Quadraturis, omnium minimè in Syzygiis in conſequentiâ feruntur Apſides* (1302. 1307. 1306.); *celerrimè autem redeunt in Quadraturis* (1303. 1307. 1305.); *&, in hoc caſu, in integrâ Lunæ revolutione regreſſus progreſſum ſuperat.*

Dum Tellus in orbitâ transfertur, linea Apſidum ſucceſſivè omnes acquirit ſitus reſpectu
1310. Solis; quare *plurimis revolutionibus Lunæ ſimul conſideratis progrediuntur Apſides* (1304.), & ex obſervationibus conſtat, in ſpatio circiter octo annorum lineam Apſidum integram peragere revolutionem.

Orbitæ excentricitatem etiam inconſtantem eſſe diximus.

1311. *Augetur corporis excentricitas, ſi vis centralis,* continuâ diminutione, *celerius quàm ante decreſcat*; tunc enim dum corpus ab Apſide imâ ad Apſidem ſummam transfertur, omnibus momentis, minus trahitur, quam ſi vis minus decreſceret, quare magis recedit; augetur etiam

eadem

eadem orbitæ excentricitas, in eodem caſu, in motu ab Apſide ſummâ ad imam, quia in hoc caſu, acceſſu ad centrum, celerius creſcit vis; ita ut in utroque caſu differentia inter maximam & minimam diſtantiam à centro virium; major fiat, ideòque excentricitas augeatur. Simili ratiocinio patet *excentricitatem minui, quan-* 1312.
do vis centralis lentius decreſcit, quàm ante, in receſſu à centro.

Hiſce ad motum Lunæ applicatis, patet: *Orbitæ excentricitatem, ſingulis revolutionibus, va-* 1313.
rias ſubire mutationes, augeri dum Luna per Syzygias tranſit (1285. 1311.) minui dum in Quadraturis verſatur (1277. 1312.). *Eſt vero excen-* 1314.
tricitas omnium maxima, poſitâ lineâ Apſidum in Syzygiis; quia in integra revolutione, cauſa quæ auget excentricitatem eſt omnium maxima, & quæ hanc minuit omnium minima; in Apſidibus collatis, celerius decreſcit vis centralis quàm pro ratione inverſa quadrati diſtantiæ (1285.), unde augmentum hoc ſequitur (1311.) quod in hoc ſitu prævalet (1305.). *Orbitam* verò *omnium minimè eſſe excentricam, verſante lineâ Apſidum in Quadraturis*, prævalente diminutione excentricitatis (1277. 1312.).

Lunam diximus moveri in plano ad Eclipticæ planum inclinatum; lineam Nodorum rotari in antecedentiâ (957.), & inconſtantem eſſe Orbitæ inclinationem (956.): effectus hi ex actione Solis in Lunam etiam deducuntur.

Propter exiguam orbitæ Lunaris inclinationem, vires quas huc uſque in plano Eclipticæ agentes non attendendo ad orbitæ inclinationem conſideravimus, ſine ſenſibili errore, ad orbitæ planum, referuntur, & Luna, in hoc, motibus ante explicatis ſubjicitur: Sed *datur* 1315.
vis, quæ Lunam ex plano orbitæ removet; ita ut

hoc

hoc planum agitatum concipere debeamus, ne Luna orbitam deferat (1301.).

1316. T. 17. fig. 3. Sit Luna in F; attendendo ad illa, quæ de actione Solis ſuperius dicta ſunt (1286.), liquet planum parallelogrammi FHMI per lineam TS tranſire, quæ centra Solis & Telluris jungit, & quæ ideò in plano Eclipticæ datur; ita ut punctum N, ad quod dirigitur vis FN turbans ex actione Solis, in hoc plano detur.

1317. T. 17. fig. 4. Repræſentetur hæc eâdem vis per FI; in F ad orbitæ planum detur perpendicularis FR & concipiatur parallelogrammum FRI*i*, cujus latus F*i* in plano orbitæ detur, & cujus diagonalis ſit FI; vis turbans per FI reſolvitur in duas, per FR & F*i*, quas hæ lineæ repræſentant (134.), & quarum hæc in plano orbitæ agit: ita ut ad hanc debeamus referre, quæ ſpectant vim turbantem, de qua in n. 1286. egimus; lineæ enim F*i* & FI vix differunt, & planum parallelogrammi FRI*i* ad planum orbitæ Lunaris eſt perpendiculare.

1318. Determinanda eſt linea FR, quæ repræſentat vim, quæ ad planum orbitæ perpendiculariter agit, & Lunam ex hoc plano removet; relatio autem lineæ FR aut I*i* ad radium ET, eſt ratio vis turbantis, de qua hìc agitur, ad augmentum gravitatis in Quadraturis (1273.)

1319. In caſu hujus figuræ in quâ linea Nodorum N*n* in Quadraturis verſatur, detegitur FR; quia IT (quæ eſt NT fig. 3.) datur (1292.), & quia IT ad I*i* aut FR, ut radius ad ſinum inclinationis orbitæ.

1320. Sed in omni caſu determinanda eſt vis, quæ Lunam ex plano pellit; ponamus ideò lineam Nodorum translatam ad ſitum M*m*, quo, cæteris manentibus, mutatur I*i*. Ad *m*M continuatam, ſi neceſſe fuerit, dentur perpendiculares

lares *i*X & IX, quæ angulum efficiunt æqualem inclinationi plani orbitæ.

Ratio inter ET & I*i*, id eſt *ratio inter augmentum gravitatis in Quadraturis & vim*, quam quærimus, *qua Lunam ex plano orbitæ removet*, eſt compoſita ex rationibus lineæ ET ad TI, lineæ TI ad IX, & tandem lineæ IX ad I*i*. Prima eſt ratio inter radium & ter ſinum diſtantiæ Lunæ à Quadraturâ (1292); ſecunda eſt ratio radii ad ſinum anguli ITX, id eſt diſtantiæ Nodi à Syzygiâ; tertia tandem eſt ratio radii ad ſinum inclinationis orbitæ: & ratio ex his compoſita, *eſt ratio cubi radii ad ter productum ſinuum diſtantiarum Lunæ à Quadraturâ, & Nodi à Syzygiâ, ut & inclinationis plani.* Ad hanc vim etiam referendus n. 1295. 1321.

Vis hæc in Quadraturis nulla eſt, quia punctum 1322. I cum puncto T, centro Telluris, coincidit, & evaneſcit linea I*i*, lineis FI & F*i* concurrentibus, in plano orbitæ; quod etiam ex computatione memoratâ (1321.) ſequitur: evaneſcente ſinu diſtantiæ Lunæ à Quadraturâ; ideoque toto producto, quod per ſinum hunc multiplicatur.

Evaneſcit idem hoc productum, & cum hoc 1323. *vis*, quam repræſentat, evaneſcente ſinu diſtantiæ Nodi à Syzygiâ, id eſt, *poſitâ lineâ Nodorum in Syzygiis*; etiam hoc ex eo deducitur, quod linea Nodorum N*n* continuata per Solem tranſit; quare Sol in ipſo plano orbitæ datur; ideoque Lunam, niſi in hoc plano trahere non poteſt.

Vis etiam, *quam examinamus, augetur in acceſſu Lunæ ad Syzygiam, & in receſſu Nodi ab hac.* (1321.). 1324.

Sit P*p* planum Eclipticæ; PA orbita Lunæ; 1325. ubi Luna ad A pervenit, id eſt paululum à No- T. 17. do receſſit, ex plano orbitæ removetur, & in fig. 5. ſecun-

ſecundo momento non per AB, continuationem orbitæ PA, ſed per A*b* fertur; quia per B*b* ad planum Eclipticæ accedit; itaque movetur, quaſi ex Nodo magis diſtante *p* procederet.

1326. Unde patet *Nodos regredi, dum Lunâ in orbitâ movetur*, quamdiu à Nodo recedit: etiam remeant Nodi in acceſſu Lunæ ad Nodum oppoſitum; quia cùm Luna continuò ex orbitâ verſus planum Eclipticæ pellatur, continuò ad punctum minus diſtans dirigitur, & citius ad Nodum pervenit, quàm ſi tali motu non agitata eâdem celeritate in motu continuaſſet.

1327. *Integram conſiderando Lunæ revolutionem, cæteris paribus, celerrimè in antecedentiâ moventur Nodi, verſante Lunâ in Syzygiis* (1324.), *deinde lentius atque lentius, donec quieſcant, verſante Lunâ in Quadraturis* (1322.).

Dum Tellus circa Solem rotatur, etiam non attendendo ad motum ſtatim memoratum No-
1328. dorum, *linea Nodorum* ſucceſſivè omnes ſitus poſſibiles acquirit, reſpectu Solis; &, *ſingulis annis, bis per Syzygias, bis per Quadraturas tranſit.*

1329. *Si* nunc *plurimas conſideremus Lunæ revolutiones, Nodi in integrâ revolutione celerrimè remeant, verſantibus Nodis in Quadraturis* (1324.); *dein lentius, donec quieſcant, poſitâ lineâ Nodorum in Syzygiis* (1323.).

Hac eadem vi, qua Nodi moventur, muta-
1330. tur etiam *orbitæ inclinatio*; *augetur in receſſu Lunæ à Nodo*; *minuitur in acceſſu ad Nodum.*

1331. Angulus enim *bp*L, minor eſt angulo APL, & eâdem de causâ continuo minuitur, & inclinatio major fit, ubi autem Luna ad maximam diſtantiam à plano Eclipticæ pervenit, & ad Nodum oppoſitum accedit, continuò directio motus Lunæ verſus planum Eclipticæ inflectitur, & minus ad hoc inclinatur, quàm ſi in orbitâ mo-

motum continuaret: ſit N n *n* planum Eclipticæ, curva N *m* orbita Lunæ; vi qua Luna continuo ex hac removetur, mutatur Lunæ via, & percurrit curvam N n, quæ magis ad N n *n* in N inclinatur, quàm in *p*; ita ut plani orbitæ inclinationem bis mutatam concipere debeamus (1314.), dum à Nodo ad Nodum movetur Luna: ideòque quater *in ſingulis Lunæ revolutionibus*, *bis minuitur*, *bis iterum augetur*. 1332.

Poſitis Nodis N, *n*, *in Quadraturis*, vires quæ *in unicâ revolutione* augent inclinationem, & hanc minuunt, ſunt æquales inter ſe; nam propter æqualem diſtantiam utriuſque Nodi à Syzygiis, vires inclinationem mutantes in N D & *n* E ſunt æquales viribus, in punctis reſpondentibus, in D*n* & E N (1321.); illis *inclinatio* augetur, his minuitur (1330.); diminutio anguli inclinationis ex primis, ſecundarum actione inſtauratur, & hic *non mutatur*. In motu memorato (1328.) lineæ Nodorum reſpectu Solis, qui à ſitu parallelo lineæ hujus pendet, Nodus N ad Syzygiam E fertur. Ubi ex. gr. linea Nodorum pervenit ad ſitum M*m*, Luna in receſſu à Nodis tranſit per Quadraturas N, *n*, in quibus vis, quæ inclinationem mutat nulla eſt (1322.), & in quorum viciniis omnium eſt minima (1321.): in acceſſu autem ad Nodos ubique Luna à Quadraturis diſtat, & vis major in hanc agit (1321.); ideòque *integram conſiderando revolutionem*, augmentum anguli inclinationis ſuperat hujus diminutionem (1330.); id eſt augetur ille angulus, aut quod idem eſt *minuitur inclinatio*; quod ubique obtinet *in motu Nodorum à Quadraturis ad Syzygias*. 1333. T. 17. fig. 4. 1334.

Ubi ad Syzygias pervenêre Nodi, *inclinatio plani orbitæ eſt omnium minima*; nam *in motu Nodorum à Syzygiis ad Quadraturas*, magis ac magis continuò inclinatur orbitæ planum; in hoc enim 1335. 1336.

caſu

caſu in acceſſu ad Nodum per Quadraturas tranſit Luna, in receſſu ab his diſtat à Quadraturis, & *in integrâ Lunæ revolutione*, vis, quæ inclinationem auget, ſuperat illam, quæ hanc minuit (1322. 1330.): idcirco *augetur inclinatio*: &
1337. *eſt omnium maxima verſantibus Nodis in Quadraturis*, ubi terminatur diminutio anguli à Plano orbitæ cum plano Eclipticæ formati (1334.).

1338. *Omnes*, quos explicavimus, *errores in motu Lunæ paulùlum majores ſunt in conjunctione quàm in oppoſitione* (1282.).

1339. Determinantur *vires omnes perturbantes*, detegendò harum relationem cum augmento gravitatis in Quadraturis (1293. 1294. 1321); quare omnes eaſdem mutationes ſubeunt cum hoc augmento, id eſt, *ſunt inversè, ut cubus diſtantiæ Solis à Tellure* (1276.); *qua manente, ſunt ut diſtantia*
1340. *Lunæ à Tellure* (1275.). *Omnes vires perturbantes ſimul conſiderando prævalet gravitatis diminutio* (1283.); quod ex progreſſu Apſidum (957. 1310.) immediatè ſequitur; nam ex hoc patet, plurimis ſimul conſideratis revolutionibus, effectum diminutionis gravitatis ſuperare effectum augmenti (234. 235.).

1341. Ergo *motu Lunæ generaliter conſiderato, minuitur gravitas Lunæ in Tellurem acceſſu Solis* (1340. 1339.): ideòque, cùm minus à Tellure trahatur, ab hac magis recedit, quàm recederet, ſi talis gravitatis diminutio non daretur: augetur
1342. ergo in hoc caſu Lunæ diſtantia, etiam *tempus periodicum* (211.): & tempus hoc *maximum eſt*, *ut & diſtantia Lunæ, cæteris paribus, maxima, verſante Tellure in Perihelio* (1339.), quia omnium minime à Sole diſtat.

CA-

CAPUT XVII.

De Planetarum Figuris.

Si ad Planetarum figuras attendamus, talibus illos præditos detegimus, quæ ex ipſis, quibus ſyſtema regitur, legibus ſequuntur; ordini mirabili, quem ubique obſervamus, admodum congruum eſt, nullas in Planetas agere vires ad hos deſtruendos; id eſt *illam eſſe Planetæ, ſive primarii, ſive ſecundarii, figuram, quam acquireret, ſi totus ex materiâ fluidâ conſtaret*; quod cum Phænomenis congruit. 1343.

Unde ſequitur *Planetas omnes primarios, & ſecundarios, eſſe ſphæricos*; conſtant enim ex materiâ cujus particulæ in ſe mutuo graves ſunt (1193. 1194); ex qua mutuâ attractione figura ſphærica generatur, eodem modo ac gutta fit ſphærica ex aliâ partium attractione (37.). 1344.

Figura hæc *ſphærica Planetarum ex motu circa Solem, aut ſecundariorum circa primarios, non mutatur*; quia ſingulæ particulæ eodem motu feruntur: motu autem circa axem mutationem figura ſubit, eo majorem, quo motus hic celerior eſt. 1345.

Sit PP axis Planetæ; Ee diameter Æquatoris, ad axem perpendicularis; detur canalis PCE fluido repletus; pondere ſuo fluidum hoc verſus C in utroque crure deſcendit, & non quieſcit, niſi preſſio in utroque crure æqualis ſit. Si Planeta quieſcat, altitudo fluidi in utroque crure æqualis eſt (1344.): ſi vero Planeta circa axem PP rotetur, vi centrifugâ omne liquidum in crure CE à centrò conatur recedere (205.), quæ vis cum vi gravitatis contrariè agit (210.); ideoque gravitatem minuit; ita ut æquilibrium non detur, niſi CE ſuperet CP. Tollamus nunc canalem, preſſio lateralis fluidi, ex quo Planeta conſtat, 1346. T 17. fig. 6.

ſtat, non mutat gravitatem verſus C, neque differentiam inter altitudines columnarum CE,
1347. CP (332.); altior idcirco ubique eſt *Planeta* in Æquatore, quam in Polis, & *acquirit ex motu circa axem, figuram ſphæroidis depreſſi in Polis*; elevatio enim continuò minuitur, accedendo ad Polum; quia vis centrifuga minuitur, propter imminutam diſtantiam ab Axe (220.).

Si demonſtrata cum Phænomenis conferantur, patebit quare omnia corpora ſint Sphærica in ſyſtemate noſtro (912.); hanc tamen figuram non eſſe exactam, & motibus circa axes paululum mutari (1347.), licèt in pleriſque hoc obſervari non poſſit, ex obſervationibus Jovis
1348. & Telluris poterit deduci. *Jovis axem breviorem eſſe diametro Æquatoris obſervarunt Aſtronomi*; hic licet omnium Planetarum ſit maximus, omnium celerrimè circa axem rotatur (949.), ideòque differentia hæc obſervari poteſt.

1349. *Elevatio Telluris, in Æquatore, à nobis determinatur*, quamvis fortè aliorum Planetarum incolis, ſi dentur, non magis eſt ſenſibilis, quam nobis elevationes in Marte & Venere, quas non percipimus.

1350. Ponamus Tellurem fluidam, memoratam ſphæroidem acquiret figuram (1347.); ſi cohæreant partes verſus centrum, non eo ſitus aliarum mutari poteſt, neque mutabitur, ſi in quibuſdam locis partes ad ſuperficiem uſque cohæreant inter ſe: ita ut Maris ſuperficies neceſſario acquirat ſphæroidem figuram ad Polos depreſſam. Cùm verò, parum tantùm, ubique littora ſupra Maris ſuperficiem, eleventur, continentem eandem ſequi figuram extra dubium eſt.

Ut nunc hanc menſuremus elevationem, id eſt quantum diameter Æquatoris ſuperet Axem, ad motum Telluris circa hunc in ſpa-

tio 23. ho. 26′. 4″. (947.) attendendum eſt; & ſequenti methodo, poſitâ Tellure homogeneâ computatio inſtituitur.

1351. Telluris periferia eſt pedum Rhenolandicorum 128202185.; ideò in uno minuto ſecundo temporis, punctum Æquatoris percurrit pedes 1488.; cujus arcus ſinus verſus eſt pedum 0, 054, ſpatium quod in tali tempore ex vi centrifugâ à corpore percurri poteſt.

Gravitate corpus, in uno minuto ſecundo, ut antea jam vidimus, cadendo percurrit pedes 15, 607.; Sed hæc experimenta inſtituta fuere ad diſtantiam 48. gr. ab Æquatore E *e*, in puncto A; vis centrifuga in E eſt ad vim centrifugam in A, ut C E, aut C A, nam parum admodum differunt hæ lineæ, ad A B (220.); ſit vis hæc centrifuga A *b*; ductâ perpendiculari *b a* ad C A continuatam, reſolvatur vis per A *b*, in duas per A *a* & *a b* (134.); illâ ſolâ minuitur gravitas, & eſt *A b* ad vim illam minuentum, ut C A ad A B; propter ſimilia triangula rectangula, A *b a*, & A B C, habentia in A angulos oppoſitos ad verticem æquales; eſt ideò vis centrifuga in Æquatore, qua corpus in minuto ſecundo percurrit 0,054, ad vim gravitatem minuentem in A, in ratione duplicatâ radii A C ad A B, co-ſinum latitudinis A E, 48. gr.: ita ut ex hac vi minuente corpus in uno minuto ſecundo percurrat 0,0243. quare, ſi Tellus quieſceret cadendo non percurreret pedes 15,607, ſed pedes 15,632.; qua gravitate corpus ſub Polis cadit, quia puncta hæc non moventur. Ad Æquatorem vi centrifugâ percurrit corpus 0, 054. & tantum cadit, in eodem tempore ab altitudine pedum 15, 578.; unde patet gravitatem ſub Polis eſſe ad gravitatem ſub Æquatore, ut 289. ad 288.

T. 17. fig. 6.

Si fig. 6. figuram Telluris repræſentat, pondus columnæ liquidi C E erit ad pondus columnæ liquidi C A, quieſcente Tellure, ut 289. ad 288; aliter enim, motâ Tellure, æquilibrium non dabitur; quia pars $\frac{1}{289}$ columnæ C E vi centrifugâ ſuſtinetur; decreſcit enim vis centrifuga accedendo ad centrum in ratione diſtantiæ (220.), in qua etiam ratione decreſcit gravitas (1220.), ita ut in ſingulis columnæ punctis eadem pars ponderis ſuſtineatur, quàm verſus ſuperficiem.

1352. Ex his deducimus *altitudinem* C P, *ad Polum, eſſe ad altitudinem* E C, *ad Æquatorem*, *ut* 229 *ad* 230; poſitâ enim hac ratione inter Axem & Æquatoris diametrum, ſi de gravitatibus in locis P & E, Tellure quieſcente, computatio ineatur, deteguntur eſſe inter ſe, ut 1121, 71. ad 1120, 71.; quæ ratio ubique obtinet in punctis reſpondentibus, id eſt quæ diſtant à centro ut C P ad P E; quia in utroque crure decreſcit gravitas in ratione diſtantiæ à centro (1220). Pondus habetur multiplicando materiæ quantitatem per gravitatem; nam in utriuſque ratione creſcit pondus: multiplicando 1121, 71. per 229. & 1120. 71. per 230. producta ſunt inter ſe, ut 288 ad 289; quæ eſt ratio ponderum ante detecta. Diameter media Telluris eſt 3400669 perticarum (963) ideò axis P P eſt 3393261, & diameter Æquatoris E e 3408078. perticarum, quæ Axem ſuperat perticis 14817,

1353. parte nempe $\frac{1}{230}$, & *Æquator* magis *elevatur perticis* 7408, 5.

1354. In hac computatione, ut monuimus, Tellurem homogeneam habuimus; ſi autem magis denſa ſit ad centrum, materia quæ adjicitur poterit haberi pro corpore ſeparato, à cujus centro puncta P & E inæqualiter diſtant, & in quod ideò diverſam gravitatem habent corpora in P & E (1213); & differentia eo major erit, quo hæ diſtantiæ magis differunt: & etiam e-

erit

ſit eo major reſpectu totius gravitatis, quo materiæ quantitas adjecta, aut quod idem eſt, denſitas verſus centrum major eſt.

Magis inter ſe differre vires gravitatis in Polis & Æquatore, quàm parte $\frac{1}{289}$, collatis experimentis ad varias Æquatoris diſtantias, ope pendulorum inſtitutis, conſtat, quibus vires gravitatis inter ſe conferri poſſe vidimus (192. 193. 194); & differentia quæ revera datur, fere dupla eſt illius, quæ computatione detegitur; unde ſequitur *elevationem Æquatoris fere duplam eſſe* 1355.
illius, quam determinavimus 7408, 5. *perticarum* (1353.)

Si nunc ad ſphæroidem figuram Telluris attendamus, videmus *gravia non directe tendere ad* 1356.
centrum Telluris, niſi in Polis & Æquatore, *ſed ubique perpendiculariter ad ſuperficiem* Sphæroidis; nam liquidum non quieſcit, niſi ſuprema ſuperficies cum directione gravium angulum rectum formet (325.); & ſphæroidis figura formatur à fluidi quieſcentis ſuperficie. Hanc eandem gra- 1357.
vium directionem etiam directè deducimus ex T. 17.
vi centrifugâ. Corpus in A gravitate tendit ad Fig. 6.
C, vi centrifugâ fertur per A *b*; vis hæc in puncto A eſt ad gravitatem per A C, ut 1. ad 430, 8.: formato parallelogrammo lateribus A C & A *b*, poſitis his inter ſe, ut 430, 8., ad 1., diagonalis A *c* deſignabit directionem gravium (130) formantem exiguum angulum cum lineâ A C. Vis per A *b* creſcit acceſſu ad Æquatorem, quo angulus hic augetur, ſed minuitur, propter auctum angulum C A *b*; ita ut in Æquatore, ubi vis centrifuga eſt maxima, directio gravium cum E C coincidat: in Polo coincidit cum P C, quia vis centrifuga nulla datur.

In hac figurâ ſphæroidis *determinatur latitudo* 1358.
loci angulo, ut A *c* E, *quem cum Æquatore efficit linea, ex loco ad ſuperficiem perpendicularis*. Diviſo toto arcu P A E, hac methodo, in partes

1359. nonaginta, id eſt in gradus, facile patet *accedendo ad Polum, gradus in ſuperficie augeri*; ſed hæc adeò exigua eſt differentia, ut, in menſurandis gradibus non admodum diſtantibus, detegi non poſſit; quia error ex fabricâ, & uſu inſtrumentorum, differentiam hanc ſuperat. Inde differunt paululum inter ſe gradus menſurati ad auſtrum & boream Galliæ, ut & in Angliâ, &
1360. medius eſt omnium minimus; quare *ex menſuris his de Telluris figurâ nil concludi poteſt.*

CAPUT XVIII.

Motus Axeos Telluris Explicatio Phyſica.

Lunæ Nodos regredi, id eſt in antecedentiâ moveri (1326.), & orbitæ inclinationem mutationibus eſſe obnoxiam (1332), demonſtravimus; concipiamus varias dari Lunas, ad eandem diſtantiam, æqualibus temporibus, circa Tellurem revolventes, in plano ad planum Eclipticæ inclinato; ſingulas iiſdem motibus agitari clarum eſt: concipiamus numerum Lunarum augeri, ita ut ſeſe mutuo tangant; & annulum, cujus partes cohærent, forment, dum annuli pars una trahitur, ut inclinationem augeat, pars altera motu contrario agitatur, ad inclinationem minuendam (1330.); Vis major
1361. in hoc caſu prævalet, id eſt, *in motu lineæ Nodorum à Quadraturis ad Syzygias annuli inclinatio minuitur in ſingulis hujus revolutionibus* (1334.); *& eſt omnium minima, verſante lineâ Nodorum in*
1362. *Syzygiis* (1335.). Contra, *augetur inclinatio dum linea Nodorum ex Syzygiis ad Quadraturas transfertur* (1336.); *& eſt omnium maxima, poſitâ li-*
1363. *neâ Nodorum in his* (1337.). *Linea Nodorum continuò in antecedentiâ transfertur, niſi in Syzygiis ubi quieſcit* (1326. 1329.).

Si

Si quantitas materiæ in annulo minuatur, non mutantur hujus motus; quia à gravitate pendent, quæ æqualiter in ſingulas materiæ particulas agit (1194.). 1364.

Si annuli diameter minuatur, in ratione hujus diminutionis minuuntur motus (1339.), ſed nullus in totum evaneſcit; & *iiſdem motibus agitatur.* 1365.

Concipiamus nunc Tellurem ſphæricam; & in plano Æquatoris, cum plano Eclipticæ efficiente angulum 23. gr. 29'., annulum dari, in eodem tempore cum Tellure revolventem; minuatur hic ut Tellurem tangat, & cum hac cohæreat; hiſce annuli motus memorati non tolluntur; nam cùm Tellus nullâ vi in determinato ſitu retineatur, cedit impreſſionibus annuli, cujus agitationes tamen minuuntur, ex auctâ materiâ movendâ, dum vis motrix eadem manet. 1366.

Caſus hic revera extat, nam Telluris figura eſt ſphærica, annulo in Æquatore circumdata, quo Tellus ad Æquatorem magis elevatur (1355.), cujus annuli linea Nodorum eſt ſectio planorum Æquatoris & Eclipticæ. Unde ſequentes deducimus concluſiones.

In Æquinoctiis inclinatio Æquatoris *eſt* omnium minima (1361.); ideòque *Axeos inclinatio omnium maxima*; nam cum plano Æquatoris angulum rectum efficit (1062.). Augetur inclinatio Æquatoris, id eſt *minuitur Axeos inclinatio*, *donec Sol in Solſticiis detur, ubi hæc eſt omnium minima*, illa omnium maxima (1362.). Idcirco *bis in anno minuitur Telluris Axeos inclinatio*, *bis inſtauratur.* Et *Sectio plani Æquatoris cum plano Eclipticæ, quæ in Æquinoctiis quieſcit, per reliquum tempus in antecedentiâ movetur* (1363.). 1367. 1368. 1369. 1370.

Ad planum orbitæ Lunaris etiam inclinatur planum Æquatoris; nam exiguum angulum il- 1371.

illud cum Plano Eclipticæ efficit (956.): ideò eodem modo in annulum agit Luna, quàm Sol; & licèt illa minor ſit, quia Sole multo minus diſtat, in annulum majorem exerit actio-
1372. nem. Quare etiam *ex actione Lunæ, bis in ſingulis hujus revolutionibus mutatur, & bis inſtauratur, Axeos Telluris inclinatio* ad Planum orbitæ Lunæ (1369.); ideòque *ad planum Eclipticæ: & in antecedentiâ fertur Sectio Plani Æquatoris* cum plano orbitæ (1370.); ex quo motu translatio ſectionis illius plani *cum plano Eclipticæ* neceſſario ſequitur.

1373. *Mutationes inclinationis Axeos nimium ſunt exi-*
1374. *guæ, ut obſerventur: translatio* autem *lineæ Æquinoctiorum, & motus Axeos*, qui ex hac ſequitur, cùm ſemper verſus eandem partem dirigantur, *tandem ſenſibiles ſunt*; & ex his Phænomena antea explicata (1170. 1171.) ſequuntur.

CAPUT XIX.

De Æſtu Maris.

UT Æſtum Maris ex principiis traditis explicemus, conſiderandum eſt, Tellurem, ut & etiam omnia corpora in hujus viciniis, in Lunam gravitare (1193.); ideò particulæ aqueæ, in Telluris ſuperficie, quæ verſus centrum Telluris tendunt, (hìc enim negligimus conſiderationem n. 1356.) cum hac Lunam verſus feruntur. Cùm etiam ſolida Telluris maſſa ad Lunam feratur, juxta leges, quæ locum haberent, ſi omnis materia ex quâ conſtat in
1375. centro coacta daretur (1213.): poterunt *demonſtrata, in capite* XVI. *de actione Solis in Lunam*, verſus Tellurem cadentem, dum cum hac Solem petit, *applicari ad actionem Lunæ in particulas*

las aqueas in Telluris ſuperficie, cùm Telluris maſſa non cohærentes, ſed verſus hujus centrum tendentes, & cum hujus maſſâ, etiam verſus Lunam continuò cadentes; quâ vi, ut vidimus (1267.), Tellus retinetur in orbitâ, circa commune gravitatis centrum hujus & Lunæ.

Sit S Luna; A L B *l* ſuperficies Telluris, cujus maſſa ad Lunam tendit, quaſi tota in T eſſet coacta; ex actione Lunæ particulæ aqueæ A & B verſus T majorem acquirunt gravitatem (1274.); contra particulæ in L, *l*, ex gravitate amittunt (1283.). Unde deducimus, ſi tota Tellus aquâ obtegatur, æquilibrium non dari, niſi magis elevata ſit hæc aqua, in punctis L & *l*, quàm in toto circulo ab his punctis 90. gr. diſtanti; & ideò per puncta A & B transeunti. Idcirco, *actione Lunæ, aqua adipiſcitur figuram ſphæroidis, formatam ex revolutione ovalis circa Axem majorem, qui continuatus per Lunam tranſit.* 1376. T. 17. Fig. 3. 1377.

Ponamus Lunam in Æquatore; omnes Sectiones Telluris parallelæ ad Æquatorem, cùm etiam ſphæroidis axi parallelæ ſint (1377.), ſunt ovales, quarum axes majores per Lunæ Meridianum tranſeunt; unde ſequitur, *Tellure quieſcente, in circulo quocunque latitudinis, aquam magis elevari in Meridiano in quo Luna datur, & in Meridiano oppoſito, quàm in Locis intermediis.* 1378.

DEFINITIO.

Dies Lunaris, *eſt tempus lapſum inter receſſum Lunæ à Meridiano & acceſſum ſequentem ad eundem.* Dies hæc in viginti quatuor horas Lunares dividitur. Superat diem naturalem 50. minutis. 1379.

Ex motu Telluris circa axem, ſingulis diebus Lunaribus, loca ſingula per Meridianum Lunæ & Meridianum oppoſitum tranſeunt, id eſt bis ibi tranſeunt, ubi aquâ *ex actione Lunæ* elevatur, & bis 1380.

ubi ex eâdem actione deprimitur (1378.); & ſic *in die lunari Mare bis elevatur, bis deprimitur, in loco quocunque.*

1381. Ex motu Telluris circa axem, continuò aqua elevata à Meridiano Lunæ recedit; actione tamen Lunæ, Sphæroidis axis per Lunam tranſit (1377.); ideò agitatur continuo aqua, ut elevatio, ex motu Telluris, remota, infra Lunam inſtauretur. Ideò ab A & B continuo verſus L & *l* fluit aqua, dum ex motu Telluris elevatio ab L verſus B & ab *l* verſus A fertur; id eſt, inter L & B, ut & inter *l* & A, dantur duo motus contrarii, quibus aqua accumulatur: ita ut elevationes maximæ inter hæc puncta ad latus Lunæ & puncti oppoſiti, dentur.

1382. Id eſt, in locis quibuſcunque *aqua maximè eſt elevata, duabus aut tribus horis poſtquam Luna per Meridianum loci, aut Meridianum oppoſitum, tranſivit.*

1383. *Elevatio ad partem Lunæ paululum excedit oppo-*
1384. *ſitam* (1375. 1282.). *Minuitur aſcenſus aquarum*
acceſſu ad Polum, in quo nulla aquarum agitatio
datur.

Quæ de Lunâ demonſtrata ſunt, ad Solem
1385. applicari poſſunt: ideò, *ex actione Solis, ſingulis*
diebus naturalibus, bis elevatur Mare, bis deprimi-
1386. *tur* (1380.). *Agitatio hæc multò minor eſt*, pro-
pter Solis immenſam diſtantiam, *quàm quæ à*
1387. *Lunâ pendet*; *iiſdem* tamen *legibus ſubjicitur.*
1388. Non diſtinguuntur motus ab *actione* Lunæ,
& *Solis*, pendentes, ſed confunduntur, & ex
hujus actione *tantùm mutatur Maris fluxus luna-*
1389. *ris:* quæ *mutatio ſingulis diebus variat*, propter
inæqualitatem inter diem Naturalem & diem
Lunarem (1379.).

1390. *In Syzygiis* elevationes, ex amborum Luminarium actionibus, concurrunt, & *magis elevatur Mare*; *minus adſcendit* Mare *in Quadraturis*; nam

nam ubi aqua Lunæ actione elevatur, deprimitur ex actione Solis, & vice verſâ. Idcircò, 1391.
dum Luna à Syzygiâ ad Quadraturam tranſit, elevationes quotidianæ de die in diem minuuntur: augentur contrà *in motu à Quadraturâ ad Syzygiam.*
In Novilunio etiam, *cæteris paribus, elevationes* 1392.
majores ſunt, & quæ in eodem die ſeſe mutuò ſequuntur, magis differunt, quàm in Plenilunio (1383. 1387.).

1393. *Elevationes maximæ & minimæ non obſervantur, niſi ſecundâ, aut tertiâ, die poſt Novilunium, aut Plenilunium*: quia motus acquiſitus non ſtatim ex attritu, & aliis cauſis, deſtruitur, quo motu acquiſito adſcenſus aquarum augetur, licèt minuatur actio quâ Mare elevatur: ſimile quid circà calorem alibi (1161.) demonſtravimus.

Si nunc Luminaria ex Æquatoris plano recedentia conſideremus, videbimus *agitationem* 1394.
minui, & minorem dari, prò majori luminarium declinatione. Quod clarè patet ſi hæc in Polis concipiamus; tunc enim Axis figuræ ſphæroidis cum Axe Telluris coincidit; & omnes ſectiones ad Æquatorem parallelæ, ad Axem ſphæroidis ſunt perpendiculares; ideòque circulares. Ita ut aqua, in ſingulis circulis latitudinis, ubique eandem habeat elevationem; & ſic in motu Telluris non mutatur altitudo Maris in locis peculiaribus. Si ex Polo recedant Luminaria agitationem continuò magis ac magis augeri, facile videmus, donec omnium ſit maxima, revolvente ſphæroide circa lineam ad Axem ſuum perpendicularem, poſito ſphæroidis axe in plano Æquatoris.

Hinc liquet, quare *in Syzygiis, prope Æquino-* 1395.
ctia, Æſtus omnium maximi obſervantur, ambobus Luminaribus in Æquatore aut prope hunc verſantibus.

Actiones Lunæ & Solis majores ſunt, quo minus 1396.

 hæc

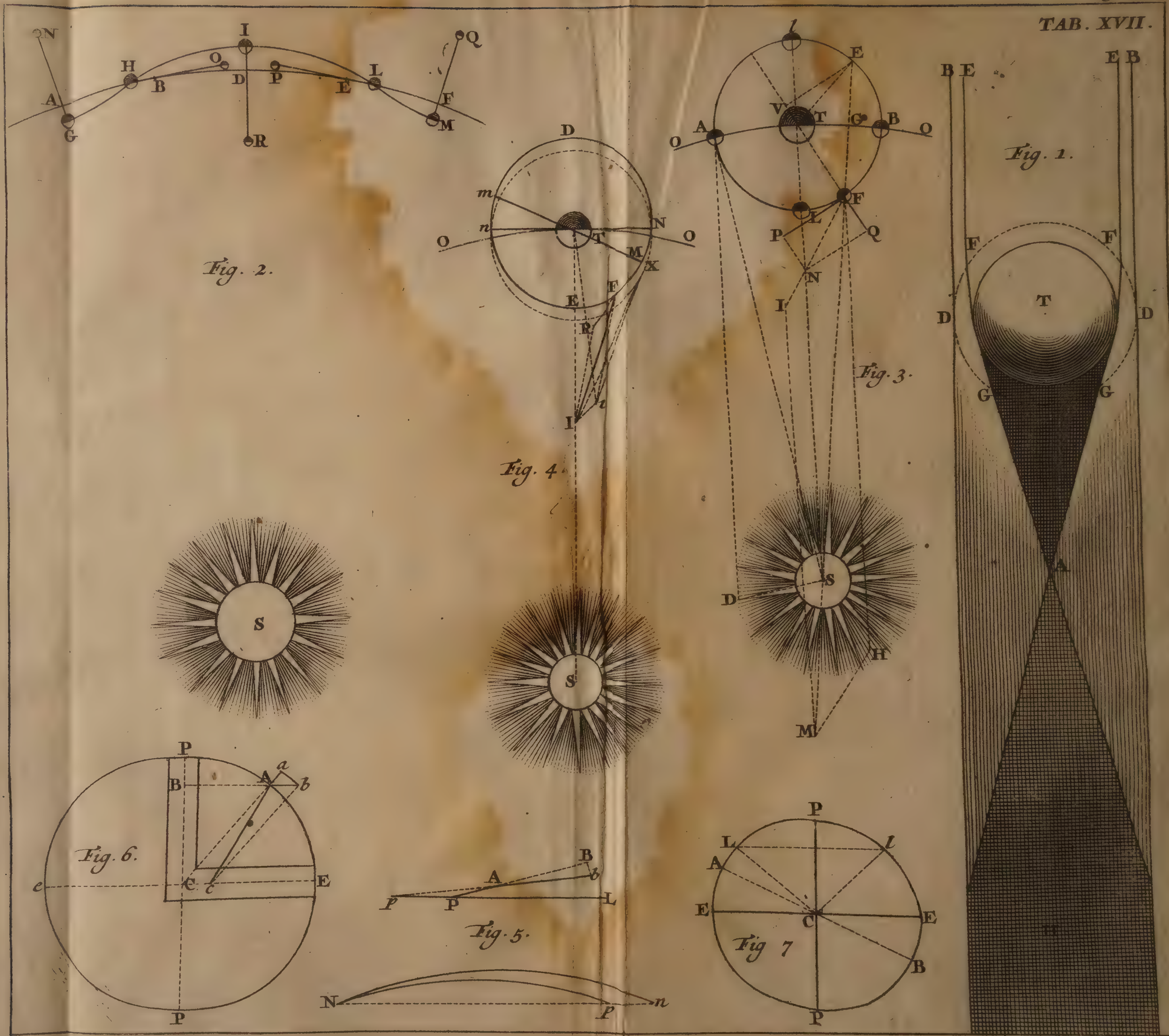
hæc corpora *à Tellure diſtant* (1339. 1375.): cùm autem minor Solis diſtantia detur, hoc verſante in ſignis auſtralibus, ſæpe ambo Æſtus maximè Æquinoctiales in illo ſitu Solis obſervantur; id eſt ante Æquinoctium Vernum & poſt Autumnale; quod tamen non ſingulis annis obtinet; quia ex ſitu orbitæ Lunaris, & diſtantiâ Syzygiæ ab Æquinoctio variatio dari poteſt.

1397. T. 17. fig. 7. *In Locis ab Æquatore diſtantibus, receſſu Luminarium ab Æquatore, inæquales fiunt ejuſdem diei elevationes.* Sit P P Telluris Axis; E E Æquator, L *l* circulus latitudinis; A B axis ſphæroidis figuræ, quam format aqua: quando locus in circulo L *l*, datur in L aut *l*, datur in eodem Meridiano cum axe ſphæroidis & aqua eſt maximè elevata, in utroque caſu; in L tamen magis quàm in *l*; nam C L ſuperat C *l*, quæ lineæ altitudines aquarum, id eſt diſtantiæ à centro, menſurant: æquales hæ forent ſi A L & B *l* diſtantiæ ab axe ſphæroidis forent æquales, minor autem eſt C *l*, quia B *l* ſuperat A L, quod ex inclinatione Axeos ſphæroidis ad Æquatorem oritur.

1398. *Quamdiu Luna ad eandem partem Æquatoris cum loco datur*, id eſt, ad partem lineæ C A continuatæ, *aquæ elevatio maxima ſingulis diebus obſervatur, poſt tranſitum Lunæ per Meridianum Loci*, maxima enim datur elevatio, ubi locus pervenit ad L; *ſi autem Æquator ſeparet Lunam & locum*, de quo agitur, id eſt ſi detur illa ad partem lineæ C B continuatæ, aqua iterum in L, ad maximam pertingit altitudinem, &, *ſingulis diebus, maxima Maris datur elevatio, poſt tranſitum Lunæ per Meridianum oppoſitum.*

1399. Omnia quæ huc uſque fuere expoſita, exactiſſimè obtinerent, ſi tota Telluris ſuperficies Mari obtegeretur; cùm autem non ubique Ma-

re


TAB. XVII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig 7

re detur, mutationes inde oriuntur, non quidem in Mari aperto; quia ſatis extenditur Oceanus, ut memoratis motibus ſubjiciatur. Sed *ſitus littorum, freta, multaque alia, à peculiari locorum ſitu pendentia, generales regulas turbant.* Generalioribus tamen obſervationibus conſtat, Æſtum leges explicatas ſequi. Supereſt, ut ipſas vires quibus Sol & Luna Mare agitant determinemus, ut pateat has valere ad memoratos edendos effectus, & illorum corporum actiones in pendula & cætera corpora inſenſibiles eſſe. 1400.

1401. Augmentum gravitatis Lunæ in Quadraturis, ex actione Solis, eſt ad ipſam Lunæ gravitatem in Tellurem, ut 1. ad 178,73. (1278.) in quâ computatione poſuimus, Lunæ diſtantiam mediam à centro Telluris eſſe 60. ſemid. Telluris (1272); gravitas ergo Lunæ eſt ad gravitatem in Telluris ſuperficie, ut 1. ad 60. x 60 = 3600 (1195.) Eſt idcirco augmentum memoratum ad gravitatem in Telluris ſuperficie, ut 1. ad 643428., in quâ computatione error datur corrigendus.

Exacta foret computatio hæc, ſi augmentum, de quo agitur, eſſet ad vim, quâ Tellus Solem verſus deſcendit, ut diſtantia Lunæ 60. ſemid. Telluris ad diſtantiam Telluris à Sole (1274); ſed eſt ut vera media Lunæ diſtantia, $60\frac{1}{2}$ ſemid. Telluris, ad diſtantiam Telluris à Sole. Quare augmentum ſtatim determinatum parte $\frac{1}{120}$ augeri debet, & ſe habebit ad vim gravitatis in ſuperficie Telluris; ut $1\frac{1}{120}$ ad 643428, aut ut 1. ad 638110,4.

Augmentum hoc gravitatis Lunæ in quadraturis ex actione Solis, eſt ad augmentum gravitatis aquæ in ſuperficie Telluris, in locis à Sole 90. gr. diſtantibus, ex eâdem Solis actione; ut $60\frac{1}{2}$ ad 1. (1275.) ideo augmentum hoc

gravitatis ad ipſam aquæ gravitatem, ut 1. ad 38605679. Diminutio gravitatis ſub Sole, & in loco oppoſito, eſt dupla hujus augmenti (1281), ideò eſt ad gravitatem, ut 1. ad 19302839,
1402. & tota *mutatio in gravitate, ex actione Solis, eſt ad ipſam gravitatem, ut* 1. *ad* 12868560.

1403. Ut actionem Lunæ cum actione Solis comparemus, experimenta ſunt inſtituenda in locis, in quibus, propter anguſtias, Mare ſenſibiliter elevatur. Prope Briſtoliam tempore Autumnali & Verno, in quo agitatio Maris eſt maxima (1395), adſcendit aqua in Syzygiis, plus minus, pedibus 45.; in Quadraturis pedibus, plus minus, 25., qui numeri ſunt inter ſe, ut 9. ad 4.

Facillima foret determinatio virium, quas quærimus, ſi elevationes maximæ & minimæ exactè in Syzygiis darentur, quod non obtinere antea vidimus (1393).

Diſtantia autem Lunæ à Syzygiâ, aut à Quadraturâ, non ſemper eſt eadem in maximâ aut minimâ elevatione; nam variat hæc diſtantia, quia Luna nunc magis nunc minus à Meridiano diſtat, quando per Syzygiam aut Quadraturam tranſit. Diſtantia media Lunæ à Syzygiâ, aut Quadraturâ, ad quam obſervationes memoratæ referri debent, eſt circiter 18. gr. 30′, ita ut non tota Solis actio, neque cum Lunæ actione conſpiret in Syzygiis, neque contrariè agat in Quadraturis. Etiam in tali caſu, ſi in Syzygiâ, ambo luminaria in Æquatore fuerint, in memoratâ diſtantiâ à Quadraturâ, declinatio Lunæ eſt plus minus 22. gr. 13.; quo minuitur Lunæ vis ad Mare movendum (1394). Ulterius, cæteris paribus, diſtantia Lunæ à Tellure in Syzygiis minor eſt, quàm in Quadraturis (1297. 1298.); unde etiam actio Lunæ in Quadraturis minuitur (1396.): ad quæ omnia at-

attendendo detegitur, *vim mediocrem Solis ad* 1404.
Mare movendum ſe habere ad vim mediocrem Lunæ ad idem agitandum, ut 1. *ad* 4,4815. Sed vis Solis eſt ad vim gravitatis, ut 1. ad 12868560. (1402); quare *vis Lunæ eſt ad* eandem *vim gra-* 1405.
vitatis, ut 1. *ad* 2871485. Ex quibus ſequitur, vires has Lunæ & Solis nimium eſſe exiguas, ut in pendulis & aliis experimentis ſint ſenſibiles; has autem ipſas valere ad Mare agitandum facile probatur.

Minuendo gravitatem parte $\frac{1}{289}$ Mare elevatur ad altitudinem pedum Rhenolandicorum 88902. (1353.), perticæ enim ſingulæ continent pedes duodecim: unde detegitur (1402) ope regulæ proportionum, *Solis actio-* 1406.
nem mutare Maris altitudinem pedibus duobus, & *hanc ex Lunæ actione mutari pedibus* 8,95. (1404.); 1407.
ex ambabus actionibus conjunctis agitatio me- 1408.
diocris eſt circiter undecim pedum, quod cum obſervationibus ſatis congruit; nam in Oceano aperto, pro ut Mare magis aut minus patet, elevatur aqua, ad altitudinem ſex, novem, duodecim, vel quindecim pedum; in quibus elevationibus etiam differentia datur ex profunditate aquarum. Elevationes verò, quæ has multum excedunt, locum habent, *ubi ma-* 1409.
gnâ vi Mare freta intrat, in quibus *impetus non frangitur, niſi majori adſcenſu.*

CAPUT XX.

De Lunæ Denſitate & Figurâ.

Vires Solis & Lunæ ad Mare movendum, 1410.
ſunt inter ſe in ratione compoſitâ, ex ratione quantitatum materiæ in his corporibus (1194.), (ſingulæ enim particulæ agunt) & ratione

tione inverſâ cuborum diſtantiarum Solis & Lunæ à Tellure (1375. 1387. 1339.),

Quantitates materiæ ſunt in ratione compoſitâ, ex ratione voluminum, id eſt cuborum diametrorum, & ratione denſitatum (338. 79.) quare vires memoratæ ſunt directè ut denſitates & cubi diametrorum, & inverſè ut cubi diſtantiarum.

Diametri apparentes corporum; id eſt, anguli ſub quibus videntur, creſcunt ut ipſæ diametri, & minuuntur ut diſtantiæ; id eſt, ſunt directè ut diametri, & inverſè ut diſtantiæ; idcirco ratio compoſita ex ratione cuborum dia-
1411. metrorum apparentium *Solis & Lunæ*, & ex ratione denſitatum, erit ratio virium, quibus hæc corpora Mare movent. Ideoque horum corporum *denſitates ſunt directè ut vires, quibus Mare movent, & inverſè ut cubi diametrorum apparentium:* & dividendo vires per cubos harum diametrorum, datur ratio denſitatum.

Vis Solis eſt ad vim Lunæ, ut 1. ad 4, 4815. (1404): media diameter apparens Solis eſt 32', 12''., & media Lunæ diameter apparens eſt 31', 16½''. id eſt, ſunt inter ſe, ut 3864. ad 3753.
1412. Eſt igitur *denſitas Solis ad Lunæ denſitatem, ut* 10000 *ad* 48911.: quæ Lunæ denſitas cum Jovis, Saturni, & Telluris denſitatibus poteſt conferri (1247), eſtque Luna Tellure denſior.

Quantitates materiæ in duobus corporibus ſunt inter ſe in ratione compoſitâ denſitatum & voluminum (338. 79.), id eſt, ſi de ſphæris agatur, in ratione compoſitâ denſitatum & cuborum diametrorum.

1413. *Lunæ & Telluris* denſitates ſunt inter ſe, ut 48911. ad 39214. (1412. 1247.); diametri ut 11. ad 40. 28. (964.) ideò *quantitates materiæ* in his corporibus, *ut* 1. *ad* 39, 37. Licet denſitates detegantur, poſitis corporibus homogeneis, quan-

ti-

titates materiæ rectè definiuntur, quamvis corpora homogenea non ſint; nam illam determinamus denſitatem, quam corporus haberet, ſi materia, ex qua corpus reverâ conſtat, per hoc æqualiter diſpergeretur.

Gravitates in ſuperficiebus Telluris & Lunæ de- 1414.
terminantur, multiplicando denſitates per diametros (1217.) id eſt *ſunt* inter ſe, ut 2,936. ad 1., aut *ut* 407, 8. *ad* 139, 2. qui numerus etiam exprimit relationem gravitatis in ſuperficie Lunæ, cum gravitate in ſuperficiebus Solis, Jovis, & Saturni (1245.).

Centrum commune gravitatis Lunæ & Telluris, 1415.
circa quod ambo corpora moventur, determinatur; nam hujus à Telluris centro diſtantia, *eſt ad diſtantiam* intra centra amborum corporum, ut quantitas materiæ in Lunâ ad quantitatem materiæ in ambobus corporibus (222. 223.); itaque 40, 37. ad 1. ut Lunæ diſtantia à Tellure ad diſtantiam quæſitam centri gravitatis *à centro Telluris*, quæ detegitur 5096470. *perticarum*, ut ex notis Telluris diametro (963.), & Lunæ diſtantiâ deducitur.

Ut Lunæ figuram determinemus, examinan- 1416.
da eſt figura, quam, ſi fluida foret, acquireret (1343.). Si Lunam ſolam conſideremus quieſcentem, ſphærica erit (1344.). Si actionem Telluris in Lunam conſideremus, acquireret Luna figuram ſphæroidis, cujus axis per Tellurem tranſiret (1377.). Vis Telluris ad Lunæ figuram mutandam eſt ad vim Lunæ in Tellurem, ut 39, 37. ad 1. (1413. 1194.) & ut diameter Lunæ ad Telluris diametrum (1375. 1339.), quæ ſunt inter ſe, ut 11. ad 40.28. eſtque ratio compoſita ex his 10, 75. ad 1. Hæc vis Lunæ eſt ad gravitatem in ſuperficie Telluris, ut 1. ad 2871485 (1405.); quæ gravitas in Telluris ſuperficie eſt ad gravitatem in ſuper-

perficie Lunæ, ut 407, 8. ad 139, 2. (1414.) aut
1417. ut 2871485, ad 980028.; quare *actio Telluris ad mutandam Lunæ figuram, ad gravitatem in ſuperficie Lunæ*, ut 10, 75. ad 980028, aut *ut* 1. *ad* 91156 mutatâ gravitate, in Telluris ſuperficie; parte $\frac{1}{2871485}$, aqua elevatur pedibus 8,95. (1405. 1407.); ideò, ſi gravitas parte $\frac{1}{91156}$ mutaretur, elevatio foret pedum 281, 9, ut regulâ aureâ detegitur: ſi, ſervatâ hac diminutione gravitatis, de corpore minori agatur, minuenda eſt hæc altitudo in ratione diametri; ideò, ex actione Telluris, elevatio in Lunâ
1418. eſt pedum 77. 15.: & *æquilibrium non dabitur, ſi Luna ſit homogenea, niſi axis ſphæroidis ſuperet diametrum ad hunc perpendicularem pedibus* 154. 29.

Unicâ proportione detegitur, ex notâ eleva-
1419. tione Maris ex *Lunæ* actione, elevatio in Lunâ ex *Telluris* actione; nam *ſunt* hæ *elevationes in ratione duplicatâ inverſâ gravitatum in ſuperficiebus illorum corporum.*

Si, poſitâ hac Lunæ figurâ, partes cohærere
1420. concipiamus, *æquilibrium inter Lunæ partes non dabitur, niſi* axis ſphæroidis ad Tellurem dirigatur: unde videmus, quare *Luna eandem faciem ſemper Telluri obvertat*; quâ continuâ a-
1421. gitatione, Luna tandem acquiſivit motum *circa axem*, de quo antea egimus (957. 1079.): qui *motus neceſſario eodem tempore peragitur, in quo Luna revolvitur*: nam ex actione memoratâ, ſe ad celeritatem talem neceſſariò conſtituit; ſi enim major foret celeritas, vi, quâ eadem facies ad Tellurem ſemper dirigitur, continuò retardaretur; acceleraretur continuò, ſi minor foret. Vis tamen hæc non eſt ſatis magna, ut in ſingulis revolutionibus æquabilitatem motus acquiſiti circa axem
1422. ſenſibiliter turbet: Ideò *motus circa axem æquabilis eſt, licèt motu inæquali in orbitâ moveatur Luna* (953.)
Situs etiam axis Lunæ, non vi memoratâ ita po-

poteſt mutari, ut ad Planum orbitæ, dum hujus inclinatio mutatur (1330.), ſemper perpendicularis ſit, idcircò *ad Planum orbitæ aliquan-* 1423.
do inclinatur axis Lunæ, ut antea vidimus (1080).

FINIS LIBRI QUARTI.

INDEX RERUM.

Denotat p. *paginam*, & n. *numerum in margine.*

A.

ACceleratio *gravium.* *p.* 42. *n.* 149. *& ſeq.*
—— *corporum ſuper plano inclinato devolventium.* *p.* 46. *n.* 161. *& ſeq.*
Actiones *preſſionum aut potentiarum* *p.* 15. *n.* 56 *& ſeq.*
Æoli *Pila.* *p.* 196. *n.* 603.
Æquatio *Temporis.* *p.* 322. *n.* 1132.
Æquator. *p.* 311. *n.* 1062. *p.* 318. *n.* 1101.
Æquilibrium *libræ.* *p.* 20. *n.* 89.
—— *potentiarum obliquarum.* *p.* 34. *n.* 131.
Æquinoctia. *p.* 323. *n.* 1141.
horum præceſſio. *p.* 323. *n.* 1173. *p.* 330. *n.* 1180.
motus hujus explicatio. *p.* 389. *n.* 1367. *& ſeq.*
Aëris *proprietates.* *p.* 157. *n.* 461. 464. *& ſeq.*
eſt vehiculum ſoni. *p.* 178. *n.* 512.

Aëris *actio in ignem. vide* Ignis.
Æſtus *Maris. vide* Mare.
Albor. *p.* 265. *n.* 856. *& ſeq.*
corpus album tardius aliis incaleſcit. p. 282. *n.* 897.
Altitudo *ſiderum. p.* 316. *n.* 1092.
——— *Poli. p.* 319. *n.* 1113.
Amplitudo *ſiderum. p.* 316. *n.* 1091.
——— *jactus. p.* 59. *n.* 198.
Angulus *incidentiæ. p* 92. *n.* 292.
——— *Reflexionis. ibid. n.* 293.
——— *Refractionis. p.* 201. *n* 691.
Annulus *Saturni. p.* 290. *n.* 950. *p.* 305. *n.* 1021.
Antlia *Pneumatica. p.* 164. *n.* 480.
Antliæ *vulgares. p.* 165. *n.* 482.
Aphelia *Planetarum. p.* 287. *n.* 922.
Apſides *Planetarum. p.* 287. *n.* 924.
linea Apſidum. *n.* 925.
Aqua *eſt glacies liquefacta. p.* 195. *n.* 601.
Arcus *cæleſtis. Vide* Iris.
Aſteriſmi. *p.* 330. *n.* 1177. *& ſeq.*
Atmoſphæra. *p.* 157. *n.* 462.
Attractio. *p.* 11. *n.* 34.
——— *hujus leges. ibid. n.* 35.
——— *ex gravitate. p.* 333. *n.* 1197.
Attractionis *ſpatium p.* 202. *n.* 618.
Auges. *vide* Apſides.
Axis *Planetæ. p.* 288. *n.* 936.
Axeos *Telluris motus. vide* Æquinoctiorum *præceſſio.*
Axis *in Peritrochio. p.* 26. *n.* 113. *& ſeq.*
—— *libræ. p.* 19. *n.* 84.

B.

Bilanx. *vide* Libra.

C.

Calor. *p.* 190. *n.* 577. *& ſeq. p.* 194. *n.* 595. *& ſeq.*
Camera *obſcura. p.* 222. *n.* 705. *p.* 248. *n.* 808.
Celeritas. (1.) *p.* 14. *n.* 51.

Ce-

Celeritas *relativa. p.* 80. *n.* 256.
Centrum *libræ. p.* 19. *n.* 85.
——— *gravitatis. p.* 21. *n.* 96. *& ſeq.*
——— *oſcillationis. p.* 55. *n.* 188. *& ſeq.*
Centrales *vires. p.* 63. *n.* 204. *& ſeq.*
Centrifuga *vis. p.* 63. *n.* 206.
Centripeta *vis. p.* 63. *n.* 207.
Chordarum *conſonantia. p.* 182. *n.* 539 *& ſeq.*
——— *motus aliis communicatus. ibid. n.* 542. *& ſeq.*
Cochlea. *p.* 30. *n.* 125. *& ſeq.*
——— *perpetua. p.* 32.
Cœlum *p.* 295. *n.* 973. *& ſeq.*
Cohæſio *partium p.* 11. *n.* 33. *& ſeq.*
Colliſio. *vide* Percuſſio.
Colores *corporum. p.* 281. *n.* 893. *& ſeq.*
——— *Radiorum. p.* 261. *n.* 845. *& ſeq.*
——— *tenuium lamellarum & harum affectiones. p.* 274. *n.* 893. *& ſeq.*
Combuſtio *corporum. p.* 191. *n.* 581. *p.* 193. *n.* 590. *& ſeq.*
Cometæ *p.* 293. *n.* 966. *& ſeq.*
Cometarum *motus explicatio. p.* 362. *n.* 1263.
Conjunctio *corporum cœleſtium. p.* 299. *n.* 997.
Conſonantiæ. *p.* 181. *n.* 533. *& ſeq.*
Corporis *proprietates. p.* 3. *n.* 9. *& ſeq.*
Crepuſcula. *p.* 323. *n.* 1136. *& ſeq.*
Cuneus. *p.* 29. *n.* 120. *& ſeq.*
Cyclois *p.* 50. *n.* 173.

D.

Declinatio *Sideris. p.* 312. *n.* 1066.
Denſitas. *p.* 110. *n.* 334.
Denſitatum *comparatio. p.* 116. *n.* 363. *& ſeq.*
Denſitates *Planetarum. p.* 355. *n.* 1247.
Dies *artificialis. p.* 327. *n* 1134.
——— *Lunaris. p.* 391 *n.* 1379.
——— *naturalis. p.* 321. *n.* 1128.
Dilatatio *ex Calore. p.* 194 *n.* 595. *& ſeq.*

Di-

Directio *motus. p.* 15. *n.* 54.
Ditonus. *p.* 185. *n.* 530.
Diviſibilitas *Materiæ. p.* 3. *n.* 11. *p.* 7. *n.* 20. *& ſeq.*
Durum *corpus. p.* 10. *n.* 30.

E.

Echo. *p.* 184. *n.* 548. *& ſeq.*
Eclipſis *Lunæ. vide* Luna.
——— *Satellitis p.* 305. *n.* 1020.
——— *Solis. vide* Sol.
Ecliptica *linea. p.* 298. *n.* 986.
Eclipticæ *planum. p.* 287. *n.* 927.
Elaſticitas *p.* 12. *n.* 40.
——— *perfecta. p.* 85. *n.* 278.
Elaſticitatis *leges. p.* 96 *n.* 299. *& ſeq.*
Elaſticitas *ex calore vid.* Calor.
Electricitas. *p.* 186. *n.* 558. *p.* 187. *n.* 561. 562. *p.* 188. *n.* 565. *& ſeq.*
Ellypſis. *p.* 72. *n.* 229.
Elongatio *Planetarum. p.* 300. *n.* 999.
——— *maxima. ibid. n.* 1000.
Excentricitas *Planetarum. p.* 287. *n.* 919.
Extenſio *p.* 3. *n.* 9. *p.* 4. *n.* 15.

F.

Fluidum. *p.* 10. *n.* 32.
Fluida, *in quo cum ſolidis congruant. p.* 106. *n.* 324.
Fluidorum *proprietates. p.* 106. *n.* 324. *& ſeq.*
——— *actiones in fundos & latera vaſorum. p.* 108. *n.* 332.
——— *motus. p.* 118. *n.* 370. *& ſeq.*
——— *Reſiſtentia. p.* 119. *n.* 373. *& ſeq.*
Fluida *proſilientia verticaliter. p.* 132. *n.* 408. *& ſeq.*
——— *proſilientia obliquè. p.* 136. *n.* 418. *& ſeq.*
——— *ex vaſis profluentia. p.* 138. *n.* 423. *& ſeq.*
Fluiditas, *unde oriatur. p.* 105. *n.* 323.
——— *an à calore pendeat? p.* 195. *n.* 600.
Flumen *p.* 143. *n.* 434.
hujus curſus. p. 144. *n.* 437. *& ſeq.*
Focus. *p.* 209. *n.* 645.

Fo-

Focus *Imaginarius. p.* 209. *n.* 646.

G.

Gradus *latitudinis accedendo ad polos augentur. p.* 388. *n.* 1359.

Gravia *non ad centrum Telluris tendunt. p.* 387. *n.* 1356.

Gravitas. *p.* 18. *n.* 74. *& ſeq. p* 333. *n.* 1193. *& ſeq.*

——— *reſpectiva. p.* 113. *n.* 350.

——— *ſpecifica. p.* 111. *n.* 337.

——— *univerſalis eſt. p.* 333. *n.* 1193. *& ſeq.*

——— *in ſuperficiebus Planetarum. p.* 354. *n.* 1245.

Gutta *fit Sphærica p.* 11. *n.* 36.

H.

Heterogeneum *corpus. p.* 111. *n.* 336.

Heterogenei *radii. p.* 256. *n.* 838.

Homogeneum *corpus. p.* 111. *n.* 335.

Homogenei *radii.* 256. *n.* 837.

Horizon. *p.* 315. *n.* 1083.

I.

Ignis *proprietates. p.* 185. *n.* 551. *& ſeq.*

Aëris actio in Ignem. *p.* 190. *n.* 575. *p.* 139. *n.* 592. *& ſeq.*

Impactio. *vide* Percuſſio.

Immerſa *corpora. p.* 112. *n.* 343. *& ſeq.*

Inertia *corporis. p.* 4. *n.* 13.

Intenſitas *Preſſionis. p.* 16. *n.* 62.

Iris. *p.* 273. *n.* 871. *& ſeq.*

Judicium *de magnitudine Solis & Lunæ prope Horizontem. p.* 328. *n.* 729.

Jupiter. *p.* 290. *n.* 950.

hujus denſitas. p. 355. *n.* 1247.

——— *figura. p.* 384. *n.* 1348.

——— *pondus. p.* 354. *n.* 1242.

——— *vis in Martem. p.* 361. *n.* 1260.

——— *vis in Saturnum. p.* 359. *n.* 1257.

gravitas in hujus ſuperficie. n. 1245.

L.

Latitudo *corporis cœleſtis. p* 299. *n.* 993.
—— *loci. p.* 318. *n.* 1105.
Latitudinis *circulus. p.* 318. *n.* 1106.
Leges *Naturæ. p.* 2. *n.* 4. *p.* 39. *n.* 144. *p.* 40. *n.* 146. *p.* 41. *n.* 148. *p.* 333. *n.* 1193. *& ſeq.*
Lens *vitrea. p.* 218. *n.* 687.
—— *objectiva. p.* 236. *n.* 758.
—— *ocularis.* ibid.
Lentium *affectiones. p.* 219. *n.* 689. *& ſeq. vide* viſio.
Libra. *p.* 19. *n.* 83. *& ſeq.*
Lignum *lucidum. p.* 190. *n.* 576.
Liquefacta *corpora. vid.* Calor.
Locus. *p.* 14. *n.* 44. *& ſeq.*
Longitudo *corporis cœleſtis. p.* 298. *n.* 990. *& ſeq.*
—— *loci. p.* 319. *n.* 1108.
Lucidum *corpus. p.* 191. *n.* 581. *p.* 193. *n.* 590. *& ſeq.*
Lumen. *p.* 191. *n.* 579. *& ſeq.*
Luminis *Celeritas in variis mediis. p.* 207. *n.* 635.
—— *inflexio. p.* 197. *n.* 607. *& ſeq.*
—— *motus. p.* 193. *n.* 588. 589.
—— *Radius. vide* Radius.
—— *Reflexio. vide* Reflexio.
—— *Refractio; vide* Refractio.
Luna. *p.* 291. *n.* 954. *& ſeq. p.* 292. *n.* 964.
Lunæ *denſitas. p.* 398. *n.* 1412.
—— *Eclipſis. p.* 307. *n.* 1034. *& ſeq.*
—— *Figura. p.* 399. *n.* 1416.
—— *Gravitas in ſuperficie. p.* 399. *n.* 1414.
—— *motus explicatio Phyſica. p.* 363. *n.* 1267. *& ſeq.*
—— *Phænomena p.* 306. *n.* 1022. *& ſeq. p.* 314. *n.* 1079. *& ſeq.*
—— *Pondus. p.* 398. *n.* 1413.
Lunatio. *p.* 306. *n.* 1025.

M.

Machinæ *ſimplices. p.* 23. *n.* 104. *p.* 26. *n.* 113. *p.* 28. *n.* 117. *p.* 29. *n.* 120. *p.* 30. *n.* 125. 126.
——— *compoſitæ. p.* 31. *n.* 128. *& ſeq.*
——— *variæ, quarum effectus ab aëris actione pendent. p.* 164. *n.* 480. *& ſeq.*
Maculæ *albicantes in cœlis. p.* 332. *n.* 1192.
Magnitudo *apparens.* vide *viſus.*
Maris *Æſtus. p.* 391. *n.* 1380. *& ſeq.*
——— ——— *ab actione Lunæ & Solis derivatur. p.* 390. *n.* 1375. *& ſeq.*
Mars. *p.* 290. *n.* 948.
hujus Phænomena. p. 303. *n.* 1011. *& ſeq. p.* 311. *n.* 1059.
Materia *cœleſtis eſt ſubtiliſſima. p.* 345. n. 1229.
——— — *non movet corpora. n.* 1230.
Materiæ *quantitates in Planetis p.* 354. *n.* 1242.
Medium *Luminis. p.* 199. *n.* 611.
Menſis *Lunaris Periodicus p.* 305. *n.* 1024.
——— ——— *Synodicus. n.* 1025.
Mercurius. *p.* 289. *n.* 945.
hujus Phænomena. n. 299. *& ſeq.*
Meridiani. *p.* 312. *n.* 1064. *p.* 318. *n.* 1101. 1102.
primus Meridianus. *p.* 318. *n.* 1107.
Meridiana *linea. p.* 318. *n.* 1104.
Molle *corpus. p.* 10. *n.* 31.
Mobile *eſt corpus. p.* 4. *n.* 12.
Motus. *p.* 13. *n.* 43.
——— *acceleratus p.* 42. *n.* 149.
——— *apparens. p.* 294. *n.* 970. *& ſeq. p.* 297. *n.* 979. *& ſeq.*
——— *compoſitus. p.* 41. *n.* 147. *p.* 90. *n.* 289. *& ſeq.*
——— *directio. p.* 15. *n.* 54.
——— *diurnus p.* 311. *n.* 1061. *p.* 312. *n.* 1067. *& ſeq.*
——— *fluidorum. p* 118. *n.* 370. *& ſeq.*
——— *in antecedentiâ p* 288. *n.* 934.
——— *in conſequentiâ n.* 935.

Mo-

Motus *Leges p.* 39. *n.* 144. *p.* 40. *n.* 146 *p.* 41. *n.* 148.
——— *Luminis. vid* Lumen.
——— *relativus. p.* 13. *n* 47.
——— *reſolutio. p.* 90. *n.* 289.
——— *retardatus. p.* 42. *n.* 150.
Microſco ium. *p.* 235. *n.* 754. *& ſeq.*
——— *compoſitum magis amplificat. p.* 236. *n.* 751.
Myops. *vide* Oculus.

N.

Nadir. *p.* 316. *n.* 1087.
Nigra *corpora tardius cæteris incaleſcunt. p.* 282. *n* 897.
Nodi *Planetarum. p.* 288. *n.* 928.
——— *linea Nodorum. n.* 929.
Novilunium. *p.* 306. *n.* 1029.
Nubeculæ *duæ in Cœlis. p.* 331. *n.* 1188.

O.

Occaſus *Siderum. p.* 316. *n.* 1085.
Occidens. *p.* 316. *n.* 1089.
Octava. *vide* Conſonantia.
Oculi *explicatio. p.* 222. *n.* 706.
Mutationes in Oculo. *p.* 225. *n.* 713. *& ſeq.*
Vitium Myopum corrigitur. p. 234. *n.* 752.
Vitium Senum corrigitur. p. 233. *n.* 750.
Opacitas *p.* 253. *n.* 830. *& ſeq.*
Opacum *corpus. p.* 221. *n.* 703.
Oppoſitio *corporum cæleſtium. p.* 299. *n.* 998.
Oriens. *p* 316. *n.* 1088.
Ortus *Siderum.* (11) *p.* 316. *n.* 1084.

P.

Paralaxis *Syderum.* 317. *n.* 1093. *& ſeq.*
——— *annua. p.* 329. *n.* 1175. 1176.
Partium *ſubtilitas. p.* 8. *n.* 23. *& ſeq.*
Pellucida *corpora p.* 253. *n.* 828. *& ſeq.*
Pendulum. *p.* 49. *n.* 171.
——— *compoſitum. p.* 55. *n.* 187.
Pendulorum *motus. p.* 49. *n.* 172. *& ſeq.*

Penumbra. *p.* 309. *n.* 1047.
Percuſſio *corporum.* *p* 78. *n.* 251. & *ſeq.*
—— *corporum Elaſticorum.* *p.* 85. *n.* 278. & *ſeq.*
—— *directa.* *p.* 80 *n.* 258.
—— *obliqua* *p.* 92. *n.* 294. & *ſeq.*
Perihelia *Planetarum* *p.* 287. *n.* 923.
Phænomena *Naturalia.* *p.* 1. *n.* 2.
Phoſphorus *urinæ* *p.* 189. *n.* 573.
—— *in vacuo.* *p.* 194. *n.* 594.
Phyſica. *p.* 2. *n.* 3.
Planetæ. *p.* 286. *n.* 914. & *ſeq.*
—— *Inferiores.* *p.* 290. *n.* 951.
—— *Phænomena* *p.* 299. & *ſeq.*
—— *Primarii.* 286. *n.* 915. 917. & *ſeq.*
—— *Secundarii.* *ibid.* *n.* 916. *p.* 291. *n.* 952. & *ſeq.*
—— *Phænomena.* *p.* 304. *n.* 1017. & *ſeq.*
—— *Superiores.* *p.* 290. *n.* 951.
—— *Phænomena* *p.* 303. *n.* 1011. & *ſeq.*
Planetarum *diſtantiæ.* *p.* 289 *n.* 943. & *ſeq.*
—— *dimenſiones.* *p.* 292. *n.* 962. *p.* 354. *n.* 1243.
—— *figuræ determinantur.* *p.* 383. *n.* 1343. & *ſeq.*
—— *motuum explicatio Phyſica* *p.* 356. *n* 1250.
—— *ſecundariorum motus diſtantiæ &c.* *p.* 290. & *ſeq.* *p.* 304. *n* 1017. & *ſeq.*
—— *horum motuum explicatio.* *p.* 362. *n.* 1264. & *ſeq.*
Planum *inclinatum.* *p.* 38. *n.* 139. & *ſeq.*
deſcenſus ſuper plano inclinato. *p.* 46. *n.* 161. & *ſeq.*
Plenilunium. *p.* 306. *n.* 1030.
Polus *Antarcticus* *p.* 313. *n.* 1077.
—— *Arcticus.* ibid.
Poli *Eclipticæ.* *p.* 299. *n.* 994.
—— *Mundi.* *p.* 311 *n.* 1060.
—— *Planetæ.* *p.* 289. *n.* 940.
Circuli Polares. *p.* 313. *n.* 1078. *p.* 318. *n.* 1101.
Pondus *Corporis.* *p.* 18. *n.* 75.

Potentia. *p.* 15. *n.* 55. *&* *ſeq.*
——— *obliqua. p.* 33. *n.* 129. *&* *ſeq.*
Præceſſio *Æquinoctiorum. vide* Æquinoctia.
Preſſio. *vide* Potentia.
Projectio *gravium. p.* 58. *n.* 158. *&* *ſeq.*
Puncta *quietis in chordis agitatis. p.* 183. *n.* 545. 546.

Q

Quarta. *vide* Conſonantia.
Quinta. *vide* Conſonantia.

R.

Radians *punctum. p.* 209. *n.* 640.
Radius *luminis. p.* 197. *n.* 605.
Radii *convergentes. p.* 209. *n.* 643.
——— *divergentes. p.* 208. *n.* 638.
——— *Heterogenei. p.* 256. *n* 837.
——— *Homogenei. p.* 256. *n.* 836.
——— *incidens. p.* 201. *n.* 617.
——— *reflexus. p.* 240. *n.* 774.
——— *refractus p.* 201 *n.* 618.
——— *per curvas in aëre moventur. p.* 308. *n.* 1043.
Reactio. *p.* 41. *n.* 148.
Reflexio *luminis. p.* 240. *n.* 773. *&* *ſeq.*
——— *Soni. p.* 184 *n.* 547. *&* *ſeq.*
——— *Undæ.* . 152. *n.* 450.
Refractio *luminis. p.* 199. *n.* 612. *&* *ſeq. p.* 209. *n.* 646. *&* *ſeq. p.* 211. *n.* 655. *&* *ſeq.*
Siderum Refractio. *p.* 317. *n.* 1097. *&* *ſeq.*
Refrangibilitas *diverſa in variis radiis. p.* 256. *n.* 835.
——— *in ſingulis conſtans eſt. p.* 260. *n.* 842.
——— *quo major eſt, eo radii facilius reflectuntur. p.* 264. *n.* 854
Regulæ *philoſophandi. p.* 3. *n.* 6. 7. *&* 8.
Repulſio *partium. p.* 11. *n.* 35. *p.* 12. *n.* 39.
Res *Naturales. p.* 1. *n.* 1.
Reſiſtentia *fluidorum p.* 119. *n.* 373. *&* *ſeq.*

Retardatio *gravium. p.* 45. *n.* 158. *& ſeq. p.* 48. *n.* 169. *& ſeq.*
Retardatio *corporum in fluidis motorum. p.* 125. *n.* 386.
Retardationum *comparatio n.* 387. *& ſeq.*
——— *collatio cum gravitate. p.* 123. *n.* 377.
Retardatio *penduli in fluido. p.* 128. *n.* 397. *& ſeq.*
——— *corporis in fluido deſcendentis. p.* 130. *n.* 400. *& ſeq.*
——— *corporis in altum adſcendentis. p.* 131. *n.* 404. *& ſeq.*
Rotæ *dentatæ. p.* 27 *n.* 115.

S.

Sagitta *chordæ flexæ. p.* 97 *n.* 303.
Satellites. *vide* Planetæ Secundarii.
Saturnus. *p.* 290. *n.* 950.
hujus denſitas. p. 355. *n.* 1247.
——— *gravitas in ſuperficie. p.* 354. *n.* 1245.
——— *Phænomena. p.* 303. *n.* 1011. *& ſeq.*
——— *pondus. p.* 354. *n.* 1242.
——— *vis in Jovem. p.* 360. *n.* 1259.
Sectio *fluminis. p.* 144 *n.* 436.
Seſquiditonus. *vide* Conſonantia.
Signa *Zodiaci. vide* Zodiacus.
Sipho. *p.* 165. *n.* 481.
Sol. *p.* 289. *n.* 944.
hujus denſitas. p. 355. *n.* 1247.
——— *Eclipſis. p.* 307. *n.* 1033. 1035. 1037. *p.* 309. *n.* 1046. *& ſeq.*
——— *gravitas in ſuperficie. p.* 354. *n.* 1245.
——— *Phænomena. p.* 297. *n.* 983. *& ſeq. p.* 311. *n.* 1058.
——— *pondus. p.* 354. *n.* 1242.
Soliditas *Materiæ. p.* 3. *n.* 10.
Solſtitia. *p.* 323. *n.* 1142.
Sonus. *p.* 177. *n.* 509. *& ſeq.*
hujus celeritas. p. 178. *n* 518. *& ſeq.*
——— *intenſitas. p.* 180. *n.* 525. *& ſeq.*

Spatium. *vide* Vacuum.
Specula *cylindrica. p.*252.*n.*827.
—— *plana. p.*245.*n.*792. *& ſeq.*
—— *ſphærica. p.*246.*n.*795. *& ſeq.*
—— *ſphærica cava. p.*247.*n.*804. *& ſeq.*
—— *ſphærica convexa p.*246 *n.*798.
Sphæra *obliqua. p.*319.*n.*1112. *& ſeq.*
—— *parallela. ibid. n.*1110. *& ſeq.*
—— *recta. p.*321.*n.*1125. *& ſeq.*
Stellæ *fixæ. p.*286 *n.*911 *p.*330.*n.*1176. *& ſeq.*
—— *informes. p* 331.*n.*1183.
—— *nebuloſæ. ibid. n.*1185.
Suſpenſionis *puncta. p.*20.*n.*86.
Syſtema *Planetarium. p.*285.*n.*909. *& ſeq.*
*hujus explicatio phyſica. p.*356.*n.*1250. *& ſeq.*
Syzygiæ. *p.*307.*n.*1031.

T.

Teleſcopium. *p.*237.*n.*762 *& ſeq.*
—— *Aſtronomicum. ibid. n.*763. *& ſeq.*
—— *rebus terreſtribus videndis aptum. ibid. n.* 766.*p.*239 *n.*770.
quare minus ſunt perfecta Teleſcopia. *p.*264. *n.*853.
Tellus. *p.*290.*n* 947.
*hujus diameter. p.*292.*n.*963.
*Phænomena ex hujus motu. p.*312.*n.*1067. *& ſeq. p.*315.*n.*1082. *& ſeq.*
Tempeſtates *annuæ. p.*327.*n.*1163. *& ſeq.*
Tempus. *p.*14.*n.*48. *& ſeq.*
—— *medium. p.*322.*n.*1132.
Tonus. *p.*181.*n.*529. *& ſeq.*
Trochlea. *p.*19.*n.*81. *p.*27.*n.*116. *& ſeq.*
Tropici. *p.*313.*n.*1076. *p.*318.*n.*1101.
Tuba *Stentoria. p.*184.*n.*550.

V.

Vacuum *poſſibile eſt.* *p.* 4. *n.* 15. 16.
—— *hujus proprietates.* *p.* 6. *n.* 17. 18.
—— *datur.* *p.* 342. *n.* 1226. & *ſeq.*
Vectis. *p.* 23. *n.* 104. & *ſeq.*
Velocitas. *p.* 14. *n.* 51.
—— *reſpectiva.* *p.* 80. *n.* 256. 257.
Venus. *p.* 289. *n.* 946.
hujus Phœnomena. *p.* 299. & *ſeq.* *p.* 311. *n.* 1059.
Via *lactea.* *p.* 331. *n.* 1186. & *ſeq.*
Vibrationes *Pendulorum.* *vide* Pendulum.
—— *chordæ tenſæ.* *p.* 100. *n.* 311. & *ſeq.*
—— *Laminæ Elaſticæ.* *p.* 103. *n.* 319.
Vis *inſita.* *p.* 40. *n.* 145. *p.* 75. *n.* 240.
Viſus. *p.* 224. *n.* 707. & *ſeq.*
judicium de diſtantiâ. *p.* 228. *n.* 723. & *ſeq.*
magnitudo apparens. ibid. *n.* 727.
judicium de magnitudine. ibid. *n.* 728.
Viſio *per vitra.* *p.* 229. *n.* 730. & *ſeq.*
Vitra *uſtoria.* *p.* 220. *n.* 698.
Vitrum *lucidum ex attritu.* *p.* 187. *n.* 560. 563. 564.
Unda *in fluidi ſuperficie.* *p.* 150. *n.* 447.
hujus latitudo. *p.* 150. *n.* 448.
—— *motus, reflexio &c.* *p.* 150. *n.* 449. & *ſeq.*
Unda *in aëre.* *p.* 166. *n.* 484. & *ſeq.*
Uniſonus. *vide* Conſonantia.

Z.

Zenit. *p.* 316. *n.* 1086.
Zodiacus. *p.* 299. *n.* 995.
—— *hujus ſigna.* *p.* 298. *n.* 986. *p.* 330. *n.* 1178, 1179.
Zonæ. *p.* 324. *n.* 1146. & *ſeq.*

FINIS.

CATALOGUS LIBRORUM,

Qui vel noviſſimè, vel paulo ante, apud PETRUM VANDER Aa prodierunt.

Theſaurus Antiquitatum & Hiſtoriarum Italiæ, Mari Liguſtico & Alpibus Vicinæ; Collectus Cura & Studio *Joannis Georgii Grævii*, Tomus I^us^ II^us^ & III^us^ in folio, 6. voll. *cum figuris.*

Theſaurus Antiquitatum & Hiſtoriarum Italiæ, Neapolis, Siciliæ, Sardiniæ &c. Digeri olim cœptus Cura & Studio *Joannis Georgii Grævii*, nunc ex Conſilio & cum Præfationibus *Petri Burmanni*, Tomus IV^us^ V^us^ VI^us^ VII^us^ VIII^us^ & IX^us^ in folio, 21. voll. *cum figuris.*

—— Tomus X^us^ Siciliam, Sardiniam &c. complectens, in folio, 13. voll. *cum figuris*, brevi prodibit.

Opuſculum Anatomicum de fabrica Glandularum in corpore humano, continens binas Epiſtolas quarum prior eſt Hermanni Boerhaave, ſuper hac re, ad Fredericum Ruyſchium; al-

altera F. Ruyſchii ad H. Boerhaave, qua priori reſpondetur, *in* 4°. *cum figuris.*

Hermanni Boerhaave Index primus Plantarum quæ in Horto Academico Lugduno-Batavo reperiuntur, *in* 8°.

—— Index alter Plantarum quæ in Horto Academico Lugduno-Batavo aluntur, *in* 4°. 2 voll. 1720. *cum figur.*

—— de comparando certo in Phyſicis, *in* 4°.

—— de Chemia ſuos errores expurgante, *in* 4°.

—— de Vita & Obitu Viri Clariſſimi Bernhardi Albini, *in* 4°.

Guiljelmi Jacobi 's Graveſande Phyſices Elementa Mathematica, Experimentis confirmata, ſive Introductio ad Philoſophiam Newtonianam, *in* 4°. *cum figuris.* 2 voll.

—— Inſtitutiones Philoſophiæ Newtonianæ, in uſus Academicos, *in* 12°. *cum figuris.*

Johannis Jacobi Scheuchzeri Herbarium Diluvianum, Editio Noviſſima, duplo auctior, in folio, *cum figuris.*

Ουρεσιφοιτης Helveticus, ſive Itinera per Helvetiæ Alpinas Regiones facta Annis 1702. 1703. 1704. 1705. 1706.

 1707.

1707. 1709. 1710. 1711. Plurimis Tabulis æneis illuſtrata à *Johannes Jacobo Scheuchzero*, Tigurino, Med. D. Math. Prof. Acad. Leopoldino-Carolinæ & Socc. Regg. Anglicæ ac Pruſſicæ Membro. In Quatuor Tomos Diſtincta. *In Quarto* 4. *voll.*

Theſaurus Imaginum Piſcium Teſtaceorum; quales ſunt Cancri, Echini, Echinometra, Stellæ Marinæ, &c. Ut & Cochlearum; inter quas numerantur Lunares, Laciniatæ; Trochii, Valvatæ, ſive Semilunares; Valvatæ Striatæ; Caſſides tuberoſæ, verrucoſæ, læves & Murices; Globoſæ; Buccinæ; Strombi; Volutæ; Alatæ; Porcellanæ majores & minores; Cylindri, &c. quibus accedunt Conchylia, ut Nautilus, Cornu Ammonis, &c. Conchæ Univalviæ & Bivalviæ; quarum ſpecies ſunt Solenes Univalvii, Chamæ aſperæ, Chamæ læves, Pectines, Pectunculi, Tellinæ, Solenes, Bivalvii, Muſculi, Pinnæ, Oſtrea, &c. Denique Mineralia; uti Metalla, Lapides & Argillæ, variis in locis reperta. Quorum omnium maximam partem *Georgius Everhardus Rumphius M. D. Et*

Aca-

Academiæ Cæſareæ Naturæ Curioſorum Collega, *dictus Plinius Indicus*, collegit, jam vero Naturæ Amator & Curioſus quidam in hunc ordinem digeſſit, & nitidiſſimè æri incidi curavit. *In folio.* cum figuris.

Seb. Vaillant Sermo de Structura Florum, horum differentia; uſuque partium eos conſtituentium, habitus in ipſis auſpiciis Demonſtrationis publicæ Stirpium in Horto Regio Pariſino 10. Junii 1717. & Conſtitutio Trium novorum generum Plantarum; *Araliaſtri*, *Scherardiæ*, *Boerhaaviæ*. Cum deſcriptione duarum Plantarum novarum genere poſtremo Inſcriptarum. in 4°.

Joh. Wilſon Principia Trigonometriæ; ſuccincte demonſtrata in 8°.

R. Moſis Maimonidis Conſtitutiones de Siclis; quas Latinitate donavit & notis illuſtravit *Johannis Eſgers*. in 4°.

Fundatoris, Curatorum & Profeſſorum Celeberrimorum, aliorumque Illuſtrium Virorum, quorum gratiâ, favore, curâ, Doctrinâque Academia Lugduno-Batava incepit, auctaque & ornata eſt, Effigies: Nec non Urbis, Academiæ ejuſque Horti, Templorum notabiliorumque publicorum

Ædificiorum proſpectus. *in Fol. 2. voll.*

Joh. Marckii, Sylloge Diſſertationum Philologico-Theologicarum, ad ſelectos quoſdam textus Veteris Teſtamenti. Argumenta præcipua, de Shalem Melciſedeciana, Circumciſione Tſipporica, Veſtitu Annuo Pontificis, Hirco Hazazelis, Inceſtu Vetito, Divini Nominis Interdicto, Iſraëliticis Jubilæis, Synedrii Magni Originibus, Corachi Hiſtoria, Propheta ſimili Moſi, Divortiorum Lege, Jiphtachi Voto, Hendorica Pythoniſſa, &c. Paulo Plenius exponuntur, & quorundam Pſalmorum Analyſes Exegeticæ miſcentur. Cum Indice Textuum, Rerumque & vocum, neceſſario, in 4°.

Marmorea Baſis Coloſſi *Tiberio Cæſari* Erecti ob Civitates Aſiæ Reſtitutas poſt horrendos terræ Tremores. Cujus Coloſſi fides a Jo. Meurſio oppugnata defenditur, tantum non oculis exhibetur & venuſta proponitur. Tempus, numerus & nomina Civitatium reſtitutarum ubique falſus & varius ab recentibus Commentatoribus traditus; verus & certus ex Marmorea Baſi publico inſtrumento feliciter probatur. Primus trans Alpes vulgavit, revoca-

vit,

vit, notis uberioribus & novis obſervationibus ac nummis illuſtravit *Laurentius Theodorus Gronovius*. in 8°.

Petri Magnol Hortus Regius Botanicus Monſpelienſis, *in* 8°. *cum figuris*.

Catalogus Librorum tam Impreſſorum quam Manuſcriptorum Bibliothecæ publicæ Univerſitatis Lugduno Batavæ. *in folio*.

Thom. Crenii Analecta Critico-Hiſtorica. *in Octavo*.

—— Faſcis Exercitationum Philolog. Hiſtor. tom. II. III. IV. & V. *in Octavo*.

—— Muſæum Philologicum & Hiſtoricum, *in Octavo*. 2. voll.

Diſputationes Theolog. Philolog. & Philoſophicæ habitæ ſub Præſidio Profeſſorum earund. Facult. in Acad. Leid. ab A°. 1715. uſque ad præſens tempus, *in* 4°.

Deſiderii Eraſmi Roterodami Opera Omnia, emendatiora & auctiora, ad optimas editiones præcipuè quas ipſe Eraſmus poſtremò curavit ſumma fide exacta, Doctorumque Virorum notis illuſtrata. In decem tomos diſtincta, quorum primo, in hac Editione, præfixa ſunt Elogia & Epi-

taphia Eraſmi, a Viris Doctis conſcripta, nec conjunctim unquam antea ſic edita, cum Indicibus totius Operis copioſiſſimis. *in fol.* XI. voll. *cum fig.*

Deſiderii Eraſmi opera, Charta Majori.

—— Paraphraſes omnes in Novum Teſtamentum. Editio nova, accuratior & emendatior, in qua acceſſere ſummaria ſingulorum Capitum, Verſio Vulgata margini adjecta, Verſuumque numeri adnotati. *In folio.*

—— Epiſtolæ omnes, plusquam quadringentis novis, ut & Iconibus Doctorum Virorum auctiores, *in folio* 2. voll.

Ant. Ferratii Selectæ Quæſtiones. *in* 8°.

Geſta *Franciſci Mauroceni. in* 4°.

Chriſtoph. Helvici Elenchi Judaici. Probus de Monarchia regni Iſraëlis. Eglini Captivitatis Babylonicæ Hiſtoria, *in* 8°.

Jocoſeriæ Diſſertationes. *in* 12°.

Henr. Kippingii Antiquitatum Romanarum libri quatuor. Quibus continentur Res Sacræ, Civiles, Militares, Domeſticæ. Editio noviſſima

ma & multo ſtudio paſſim emendata, cui acceſſerunt Notæ quædam Viri docti, Figuræ ex antiquis Monumentis ſelectiſſimæ, & *Juſti Lipſii* Opuſculà rariora, quæ in Corpore reliquorum ejus Operum non extant. *In* 8°.

Ger. Noodt Opera Varia. *In* 4°.

Novum Teſtamentum, Græcè & Latinè, ex verſione & cum annotationibus, ſingulis paginis ſubjectis, *Deſiderii Eraſmi Roterodami*, Editio nova, accuratior & emendatior. *in folio*.

Nouveau Theatre du Monde, ou la Geographie Royale, composée des nouvelles Cartes très exactes, dreſſées ſur les obſervations de Meſſieurs de l' Academie Royale des Scienees à Paris, *ſur celles des plus celebres Geographes, ſur de nouveaux memoires & rectifiées ſur les Relations les plus recentes des plus fidéles Voyageurs. Avec une Deſcription Geographique & Hiſtorique des quatre parties de l'Univers, deſquelles l'*Europe *en detail eſt écrite par Mr.* Guedeville *& les trois autres parties par Mr.* Ferrarius. *Ouvrage qui donne une Idée claire & facile de la Terre, & de ce qu' elle comprend de plus conſiderable.* in folio, *en forme d'un Atlas*.

Oeuvres de *Mr. Mariotte, diviſées en deux Tomes, Imprimées ſur les Exemplaires les plus exacts & les plus complets, revuës & corrigées de nouveau.* 4°. 2. voll. *avec figures.*

Oeuvres de Mrs. Perrault *en Phyſique & en Mechanique,* 4°. 2. voll. *avec Figures.*

La plus nouvelle Academie Univerſelle dex Jeux, contenant les Regles des Jeux de Cartes permis; des Echecs, du Trictrac, &c. Avec des Inſtructions faciles pour apprendre à les bien joüer. Derniere Edition, revû, corrigé, augmenté & enrichi des Figures en Taille-douce, 2. Tomes, 12°.

Voyages trés curieux & trés renommez, faits en Moſcovie, Tartarie, & Perſe, par le Sr. Adam Olearius, *Bibliothecaire du Duc d'Holſtein, &c. Dans lequels on trouve une Deſcription curieuſe, & la Situation exacte des Païs & Etats, par où il a paſſé, tels que ſont la Livonie, la Moſcovie, la Tartarie, la Medie, & la Perſe, & où il eſt parlé du Naturel, des Maniéres de vivre; des Mœurs, & des Coutumes de leurs Habitans; du Gouvernement Politique & Eccleſiaſtique; des Raretez qui ſe trouvent*

vent dans ces Pais; & des Ceremonies qui s'y obſervent. Traduits de l'Original, & augmentez par le Sieur de Wicquefort. *Auteur de l'Ambaſſadeur & de ſes Fonctions. Nouvelle Edition, revuë & corrigée exactement, augmentée conſiderablement, tant dans le Corps de l'Ouvrage, que dans les Marginales, & ſurpaſſant en bonté & en beauté les precedentes Editions. A quoi on a joint des Cartes Geographiques, des Repreſentations des Villes, & autres Tailles douces trés belles & trés exactes.* in Folio 2. *voll.*

*Voyages Celebres & Remarquables, faits de Perſe aux Indes Orientales, par le S*r. Jean-Albert de Mandelslo, *Gentilhomme des Ambaſſadeurs du Duc de Holſtein en Moſcovie & Perſe. Contenant une Deſcription nouvelle & très curieuſe de l'Indoſtan, de l'Empire du Grand-Mogol, des Iles & preſqu'îles de l'Orient, des Roïaumes de Siam, du Japon, de la Chine, du Congo, &c. Où l'on trouve la ſituation exacte de tous ces Païs & Etats, & où l'on raporte aſſez au long le Naturel, les Mœurs, & les Coutumes de leurs Habitans; leur Gouvernement Politique & Eccleſiaſtique; les Raretez qui ſe rencontrent dans ces Païs, & les Ceremonies qu'on y obſer-*

ſerve. Mis en ordre & publiez, après la Mort de l'Illuſtre Voïageur, par le Sr. Adam Olearius, *Bibliothecaire du Duc de Holſtein, &c. Traduite de l'Original, par le Sieur* A. de Wicquefort, *Auteur de l'Ambaſſadeur & de ſes Fonctions. Nouvelle Edition, revûë & corrigées exactement, augmentée conſiderablement, tant dans le Corps de l'Ouvrage qu'aux Marginales, & ſurpaſſant en bonté & en beauté les precedentes Editions. On y a encore ajouté des Cartes Geographiques, des Repreſentations des Villes, & autres Tailles-douces, très belles & très exactes. On y trouve à la fin une Table des Matieres fort ample & fort exacte,* in Folio, 2. voll.

Les Comedies de Plaute, *nouvellement Traduites en Stile libre, naturel & naif; avec des Notes & des Reflexions enjouées, agreables & utiles, de Critique, d'Antiquité, de Morale & de Politique; par Monſieur* Guedeville. *Enrichies d'Eſtampes en Tailles-douces à la Tête de chaque Tome & de chaque Comedie. Diviſées en dix Tomes.* En grand douze.

Les Colloques d'Eraſme, *Ouvrage très intereſſant; par la diverſité des Sujets, par l'Enjoûment, & pour l'Utili-*

té Morale: Nouvelle Traduction Par Monſ[r]*. Guedeville, Avec des Notes, & des Figures très-ingenieuſes. Diviſées en* 6. Tomes. En grand douze.

Recueil des belles Tailles-douces, en maniere Noire; Peints, Deſſinées ou Gravées par les celebres Maîtres, F. Parmens, Spagnolet, W. Vaillant, J. van Someren, D. Teniers, P. Picart, *& autres.* In Folio.

Divers Ouvrages de belles Figures; Peints, Deſſinées, ou Gravées par divers Maîtres très Renommez, ſavoir: A. Carats, G. Reni, A. Corregio, J. Callot, Guarçin, S. Vouet, J. le Pautre, Rembrant, A. F. vander Meulen, A. Collart, *& autres.* In Folio.

Boſſe Ordres de l'Architecture Antique, fol.

Delices de l'Eſpagne & du Portugal, où l'on voit une deſcription exacte des Antiquitez, des Provinces, des Montagnes, des Villes, &c. Le tout enrichi de Figures en taille-douce, deſſinées ſur les lieux mêmes, par Don Juan Alvares de Colmenar, in 12°. 5. voll.

—— *de la Grand' Bretagne, & de l'Irlande; où ſont exactement décrites les Antiquitez, les Provinces, les Villes, les Bourgs, les Montagnes, &c. par J. Beeverel,* in 12°. 9. voll.

De-

Delices de l'Italie, qui contiennent une Deſcription exacte du Pays, des principales Villes, de toutes les Antiquitez, & de toutes les raretez, qui s'y trouvent, par les Srs. de Rogiſſart, *&* H. **** Derniere Edition, revuë & augmentée de nouveau, beaucoup plus correcte que les précedentes, & enrichie de pluſieurs nouvelles Figures en taille-douce, par* Jean de la Faye, in 12°. 6. voll.

Delices de Leide, une des celebres Ville de l'Europe, qui contiennent une Deſcription exacte de ſon Antiquité, de ſes divers Aggrandiſſemens, de ſon Academie, de ſes Manufactures, de ſes Curioſitez, &c. le tout enrichi de Tailles-douces, in 8°.

Delices de l'Ancienne Rome, la principale des Villes de l'Europe, avec toutes ſes Magnificences & ſes Delices; diviſée en quatre Tomes, par le Sr. François Deſeine, in 12°.

Delices de Rome Moderne, premiére Ville de l'Europe, avec toutes ſes Magnificences & ſes Delices; nouvellement & tres exactement décrite & illuſtrée par des tailles-douces, avec une deſcription tres-exacte du Gouvernement & de l'Etat de Rome, auſſi bien que de ſes Fêtes, Fonctions publiques du Pape & de tous ceux

ceux qui ont des Emplois auprès de lui, des Cavalcades & autres Ceremonies ordinaires & extraordinaires tant publiques que particulieres de la Cour de Rome, Avec les revenus & depenſes du Pape; le tout diviſées en ſix Tomes, par le Sr. François Deſeine, in 12°.

Delices de la Suiſſe, ou l'on void tout ce qu'il y a de plus remarquable dans la Suiſſe, & dans ſes Alliez qui compoſent le Louable Corps Helvetique: la Deſcription des Villes, Bourgs, Chateaux; la nature de l'air & du terroir; les Antiquitez du Pays, & les raretez de la Nature; le Naturel, les Mœurs & la Religion des habitans; leurs Gouvernemens differens, leurs Alliances mutuelles & leurs interêts communs; avec un Memoire inſtructif ſur les cauſes de la guerre qui eſt arrivée en Suiſſe, dans l' An 1712. *Par le* S^r^. Gottlieb Kypſeler de Munſter *le tout enrichi de trés belles figures, & Cartes Geographiques, deſſinées ſur les originaux,* in 12°. 4. *voll.*

Fleury Devoirs des Maitres, &c. 12°.

Le Grand Theatre Hiſtorique, ou Nouvelle Hiſtoire Univerſelle; tant Sacrée que Profane, depuis la Creation du Monde, juſqu' au commencement du XVIII. *Siecle,* in Folio 5. *voll. en grand papier.*

Le

Le Suite du Grand Theatre Hiſtorique, ou les Portraits de plus Illuſtres Papes, Empereurs, Rois, Princes, &c. in Folio.

Boſſe Ordres de l'Archit. Antique. fol.

Morale de Tacite, par Amelot, 12°.

Poſt Oeuvres d'Architecture; In folio, avec trés belles figures.

Pautre Oeuvres d'Architecture, fol.

Theatre de Mr. Fontaine, in 12°.

Recueil de pluſieurs Machines de Nouvelle Invention. Ouvrage Poſthume de Mr. Claude Perrault, *de l'Academie Royale des Sciences*, 4°.

Scamozzi Oeuvres d'Architecture, traduites nouvellement par Mr. Dury; *avec les Planches originales: Le tout revu & exactement corrigé ſur l'Original Italien.* In Folio.

Vignole Regles des cinq Ordres d'Architecture, avec pluſieurs Augmentations de Michel Ange Buonaroti, *Nouvellement revûes, corrigées & augmentées par* Mr. Dury, *in* 8°.

Vingboons Oeuvres d'Architecture fol. 2. voll. avec figures.